ISSN 1728-7901

Абай атындағы
Қазақ ұлттық педагогикалық университеті

Казахский национальный педагогический
университет имени Абая

ХАБАРШЫ
ВЕСТНИК

Серия «Физико-математические науки» • «Физика-математика ғылымдары» сериясы

№ 2 (54)

2016

Алматы

Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті

ХАБАРШЫ

“Физика-математика ғылымдары” сериясы № 2 (54)

Қазақстан Республикасының Ақпарат министрлігінде тіркелген
№ 4824 – Ж - 15.03.2004
(Журнал бір жылда 4 рет шығады)
2000 жылдан бастап шығады

Редакторлары:**Ф.Р. Гусманова, Г.А. Абдулкаримова**

Компьютерлік беттеу:
Г.А. Абдулкаримова
Ф.Р. Гусманова

Басуға 15.04.2016 ж. қол қойылды
Таралымы300 дана
Көлемі 8,25 е.б.т.
Пішімі 60х84 1/8.

050010, Алматы қаласы,
Достық даңғылы,13
Абай атындағы ҚазҰПУ
“ЖШС Palitra Press”типографиясында баспадан өткен
Алматы қаласы, Хамиди көшесі, 4а

Мазмұны
Содержание

МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ
МАТЕМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

ФИЗИКА. ФИЗИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ
ФИЗИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ

Казахский национальный
педагогический университет
имени Абая
ВЕСТНИК
серия “Физико-математические науки”
№ 2 (54)

Главный редактор
Академик НАН РК **Г.У. Уалиев**

Зарегистрирован в Министерстве
информации Республики Казахстан,
№ 4824 - Ж - 15.03.2004
(периодичность–4 номера в год)
Выходит с 2000 года

Редакторы:**Ф.Р. Гусманова,**
Г.А. Абдулкаримова

Компьютерная верстка:
Г.А. Абдулкаримова
Ф.Р. Гусманова

Подписано в печать 15.04.2016 г.
Формат 60x84 1/8.
Об 8,25 уч.-изд.л.
Тираж 300 экз.

050010, г.Алматы, пр.Достык, 13,
КазНПУ им.Абая
Отпечатано в типографии
“ТОО Palitra Press”
г.Алматы, ул.Хамиди 4а

МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ
МАТЕМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

УДК 372.851

А.Ж. Абдыкаримова, С.М. Сеитова

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ ПО КУРСУ «ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ » ПО ТЕХНОЛОГИИ НЛП

(г.Талдыкорган, Жетысуский государственный университет имени И.Жансугурова)

Аннотация. *Исследование способов восприятия и обработки информации студентами по технологии нейролингвистическое программирование позволяет осуществить индивидуальный подход к студенту в процессе организации самостоятельных работ. В работе исследованы критерии разработки самостоятельных работ по технологии нейролингвистического программирования, проанализированы преимущества и эффективность данной технологии.*

Ключевые слова: *нейролингвистическое программирование, ведущая репрезентативная система, аудиал, визуал, кинестетик, дигитал.*

В настоящее время идет период становления новой системы образования, который характеризуется глобальными изменениями в педагогической теории и практике учебно-воспитательного процесса. В системе образования высшей школы все большую значимость приобретает работа со студентами, которая направлена на пробуждение у студентов интереса к изучению предмета и развитие творческих способностей будущих специалистов, опираясь при этом на эффективное самостоятельное обучение. Основу образовательного процесса студентов вузов должна составлять целенаправленная, контролируемая, интенсивная, самостоятельная работа студента. В связи с этим повышаются требования по самоорганизации, мотивированности, навыкам самостоятельной работы студентов.

Основная задача обучения в вузе – «научить учиться». «Умение учиться» наиболее полно развивается у студентов во время их самостоятельной работы только посредством самообразования, самоорганизации, самоуправления, самоконтроля, самоанализа, самокоррекции и самооценки.

Самостоятельная работа студентов в ВУЗе является важным видом учебной и научной деятельности студента. Самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).

Контролируемая самостоятельная работа (КСР) – управляемая самостоятельная работа студентов, организуемая в аудитории под контролем преподавателя в соответствии с расписанием. Она направлена на ликвидацию пробелов в знаниях, углубление и закрепление материала, изученного в ходе проведения лекционных и практических занятий [1].

Технология нейролингвистическое программирование предлагает качественно новый (по сравнению с традиционными методами) подход к студентам. В основе этого подхода лежит идея о том, что каждый человек воспринимает информацию, используя преимущественно один из пяти органов чувств. Затем, «...в нашем мозге сенсорная (полученная органами чувств) информация трансформируется в некоторую репрезентацию (представление) или модель. Эти индивидуальные модели называются репрезентативными системами. В первую очередь мир воспринимается зрительно (*визуальная система восприятия*), на слух (*аудиальная система восприятия*) и в ощущениях*(кинестетическая система).* Система же, которая используется чаще, чем другие, называется*предпочитаемой репрезентативной системой человека*, а её выбор происходит как на сознательном, так и на бессознательном уровнях....». Из этого следует, что всех студентов можно условно разделить на «визуалов», «аудиалов», «дигиталов» и «кинестетиков», и в соответствии с этим строить занятия, ориентируясь на то, как тот или иной человек лучше воспринимает информацию [2].

Организация самостоятельных работ по технологии нейролингвистическое программирование по математическим дисциплинам в ВУЗе является эффективной, т.к. НЛП являетсяединственным средством совмещающим работу психолога и педагога и помогающим корректировать трудности в обучении у студентов разных возрастных групп.

Основная задача организации самостоятельной работы студентов (СРС) по технологии НЛП заключается в создании психолого-дидактических условий развития интеллектуальной инициативы и мышления на занятиях любой формы. Основным принципом организации СРС должен стать перевод всех студентов на индивидуальную работу с учетом доминирующего канала восприятия от формального выполнения определенных заданий при пассивной роли студента к познавательной активности с формированием собственного мнения при решении поставленных проблемных вопросов и задач. Цель СРС - научить студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свою квалификацию.

Решающая роль в организации СРС по технологии нейролингвистическое программирование отводится преподавателю, который должен работать с конкретной личностью, с ее сильными и слабыми сторонами, индивидуальными способностями восприятия окружающего мира. Задача преподавателя - увидеть и развить лучшие качества студента как будущего специалиста высокой квалификации.

Методика организации самостоятельной работы студентов по технологии нейролингвистическое программирование зависит от структуры, характера и особенностей изучаемой дисциплины, объема часов на ее изучение, вида заданий для самостоятельной работы студентов, индивидуальных качеств студентов и условий учебной деятельности.

Учебная дисциплина «Практикум по решению математических задач» (ПРМЗ) направлена на подготовку студентов к их будущей профессиональной деятельности - преподаванию математики в школах различного профиля. На занятиях по курсу «Практикум по решению математических задач» отрабатываются навыки решения математических задач.

Самостоятельная работа является важным элементом в эффективном усвоении материала. А по данной дисциплине – в особенности, так как в рамках курса предусмотрено рассмотрение достаточно большого числа математических задач. Для этого студенту необходимо изучать учебники, задачники, решебники, а также различные справочники для абитуриентов.

В качестве самостоятельной работы по данной дисциплине предполагается: самостоятельное решение задач из школьного курса математики (чаще всего задач повышенной сложности); анализ периодической печати; практическая деятельность по созданию тестов с учетом предъявляемых к ним требований. Результаты этой работы раскрываются на практических и индивидуальных занятиях, что способствует расширению и углублению знаний, выяснению деталей и нюансов изучаемых вопросов и формированию устойчивых общеучебных и профессиональных навыков у студентов.

Одним из условий успешной организации самостоятельной работы студентов с применением технологии нейролингвистическое программирование является предварительное диагностическое исследование типов восприятия информации (аудиал, визуал, кинестетик, дигитал) студентов.

Результаты диагностического тестирования студентов физико-математического факультета позволяют спрогнозировать успешность учебной деятельности студентов, выявить какой вид репрезентативной функции является доминирующим.

Остановимся на каждом типе репрезентативной системы студентов и опишем типы заданий для самостоятельных работ, которые можно предложить при изучении дисциплины «Практикум по решению математических задач».

Аудиалы – люди, воспринимающие мир преимущественно посредством звуков. Они обращают внимание не столько на то, что вы говорите, сколько на то, как вы говорите: на высоту голоса, тембр, темп, интонацию.

Визуалы когда думают, в своем сознании рисуют картинки, у них великолепная зрительная память.

У дигиталоввосприятие информации происходит в основном через логическое осмысление, с помощью цифр, знаков, логических доводов.

Кинестетики – люди, воспринимающие большую часть информации через другие ощущения (обоняние, осязание и др.) и с помощью движений [3].

Визуалам можно предложить задания для самостоятельных работ в виде ярко, красочно оформленных карточек. (Самостоятельная работа1)

Решить тригонометрические уравнения

1. Метод замены переменной.

$$2\cos^2\frac{x}{4}+5\sin\frac{x}{4}-4=0$$

2. Условия равенства тригонометрических функций.

$$\sin\left(6t-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(2t+\frac{\pi}{4}\right)$$

3.Разложение на множители.

$$\sin 2\mathrm{x}+\mathrm{tg}\,\mathrm{x}=2$$

Аудиалам же необходимо прочитывать задание вслух преподавателю.(Самостоятельная работа2)

Решить тригонометрические уравнения

1. Метод замены переменной.

$$\sin^4 x+2\sin^2 x\cos^2 x+\cos^4 x-2\sin^2 x\cos^2 x=\sin 2x+0{,}5$$

2. Условия равенства тригонометрических функций.

$$\cos(x^2)=\cos(4x-3)$$

3.Разложение на множители.

$$\cos 2x-\cos 8x+\cos 6x=1$$

Кинестетику можно предложить задания самостоятельных работ, направленные нанахождение нескольких способов решения, исследование, задания с четкими инструкциями по их выполнению(Самостоятельная работа 3).

Решить тригонометрические уравнения

I. Метод замены переменной.

Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим уравнениям с помощью замены переменной. Решить уравнения:

$$2\sin^3 x = \cos x$$

II. Условия равенства тригонометрических функций.

$$2\sin^2 x + \sin(x^2) = 1.$$

III. Разложение на множители.

$$\cos^2 x + \sin x \cdot \cos x = 1$$

Дискретам или дигиталам предложить задания повышенной сложности и нестандартные методы решений задач, т.к. восприятие информации происходит через логическое осмысление, с помощью цифр, знаков, логических доводов(Самостоятельная работа 4).

Решить тригонометрические уравнения

1. Метод замены переменной.

Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим уравнениям с помощью замены переменной. Решить уравнения:

$$\sin 2x - \sin x - \cos x = 1 + \sqrt{2}$$

2. Условия равенства тригонометрических функций.

$$\sin(\pi \cos x) = \cos(\pi \sin x).$$

3.Разложение на множители.(2 способами)

$$\sin x + \cos x = 1.$$

Задания для дискретов или дигиталов, отличаются тем, что требуют дополнительной проверки решения [4].

Исследования результатов самостоятельных работ по технологии нейролингвистическое программирование показаны в рисунке 1. В диагностическом исследовании принимали участие две группы, первая выполняла самостоятельные работы по технологии нейролингвистическое программирование, а другая стандартным образом. У студентов первой группы наблюдаются более высокие средние баллы по всем проведенным самостоятельным работам.

Нетрудно заметить, что студенты первой группы освоилиобъем самостоятельных работ в полноймере, а 16% студентов второй группы получили неудовлетворительные баллы по самостоятельной работе. При этом больше половины студентов первой группы получили «отличные» оценки, а во второй группе таких студентов оказалось лишь 41%.

Таким образом, используя хотя бы некоторые техники и подходы нейролингвистического программирования в организации самостоятельных работ можно добиться того, чтобы СРС и СРСП стали интересны всем студентам, а не только визуалам, аудиалам,дигиталам или кинестетикам, следовательно, повысится уровень усваивания материала и общая успеваемость.

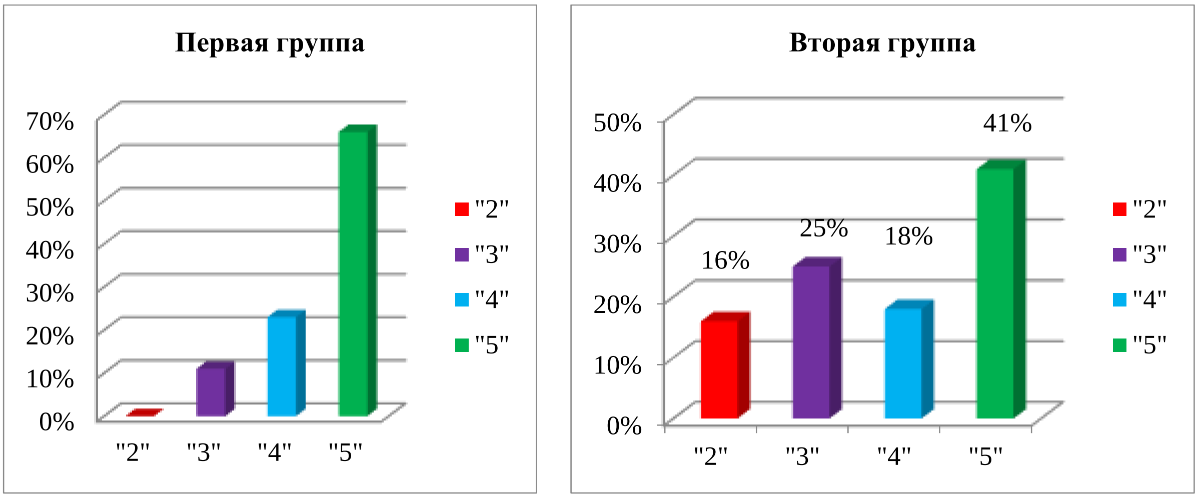


Рисунок 1 - Распределение оценок по самостоятельным работам

Исследование способов восприятия и обработки информации студентами позволяет осуществить индивидуальный подход к студенту в процессе организации самостоятельных работ таким образом, чтобы добиться максимальной эффективности восприятия учебного материала. Аналогичный подход может быть использован и в других, в том числе нематематических, дисциплинах.

Если серьезно отнестись к вопросу внедрения НЛП в образование, это станет одной из лучших и эффективных инноваций, созданных за последнее время. Ведь применение подобных техник не только повысит уровень знаний учащихся, но и в целом повысит интеллектуальный уровень государства и нации [5,6].

1. Жук О.Л. и др. Педагогические основы самостоятельной работы студентов / – Минск, 2005.
2. Шевелькова В.В. Оценка применения методов нейролингвистического программирования (НЛП) в образовании// журнал Современные наукоемкие 2005. – № 1 – С. 77-79 с.
3. Сеитова С.М, Кожашева Г.О., Гетало Е. Н., АбдыкаримоваА.Ж., Результаты диагностического исследования по технологии нейролингвистическое программирование//журнал AustrianJournalofTechnicalandNaturalSciences 5-6-2015 г.
4. Вересова Е.Е,, Денисова Н.С., Полякова Т.Н. Практикум по решению математических задач.-М.: Просвещение, 1979г.
5. Абдыкаримова А.Ж., Сеитова С.М. Эффективность организации самостоятельных работ по курсу математического анализа с использованием нейролингвистического программирования// «Путь науки» международный научный журнал №1(11)2015г.
6. Сеитова С.М., Абдыкаримова А.Ж. Эффективность применения технологии нейролингвистического программирования при обучении математике/ /Материалы международной научно-практической интернет-конференции «Современные актуальные проблемы естественных наук» "(Актюбинский региональный государственный университет им.К.Жубанова) 2014г.

Аңдатпа. *Нейролингвистикалық бағдарламалау технологиясы бойынша студенттердің ұғыну тәсілдері және ақпаратты өңдеу зерттеулеріне қарай студенттің өздік жұмысын ұйымдастыру барысын жекеше қарастыруға мүмкіндік береді. «Математикалық есептерді шығару бойынша жаттықтыру сабағы» курсы* *бойынша өздік жұмыстарын ұйымдастыру» жұмысында нейролингвистикалық бағдарламалау технологиясы бойынша өздік жұмыстарын дайындау өлшемдері зерттелген, осы технологияның артықшылығы мен тиімділігі талдалған.*

Түйін сөздер: *нейролингвистикалық бағдарламалау, жетекші қайталап таныстырмалы жүйе, аудиал, визуал, кинестетик, дигитал.*

Abstract. *A study ways of perceiving and processing information technology students neurolinguistic programming allows for an individual approach to the student in the planning process of training activities and to maximize the effectiveness and perception of learning.*

Prospects for the use of diagnostic results leading representative of the most significant, to improve the efficiency of the educational process. In the «Organization of independent work on the course» Practical work under the decision of mathematical problems» studied the development of criteria for independent work on neuro-linguistic programming techniques, analyzed the advantages and effectiveness of this technology.

Keywords*: neuro-linguistic programming, a leading representative system, audial, visual, kinestetik, digital.*

ӘОЖ 502/504 (035:3)

А. Айдосов, Н.С. Зәуірбеков, Қ.А. Абсаматова, Г.Н. Заурбекова

АТМОСФЕРАНЫҢ ШЕКАРАЛЫҚ ҚАБАТЫНДАҒЫ ЛАСТАУШЫ ЗАТТАРДЫ ТАСЫМАЛДАУ ҮРДІСІНІҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕУІН НЕГІЗДЕУ

(Алматы қ., Алматы технологиялық университеті)

Аңдатпа. *Атмосферадағы зиянды қоспалардың таралу үрдісінің негізгі тәсілі қарастырылған. Атмосфераның шекаралық қабатындағы ластаушы заттарды тасымалдау үрдісін математикалық модельдеу үшін қажетті мәселелер мен мақсаттар анықталған. Атмосфераның шекаралық қабатының есептерін шешудегі маңызды аспектері көрсетілген. Бастапқы және шектік шарттарды қою ерекшеліктері анықталған. Модельдер жер бетінің қасиеттері мен ауа бассейнінің ластануы арқылы қоршаған ортаға түсетін жүктемені бағалауда туындайтын әртүрлі есептерді шешуге бағытталған.*

Түйін сөздер: *математикалық модель, атмосфераның шекаралық қабаты, ластаушы заттар.*

Атмосфералық ауа қоршаған орта мен адам ағзасына антропогендік әсер етуде үлкен рөл ойнайды. Атмосфералық қоспалардың таралу заңдылықтары мен олардың кеңістіктік-уақыттық таралу ерекшеліктерін анықтау – атмосфералық ауаның ластану үрдісін зерттеудегі маңызды мақсаттардың бірі. Ол үрдісті зерттеу үлкен мағынаға ие және қоршаған ортаны қорғау мақсатында белгілі бір қиындықтарға соқтырады. Атмосферада қоспалардың таралу заңдылықтары мен ерекшеліктерін анықтап, ауа бассейнінің ластануының өзгеру тенденциясын айқындаймыз, оның объективтік күйін бағалаймыз, ал зерттеу нәтижелері ретінде ауа тазалығын қамтамасыз ету бойынша мүмкін әрекеттерді тәжірибелік дайындауды аламыз. Атмосферадағы зиянды қоспалардың таралуын зерттеудің тиімді және үнемді тәсілдерінің бірі – математикалық модельдеу әдісін пайдалану, себебі шынайы, өндірістік және жартылай өндірістік зерттеулер өте қымбат, ал тәжірибелер жасау мүмкін емес. Өзгермеушілік және біркелкілік қасиеттерге ие сандық алгоритмдер мен берілген үрдістің математикалық моделін дұрыс таңдау арқылы қажет нәтижеге жетуге болады. Атмосферада зиянды қоспалардың таралуының тиімді моделін, алгоритмдерін және бағдарламаларын таңдау – ғылыми және тәжірибелік жағынан қызық, маңызды мәселе. Ол жер бетінің термиялық және орографиялық сипаттамаларының өзгерісі арқылы жергілікті аймақтардың атмосфералық айналымының құрылу шарттарын зерттеуге мүмкіндік береді. Біз таңдаған математикалық модельдер жер бетінің қасиеттері мен ауа бассейнінің ластануы арқылы қоршаған ортаға түсетін жүктемені бағалауда туындайтын әртүрлі есептерді шешуге бағытталған. Біз ұсынған сандық алгоритмдер барлық осы талаптарға жауап береді және тәжірибелік тұрғыда орындалатын алгоритмдері бар [1-2].

Атмосфераның шекаралық қабатындағы ластаушы заттарды тасымалдаудың жергілікті атмосфералық үрдісінің кеңістіктік моделі оның келесі негізгі блоктарын іске асырудан тұрады: атмосфераның шекаралық қабатының стационарлы емес бейсызықты үш өлшемді гидротермодинамикасы; топырақтағы ылғал алмасу мен жылу алмасу; атмосфераның шекаралық және жер үсті қабатында қоспаларды тасымалдау мен олардың диффузиясының үш өлшемді стационарлы емес моделі.

Атмосфераның шекаралық қабатының есептерін шешудегі маңызды аспекттердің бірі – гидротермодинамиканың теңдеулер жүйесі үшін математикалық жағынан дұрыс және физикалық жағынан қарама қайшы келмейтін бастапқы және шектік шарттар қою. Бастапқы және шектік шарттарды қою көп жағдайда әрбір нақты жағдайдың ерекшелігіне тәуелді. Сондықтан t=0 кезіндегі қарастырылған типті модельдерде өлшеулер нәтижелері бойынша кейбір жалпы ескертулерді қарастырайық және олар кіріс парамерлеріне жатады. Бірақ тәжірибеде бастапқы мезомасштабты өрістер туралы толық физикалық ақпарат алу қиын. Сондықтан атмосфералық айналыстың берілген түрі үшін сандық есептеулер жүргізу кезінде ауытқулардың бастапқы өрісі нөлдік деп саналады. Бұл жағдайда уақыт шамасы үлкен емес болса есептің шешімі метеорологиялық өрістердің шарттарға бейімделуін сипаттайды және бұл үрдіске турбуленттілік қатысады.

Метеоэлементтердің өрісі туралы ақпарат жүйелі аймақ сыртында орналасқан станция желісінен түскендіктен, жүйелі желі бұрыштарындағы метеоэлементтер шамасын қалпына келтіру үрдісін жүргізу керек. Берілген өлшеулерден өрістерді қалпына келтіру үшін Марчук Г.И., Пененко В.В., Протасов А.В. [3,4,5,6] жұмыстарында сипатталған алгоритмді пайдаланамыз. Шектік шарттар ретінде көлденеңінен бекітілген нүктелердегі метеоэлементтердің бедерлі шамаларының ауытқуынан сәйкес координаталар бойынша нөлге тең жеке туындылары алынады. Бұл шарттар топырақ рельефі мен температурасы туралы деректерге қарсы келмес үшін топырақ рельефі мен температурасы туралы функциялары, қоршаған орта шекарасының кейбір кіші аймақтарында төсеме беттің рельефі мен температурасының біртексіздігі жойылатындай болуы керек. Шектік шарттардың тік координатасы бойынша рұқсат етілген үлкен биіктікте метеорологиялық элементтердің ауытқуы сөнеді немесе инверсияның төменгі шекарасымен шектеледі, ол қозғалыстың жоғарғы жағы қозғалмайтын жазықтықпен шектелгендігін білдіреді. Кейде кейбір бекітілмеген бетте тік жылдамдық бекітілмеген шекараның функциясы болып табылады. Рельефтің бетінде жылдамдықтың көлденең құраушылары нөлге тең, ал тік құраушылары уақыт бойынша рельеф функциясының толық туындысына тең. Температура мен ылғалдық белгілі функция ретінде алынады. Бұл кезде атмосфераның жоғарғы шекарасын анықтайтын функция бастапқы сипаттамалардың бірі болып табылады. Сондықтан мұндай модельді пайдалануда гидротермодинамиканың теңдеулер жүйесін түрлендіру керек, ол есепті шешу барысында басқа метеоэлементтермен бірге жоғарғы шекараның функциясын анықтау және төсеме беттің рельефінің құрылымын ескеру қажет.

Қазіргі кезде бедерлі шаманың параметрлері мен жер үстілік турбулентті сипаттамаларына байланысты атмосфераның шекаралық қабатының биіктігін анықтаудың бірнеше әдісі белгілі, олар жылудың жер үстілік ағынының шамасы мен қозғалыс мөлшері көрсетілген Дирдорф фрмуласына негізделген.

Атмосфераның жер үсті қабатының физикалық сипаттамасының негізі – Монин-Обуховтың жұмысында көрсетілген стратификациялық ортадағы турбулентті режим үшін ұқсастық теориясы [7]. Осы теорияға сәйкес атмосфераның жер үсті қабаты үшін ұзындық, жылдамдық, температура масштабында нормаланған барлық статикалық сипаттамалар өлшемсіз биіктіктің әмбебап функциясы болып табылады, олар гидростатикалық орнықтылық параметрі ретінде алынады. Бұл жағдайда метеоэлементтердің орташа өрістерінің тік құрастырушылары кейбір функциялар арқылы биіктіктің өлшемсіз аргументіне тәуелді болады. Осы функциялардың нақты бір түрін білу арқылы жылудың, ылғал мен қозғалыстың турбулентті ағындарын анықтауға болады. Монин-Обуховтың ұқсастық теориясын [7] және Бусинджердің эмпирикалық функцияларын біле отырып, жер үсті қабатының теңдеулер жүйесін құрастырайық, оған үйкеліс жылдамдығы, потенциалдық температура мен меншікті ылғалдықтың масштабы, жер үсті қабатының биіктігі, Кофман тұрақтысы, жел үшін беттік параметрлер мен температура, жылу ағыны, үйкеліс және жылу беру коэффициенттері, төсеме беттің температурасы мен ылғалдығы және кейбір үздіксіз әмбебап функциялар кіреді. Ары қарай, жер үсті қабатының биіктігі үшін арналған формулалар жер үсті қабатынан жоғары орналасқан облыстағы жергілікті атмосфералық үрдістер есебі үшін төсеме беттің температурасы мен ылғалдығы белгілі координата мен уақыт функциясында орындалып тұрғанда шектік шарттар ретінде қолданылады. Болжау есептері үшін бұл шарт сәйкес келмейді, сондықтан нақты жағдайлар үшін басқа метеоэлементтермен бірге төсеме беттің температурасы мен ылғалдығы анықталады, сонымен қатар теңдеулер жүйесіне төсеме беттің температурасы мен ылғалдығының тұйықтаушы теңдеулері енгізіледі.

Атмосфераның шекаралық қабатының динамикасының термиялық және орографиялық біртекті емес төсеме беттермен өзара әрекетін есепке алатын ортақ модельдерді қарастырайық. Құрлық үшін ол – атмосферамен шекарадағы жылу тепе-теңдігінің теңдеуін есепке алатын топырақтың температуралық режимінің және ылғал алмасудың модельдері. Топырақта температураның таралуы белгілі теңдеумен сипатталады. Жер бетіндегі шарттары ретінде жылудың тепе-теңдік теңдеуін аламыз.

Жер үстілік ауаның температурасы мен ылғалданған беттің жиынтық булануы сол беттің әрекетінің инсоляциясына тәуелді екені белгілі. Төсеме беттің орографиялық біртекті емес тік шарттарына сәйкес баурайлар инсоляциясының олардың экспозициясына байланысты әртүрлілігі мезометеорологиялық қарама-қайшылықтарға әкеп соқтыруы мүмкін. Сондықтан жер баурайларының бетінде күн радиациясының ағынын есептеу үшін М.И.Будыконың жұмысындағы мөлшерленбеген формуланы қолданамыз [8]. Атмосфера динамикасының көптеген модельдерінде топырақтың температурасын табу үшін жылулық тепе-теңдік теңдеуі қолданылады. Топырақтың жылу физикалық сипаттамалары әртүрлі болады, соның нәтижесінде топырақтың әртүрлі типтерінің үстіндегі температураның үлкен емес қашықтықтарында да айырмашылық болады және ол төменгі қабаттардағы атмосфераға әсер етеді. Топырақ-ауа жүйесіндегі жылулық және ылғалдық режимдер өсімдіктің пайда болуына, дамуына және соған байланысты қоршаған ортаға да әсер етеді. Топырақтың ылғалдығының өзгерісі жер бетіндегі радиацияның тепе-теңдігін де өзгертеді. Ылғалдық артқан сайын альбедо кемиді.

Турбулентті алмасу мен турбулентті тұтқырлық коэффициенті тұрақты болған кезде гидродинамиканың теңдеулер жүйесін шешу, тіпті шекаралық қабат қалыңдығын берілген сыртқы параметр деп алса да, оның кейбір нақты физикалық қасиеттермен келісілетінін көрсетеді. Есептің шешімінің кемшілігі – турбулентті алмасу коэффициенті қандай үлкен шама болса да, желдің ығысуы геометриялық желдің ығысуына пропорционал. Атмосфераның шекаралық қабатының теңдеулер жүйесін диффузияның тік коэффициенттеріне тұйықтау үшін турбулентті энергияның тепе-теңдік теңдеуін шешуге негізделген әдісті пайдаланамыз, көлденең турбулентті алмасу операторлары тұтқыр кернеулер тензоры арқылы есептеледі.

Көлденең және тік турбулентті алмасуды сипаттау үшін әртүрлі әдістерді пайдаланамыз, себебі турбуленттік энергияның тепе-теңдік теңдеуінде атмосфераның температуралық стратификациясы ескеріледі, ол тік алмасу үшін өте маңызды. Табиғатта үлкен салыстырмалы ылғалдылық бұлтты қалыптастырады, сондықтан атмосфераның жоғары қабатында орналасқан кейбір жекеленген аумақтарда булану есебінен қосымша жылу ағыны пайда болу себепті атмосфера стратификациясы өзгереді. Көлденең өлшемдері бірнеше ондаған километрге жететін мезоүрдістерді бақылау арқылы, олардың көлденең өлшемдері 5-10 км және тік шамамен 1,5-2,5 км болатын бұлттар құратындығы анықталды. Соған байланысты ылғалдың фазалық ауысуын ескеру керек. Бұл кезде бастапқы және шектік шарттары бар атмосфераның шекаралық қабатының теңдеулер жүйесі сұйық фаза құру мүшесін ескере отырып және меншікті сулану үшін тасымалдау мен диффузия теңдеулерімен толықтырылып шешіледі. Өндірістік аумақтардың гидрометеорологиялық режимін сандық модельдеу үшін бастапқы берілгендер ретінде жүйелі тордың түйіндерінде метеоэлменттер шамасы болуы керек. Ал өлшеулерді аудан бойынша біртексіз орналастырылған метеостанцияларда жүргізеді. Сондықтан торлы аймақ негіздерінде олардың станциядағы шамалары бойынша метеоэлементтер шамасын қалпына келтіру мәселесі туындайды. Гидрометеоэлементтер өрісінің құрылысын қалпына келтіру В.В. Пененко жұмысына сәйкес орындалған [6,9].

Сонымен, біз атмосфераның шекаралық қабатында ластаушы заттарды тасымалдау үрдісін математикалық модельдеу үшін қажет мәселелер мен мақсаттарды анықтадық.

1. Айдосов А.А., Айдосов Г.А., Заурбеков Н.С. Моделирование распространения вредных веществ в нижнем слое атмосферы со свободной верхней границей воздушной массы и оценка экологической обстановки окружающей среды.// Промышленность Казахстана. – Алматы. - 2007. -№1(40). - С. 68-70.
2. Айдосов А.А., Айдосов Г.А., Заурбеков Н.С. Численное моделирование распространения вредных веществ в нижнем слое атмосферы с использованием информационной технологии // Комплексное использование минерального сырья. – Алматы. - 2007. - № 1 (250). – С. 99- 110.
3. Марчук Г.И. Численные методы в прогнозе погоды. – Л.: Гидрометеоиздат. - 1967. – 356 с.
4. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М.: Наука. - 1982. –319 с.
5. Протасов А.В. Численный метод решения задачи о свободных колебаниях Мирового океана в баротропном приближении // Метеорология и гидрология. – 1979. – №6.
6. Пененко В.В., Алоян А.Е. Численный метод расчета полей метеорологических элементов пограничного слоя атмосферы // Метеорология и гидрология. – 1976. – №6. – С.11-25
7. Обухов А.М. Адиабатические инварианты атмосферных процессов // Метеорология и гидрология. – 1964. – №2. – С.3-9.
8. Будыко М.И. Тепловой баланс земной поверхности. – Л.: Гидрометеоиздат, 1956. – 447 с.

9. Пененко В.В. Методы численного моделирования атмосферных процессов. – Л.: Гидрометеоиздат. - 1981. – 351 с.

Аннотация. *Рассматривается основные методы исследования распространения вредных примесей в атмосфере. Выявлены задачи и проблемы математического моделирования процесса переноса загрязняющих веществ в пограничном слое атмосферы. Определены важные аспекты при решении задач пограничного слоя атмосферы. Выявлены некоторые особенности постановки начальных и граничных условий. Модели направлены на решения различных задач, возникающих при оценке нагрузки природной среды с учетом свойств приземного слоя и загрязнения воздушного бассейна.*

Ключевые слова: *математическая модель, пограничный слой атмосферы, загрязняющее вещество.*

Abstract. *We consider the basic methods of research the spread of harmful impurities in the atmosphere. Identified challenges and problems of mathematical modeling of pollutant migration process substances in the atmospheric boundary layer. Identify important aspects in dealing with the atmospheric boundary layer problems. Some features of the formulation of initial and boundary conditions. Models are aimed at solving the various problems arising in the evaluation of the load of the environment, taking into account the properties of the surface layer and air pollution.*

Keywords*: mathematical model , the boundary layer of the atmosphere, contaminant.*

ӘОЖ 502/504 (035:3)

А. Айдосов, Н.С. Зәуірбеков, Н.Д. Зәуірбекова, Қ.А. Абсаматова

АТМОСФЕРАНЫҢ ЖЕР ҮСТІ ҚАБАТЫНДАҒЫ ЗИЯНДЫ ҚОСПАЛАРДЫ ТАСЫМАЛДАУДЫҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛІ

(Алматы қ., Алматы технологиялық университеті)

Аңдатпа. *Мақалада атмосфералық ауаның жер үсті қабатындағы зиянды қоспаларды тасымалдаудың моделі негізделген, математикалық моделдердің кластары айқындалған және пайдалану кезеңдері анықталған. Математикалық модельдерге қойылатын негізгі талаптар анықталған, олар санды талдаумен эксперименттік зерттеулер нәтижелерінің сыбайластығы, математикалық модельдердің жан-жақтылығы бізді қоршаған орта бірлігі мен оларды сипаттау тәсілдернің салдары көрсетілген.*

Түйін сөздер: *математикалық модель, зиянды қоспалардың атмосфера қабатында таралуы, зиянды қоспалар.*

Атмосфераның жерүсті қабатында ауа ластануының таралу заңдылықтарын және олардың кеңістікті-уақыттық таралу ерекшеліктерін зерттеуге ғылыми-тәжірибелік қызығушылық үнемі артып келеді. Олар ауаның ластануының өзгеру тенденциясы мен күйін объективті бағалау үшін, сонымен қатар ауа тазалығын қамтамасыз ету бойынша мүмкін әрекеттерді жоспарлаудың негізі болып табылады. Көптеген өндірістік аудандар мен қалаларда экологиялық жағдайдың кенеттен күшеюіне байланысты атмосфераның жер үсті қабатында ауа ластануының таралу үрдісін модельдеумен байланысты зерттеулер дамып келеді [1].

Қоршаған ортаға табиғаттық және техногендік апаттардың әсерін зерттеу мәселесі өзектілігін жоғалтқан емес. Осылай, өнеркәсіптік өндіріс орындары мен автокөліктердің жұмысы нәтижесінде қоршаған ортаға газ тәрізді және сұйылтылған өнімдер шығарылады, мысалы көміртегі оксиді, азот пен күкірт, альдегидтер, бензапирен, мырыш және т.б. Сонымен қатар жер үсті қабатында фотохимиялық реакциясы кезінде озон және тағы басқа адам денсаулығына және өсімдік пен жануар әлеміне қауіпті токсиканттар құрылады. Белгілі бір метеорологиялық шарттарда ластаушы заттардың аздаған мөлшері елді мекендерде жағымсыз экологиялық жағдай құрады. Нәтижесінде қоршаған ортаның үлкен масштабты ластануы болатын табиғаттық және техногендік апаттар бұдан да үлкен қауіп туғызады. Жоғарыда көрсетілген құбылыстарды тәжірибелік зерттеу қымбаттығынан, кейде тіпті толық физикалық модельдеу жүргізу мүмкін еместігіне байланысты, теориялық зерттеу әдісі – математикалық модельдеу әдісіне қызығушылық туғызады. Бұл жағдайда зерттеу объектісі құбылыстың өзі емес, оның математикалық моделі болып табылады, ол мысалға сәйкес бастапқы және шектік шарттары бар жеке туындыдағы дифференциалдық теңдеулер жүйесі түрінде алынуы мүмкін [2].

Математикалық модельдер екі класқа жіктеледі: детерминделген және стохастикалық (ықтималдық). Бұл жұмыста бірінші типті модельдер ғана қарастыралыд. Детерминделген тәсілді пайдаланатын математикалық модельдеу келесі кезеңдерден тұрады [1-3]:

1. Зерттелетін құбылысты физикалық талдау және объекттің физикалық моделін құру.

2. Ортаның реакциялық қасиеттерін, айналыс коэффициентін, ортаның құрылымдық параметрлерін анықтау және сәйкес бастапқы және шектік шарттары бар негізгі теңдеулер жүйесін шығару.

3. Қойылған шектік есептің сандық немесе талдамалық әдісін таңдау.

4. Егер сандық есептелуі келтірілсе, сәйкес теңдеулер жүйесі үшін дискретті аналогын алу.

5. Дискретті аналог үшін шешімін алу әдісін таңдау.

6. Есептеу машинасы үшін есептеу бағдарламасын дайындау. Есептеу бағдарламасын тесттік тексеру. Дифференциалдық теңдеулер жүйесінің сандық шешімін алу.

7. Белгілі тәжірибелік деректермен алынған нәтижелерді салыстыру, олардың физикалық интерпретациясы. Зерттелетін объектті параметрлік зерттеу.

Математикалық модельге қойылатын негізгі талап – сандық талдаудың алынған нәтижелерінің тәжірибелік зерттеу деректерімен сәйкес келуі. Осы шарттың орындалуы үшін қажет:

- математикалық модельде массаның, энергияның және импульстің сақталу заңдары орындалу керек;
- математикалық модель зерттелетін құбылыстың негізін дұрыс көрсетуі керек.

Бірде бір құбылысты математикалық модель көмегімен толық сипаттау мүмкін емес, сол себепті модельді қолдану шектерін көрсету керек, яғни сәйкес бастапқы және шектік шарттармен негізгі теңдеулер жүйесін алу кезінде қолданылатын болжамдарды анықтау керек.

Математикалық модельдердің жан-жақтылығы бізді қоршаған ортаның бірлігін көрсету мен оларды сипаттау әдістерінің салдары болып табылады. Сондықтан белгілі бір құбылысты математикалық модельдеуден алынған және жиналған әдістер мен нәтижелерді басқа үрдістердің кең класына ауыстырыла алады [4, 5] .

Мысалы, жылу алмасу мен гидродинамиканы сипаттайтын дифференциалдық теңдеулерді қарастырса, берілген үрдісті сипаттайтын тәуелдік айнымалылар жалпы сақталу заңына бағынады. Егер тәуелдік айнымалыны Ф деп белгілесе, онда жалпыланған дифференциалдық теңдеу түрі келесідей болады:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + div(\rho u\Phi) = div(\Gamma\, grad\,\Phi) + S\ , \qquad (1)$$

мұндағы Γ — айналыс коэффициенті (жылуөткізгіштіктің, диффузияның және т.б.); S — қорек көзінің мүшесі.

Г мен S шамаларының нақты түрі Ф айнымалысының сипатына байланысты. Жалпыланған дифференциалдық теңдеуге төрт мүше кіреді: стационар емес, конвективті, диффузиялық және қорек көзінің мүшесі. Тәуелдік Ф айнымалысы әртүрлі шаманы білдіреді, мысалы, температураны, құраушылардың массалық концентрациясын, жылдамдық құраушысын, турбеленттіліктің кинетикалық энергиясын және т.б. Айналыс коэффициенті Г мен қорек көзінің мүшесі S сәйкес мағынаға ие болады. Тығыздық ρ массалық концентрация, қысым, температура, күй теңдеуі сияқты айнымалылармен байланыста бола алады. Осы айнымалылар мен жылдамдық құраушылары массаның сақталу заңын немесе үздіксіздік теңдеуін қанағаттандыру керек, оның түрі:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + div(\rho u) = 0 \qquad (2)$$

(1) мен (2) теңдеулерін тензорлық түрде жазуға болады, олар кординаттардың декарттық жүйесінде келесідей болады:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i\Phi) = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma\frac{\partial\Phi}{\partial x_i}\right) + S\ ,\ i=1,2,3; \qquad \frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0\,.$$

Жалпыланған теңдеуді пайдалану арқылы жалпыланған сандық әдісті құруға болады және көп мақсаттық есептеу бағдарламасын дайындауға болады.

Жалпы жағдайда стационар месе кеңістіктік есептер шешу керек, олар есептеу бағдарламасын дайындау кезінде көбірек күшті қажет етеді. Есептердің қойылымында жоғарыда айтылған мәселелерді шешу үшін қойылған есепті шешу кезінде есептеу нәтижесіне қатты әсер етпейтін негізделген жорамалдар қолданылады.

Осылайша, құрылған математикалық модель көмегімен (атмосфераның жер үсті қабатында, сулы ортада және т.б.) әртүрлі сыртқы шарттар әсерінен (ауа температурасы, жел жылдамдығы, атмосферадағы температуралық стратификация және т.б.) ластанудың таралу динамикасын, және ластану көзінің параметрлерін зерттеуге болады. Алынған нәтижелерді орнатылған шектік-мүмкін концентрациялармен салыстыра отырып, әртүрлі уақыт моментіндегі әртүрлі құраушылар бойынша ластану деңгейін талдап, ауа бассейнінің ластану концентрацисын төмендету жолдарын ұсынуға болады.

Қалыңдығы 10-нан 100 м-ге дейін болатын жер бетінің үстіндегі атмосфералық ауа қабаты жер үсті қабаты деп аталады. Бұл қабатта барлық метеорологиялық элементтердің градиенттері мен турбулентті ағындар биіктігі бойынша қатысты тұрақтылығы максимал болады. Бұл қабаттағы үрдістер барлық шектік қабаттағы үрдістер тығыз байланыста болса да, тәжірибелік маңызды есептерді шешуде метеорологиялық элементтер мен бір жер үсті қабатындағы турбуленттілік сипаттамалары арасында ішкі байланыстар орнату керек [5] .

Айналыс үрдісі математикалық физиканың аралас шектік есебімен модельденеді және турбулентті диффузияны ескеретін айналыс теңдеуінен тұрады. Есептің қойылымы кезінде шектік шарттар ең төменгі қабатта z=0 және ең жоғарғы қабатта $z=h_3$ беріледі, қабаттардың бөлінуінің шекарасындағы жанасу шарттары қарастырылады.

Атмосфераның жер үсті қабатын физикалық сипаттау үшін стратифицирленген ортадағы турбулентті режим үшін болжау теориясы алынады [6, 7]. Осы теорияға сәйкес атмосфераның жер үсті қабаты үшін $L = \dfrac{u_*^2}{\lambda \chi^2 \theta_*}$ ұзындық масштабына нормаланған, $u_*^2 = \dfrac{\tau}{\rho}$ жылдамдық пен $T_* = \dfrac{H_1}{u_*}$ температурасының масштабына нормаланған барлық статистикалық сипаттамалар $\varsigma = \dfrac{z}{L}$ өлшемсіз биіктіктің әмбебап функциясы болып табылады, ол гидростатистикалық тұрақтылықтың параметрі ретінде алынады. Метеорорологиялық элементтердің орта өрістерінің тікелей градиенттері өлшемсіз аргументке тәуелді ς кейбір функциялар $\varphi_s(\varsigma)$, $\varphi_q(\varsigma)$ көмегімен анықталады. Осылайша, осы функциялардың нақты түрі жылу, ылғал мен қозғалыстың турбулентті ағындарын анықтауға мүмкіндік береді. Монин-Обухов теориясын және Бусинджердің эмпирикалық функциясын қолданып, жер үсті қабатының теңдеулер жүйесін жазайық:

$$\chi z \frac{\partial |\vec{u}|}{\partial z} = u_* \varphi_u(\varsigma), \qquad z\frac{\partial p}{\partial z} = p_* \varphi_\theta(\varsigma), \qquad p = \theta, q; \tag{3}$$

$$\chi |\vec{u}| = u_* f_u(\varsigma\varsigma_u), \qquad p - p_0 = p_* f_\theta(\varsigma\varsigma_0), \qquad \varsigma = z/L; \tag{4}$$

$$v_i = \frac{u_* \chi z}{\varphi_i(\varsigma)}, \qquad (v_i)_h = \frac{u_* \chi h}{\varphi_i(\varsigma_h)}, \qquad \text{i=u, v;} \tag{5}$$

$$\varsigma_h = h/L, \; L_* = \frac{u_*^2}{\lambda \chi^2 \theta_*}, \quad H_0 = \rho c_p \left(v_\theta \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_0 = \rho c_p c_u c_\theta |\vec{u}|_h (\theta_h - \theta_0), \tag{6}$$

$$c_u = \chi f_u^{-1}(\varsigma_h, \varsigma_0), \; c_\theta = \chi f_v^{-1}(\varsigma_h, \varsigma_0), \; \varsigma_u = \varsigma_h / \overline{H}, \; \varsigma_0 = \varsigma_h / \overline{H} z, \; \overline{H} = h / z_u, \; z = z_u / z_\theta \tag{7}$$

$$f_u(\varsigma, \varsigma_u) = \int_{\varsigma_u}^{\varsigma} \frac{\varphi_u(\xi)}{\xi} d\xi, \qquad f_\theta(\varsigma, \varsigma_u) = \int_{\varsigma_0}^{\varsigma} \frac{\varphi_\theta(\xi)}{\xi} d\xi, \tag{8}$$

мұндағы: $|\vec{u}| = (u^2 + v^2)^{1/2}$ – жылдамдық векторының модулі; u_* – үйкеліс жылдамдығы; θ_*, q_* – потенциалдық температура мен меншікті ылғалдылық масштабтары; h – жер үсті қабатының биіктігі; χ – Карман тұрақтысы; z_u, z_θ – жел мен температура үшін кедір-бұдырлық параметрі (0 және h индекстерімен z=0 мен z=h кезіндегі метеорологиялық өрістер белгіленген); H_0 – жылу ағыны; H_0 c_u, c_θ – үйкеліс және жылу берілісінің коэффициенттері; H_0 φ_i, f_i – үздіксіз әмбебап функциялар; H_0 θ_0, q_0 – төсеуші беттің температурасы мен ылғалдылығы.

(3)-(4) формулаларын біріктіре отырып, z=h деп алып, алатынымыз:

$$\alpha \frac{\partial p}{\partial \delta} = \frac{\varphi_\theta(\varsigma_h)}{f_\theta(\varsigma_h, \varsigma_0)}(p - p_0), \;\; p = (\theta, q), \;\; \alpha \frac{\partial}{\partial \delta} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \frac{\varphi_u(\varsigma_h)}{f_u(\varsigma_h, \varsigma_0)} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}, \tag{9}$$

мұндағы $\alpha = h / \overline{h}(x, y, t)$.

Ары қарай (9) формулалары θ_0, q_0 шамалары x, y, t бойынша белгілі функциялар болғандағы жер үсті қабатынан жоғары жергілікті атмосфералық үрдістер есебі үшін шектік шарттар болып алынады.

(9) шектік шартарын құру кезінде ауа массасының төменгі шекарасында төсеуші беттің температурасы мен ылғалдылығы θ_0, q_0 берілген деп болжанады. Болжау

есептері үшін ол мүмкін емес, сондықтан теңдеулер жүйесін тұйықтау үшін төсеуші беттің температурасы мен ылғалдылығы метеоэлементтермен бірге анықталатындай модель құру керек. Қазіргі кезде осы есепті шешу үшін қолданылатын әдіс – термиялық және орографиялық біртексіз төсеуші беттің өзара әрекеттесуіндегі атмосфераның шекаралық қабатының динамикасының моделін құру болып табылады. Құрғақ жер үшін топырақтың температуралық режимінің осы моделі – атмоферамен шекарадағы жылу балансының теңдеуі және ылғал алмасу моделі. Қарапайымдылық су беті үшін θ_0, q_0 функциялары берілген деп есептейміз:

$$\theta_0 - f_0(t), \qquad q = 0{,}622 * E_0(\theta_0)/p, \tag{10}$$

мұндағы: E_0 – θ_0 температурасы кезінде су буының қанығу икемділігі; p – атмосфералық қысым; $f_0(t)$ – су бетінің температурасы.

Топырақта температураның таралуы келесі өрнекпен сипатталады:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \eta} K_s \frac{\partial T}{\partial \eta}, \tag{11}$$

мұнда: $T = \bar{T} + T'$ – топырақтың абсолют температурасы; T' – топырақ температурасының ортатәуліктік шамадан ауытқуы; $\bar{T} = const$; $K_s(x, y, z)$ – топырақтың температура өткізгіштік коэффициенті беріледі.

Шарт ретінде Жер бетіндегі жылу балансының теңдеуін келесідей лаамыз:

$$G_s - \rho c_p \left(v_\theta \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_0 - a_s \rho L_w \left(v_q \frac{\partial q}{\partial z} \right)_0 = I_0 * (1 - A_s) + J_s - F_s, \tag{12}$$

мұндағы $G_s = \lambda_s \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_s$ – топырақ беті арқылы жылу берілісі (“0” индексімен z=0 кезіндегі шамалар белгіленген); $\lambda_s = c_s \rho_s K_s$, ρ_s, c_s, K_s – тығыздық, меншікті жылу сыйымдылығы, топырақтың жылу өткізгіштік коэффициенті; ρ – ауа тығыздығы; I_0 – қысқа толқындық күн радиациясының сомалық (жалпы) ағыны; A_s – төсеуші беттің альбедосы; F_s – тиімді ұзын толқынды сәуле шығару; a_s – төсеуші беттің әртүрлі бетінде оның біртексіздігіне байланысты булану мен конденсацияға жылудың әртүрлі мөлшері жұмсалатынын көрсететін өлшемсіз коэффициент; $J_s(x, y, t)$ – антропогендік жылу көздерін сипаттайтын функция.

Желсіз температура кезінде z=0 мен $z = z_\theta$ деңгейлері арасындағы температураның түсуі үлкен шамаларға жетуі мүмкін, Сондықтан, (12) теңдеуін шешуде тұтқыр қабат үшін жартылай эмпирикалық параметрленген формула қолданылады:

$$\theta_c - \theta_0 = 0{,}0962 \theta_* \left(u_* z_\theta / v \right)^{0{,}45} \tag{13}$$

(12) теңдеуі z=0 үшін (11) теңдеудің шектік шарттары болып табылады. (11) үшін екінші шектік шарты $H_П$ тереңдікте беріледі, онда топырақтағы температураның тәуліктік тербелісі болмайды, яғни:

$$z = -H_П \ \text{кезінде} \qquad T = T_П \tag{14}$$

(12), (14) шектік шарттары бар (11) теңдеуін шешу әдісі қарастырылған. бойынша топыраққа берілетін жылу ағынының аяққы-айырымдық аналогын жазамыз:

$$G_s = \lambda_s \frac{T_s - T_1}{\Delta \eta_1}, \tag{15}$$

мұндағы: $\Delta\eta_1$ – тереңдігі бойынша тор қадамы; $\Delta\eta_1$ T_1 – бірінші есептеу деңгейіндегі топырақ температурасының мәні.

(11) теңдеуі аяқтау әдісімен сандық жолмен шешіледі. Аралық есептеулер жүргізбей, шешімін түрінде көрсетеміз:

$$T_1 = \beta_1 T_s + z_1, \tag{16}$$

мұндағы β_1, z_1 – есептеу коэффициенттері.

(16) теңдеуін (15) қою арқылы (13) теңдеуін келесідей шешеміз:

$$\theta_0 = \frac{\tilde{\theta} + \tilde{c}F\theta_h}{1 + \tilde{c}F}, \tag{17}$$

мұндағы

$$F = \left[A - L_w + 4 * \left(\frac{F_s}{T_s} \right)^{n-1} - \lambda_s (\beta_1 - 1) \right]^{-1};$$

$$\tilde{c} = \left[Ac_p + 4 * \left(\frac{F_s}{T_s} \right)^{n-1} - \frac{\lambda_s \theta_0^{n-1} (\beta_1 - 1)}{\Delta \eta_1} \right] * \frac{0{,}0962 c_\theta \left(c_u |\vec{u}|_h z_\theta / \nu \right)^{0,45}}{\chi};$$

$$\theta_0 = \tilde{\theta}_0^{n-1} + F \left[I_0 (1 - A_s) - F_s^{n-1} + \lambda_s \theta_s^{n-1} \frac{1 - \beta_1}{\Delta \eta_1} \right] + J_s + a_s AFL_w \left(q_h - q_0^{n-1} \right) + a_s A\mu F \left(\theta_0 - \theta_s \right)^{n-1}$$

Осылайша, θ_0 есептелген шамасы бойынша θ_s температурасын анықтауға болады. Тәжірибеде жер үсті сипаттамаларын табу үшін келесі эмпирикалық формулалар қолданылады:

Альбрехт формуласы :

$$I_0 = a_0 Sinz_c - b_0 \sqrt{Sinz_c}, \qquad I_0 \geq 0; \tag{18}$$

$$Sinz_c = Sin\varphi Sin\psi + Cos\varphi Cos\psi Cos\gamma, \; \gamma = (t - 12)\pi / 12,$$

мұндағы z_c – Күннің аспан биігіндегі бұрышы; φ – елді мекеннің ені; γ – Күннің сағаттық бұрышы; ψ – Күннің төмен түсуі, бұрылуы; a_0, b_0 – берілген тұрақтылар.

Брендт формуласы:

$$F_s = \delta f_s T_0^4 (a_e + b_e \sqrt{e}), \tag{19}$$

мұндағы: δ – Стефан-Больцман тұрақтысы; f_s – топырақтың күкірттену коэффициенті; a_e, b_e – эмпирикалық тұрақтылар; e – су буының икемділігі.

Су бетіндегі кедір-бұдырлық параметрін анықтайтын Чарнок формуласы:

$$z_0 = 0{,}035 u_*^2 / g. \tag{20}$$

Магнус формуласы:

$$q_H(T) = \frac{0{,}622}{\rho} * 6{,}11 * \exp\left[\frac{17{,}55 * (T - 273{,}15)}{T - 31{,}25} \right]. \tag{21}$$

Альбрехт формуласы тегіс елді мекен үшін күн радиациясы ағынын есептеу үшін арналған. Ауаның жер үсті қабатының температурасы мен ылғалданған беттің жалпы булануы сол беттің инсоляциясына тәуелді. Еңісті жер инсоляциясындағы айырмашылықтар олардың экспозициясына байланысты төсеуші беттің орографиялық біртексіздік шарттарында біршама үлкен мезометрологиялық қарама-қайшылықтарға әкелуі мүмкін. Сондықтан еңісті жер бетіндегі күн радиациясының ағынын есептеу үшін келесі формуланы қолданамыз:

$$S_h = S_0 Cos\alpha, \tag{22}$$

мұндағы

$$Cos\alpha = Sinz_c Cos\alpha_r + Cos\psi_\alpha (Sin\varphi Cos\varphi Cos\gamma - Sin\varphi Cos\psi_\alpha Cos\psi)\ \ Sin\alpha_r + \\ + Sin\psi_\alpha Cos\psi Sin\gamma Sin\alpha_r\ ;\quad ;$$

S_0 – күн тұрақтысы; α_r – күн сәулесінің жер бетіне түсу бұрышы; ψ_α – меридиан жазықтығынан есептелетін көлденең бетке еңісті жер нормалінің проекциясының азимуты (ψ_α шамасы оңтүстіктен сағат тілі бағытымен есептегенде оң шама болып алынады).

α_r, ψ_α функцияларын келесідей аламыз:

$$\alpha_r = arctg\left[(\delta_x^2 + \delta_y^2)^{1/2}\right], \quad \psi_\alpha = arctg(\delta_x / \delta_y) + k\pi . \tag{23}$$

k параметрінің шамасы егісті жердің бағытына байланысты өзгереді. (18) формуласын S – бұрылған бетке қарай жалпы радиация ағыны үшін жазамыз:

$$S_r = a_0 Cos\alpha - b_0 \sqrt{Cos\alpha}\ . \tag{24}$$

$\alpha_r = 0$ кезінде (24) мен (18) формулалары сәйкес келетінін оңай байқауға болады.

1. Айдосов А.А., Айдосов Г.А., Заурбеков Н.С. Модели экологической обстановки окружающей среды при реальных атмосферных процессах –Алматы. «ИНДАН», 2010. – 308 с.
2. Айдосов А.А., Айдосов Г.А., Заурбеков Н.С. Моделирование распространения вредных веществ в нижнем слое атмосферы со свободной верхней границей воздушной массы и оценка экологической обстановки окружающей среды.// Промышленность Казахстана. – Алматы. - 2007. -№1(40). - С. 68-70.
3. Айдосов А.А., Айдосов Г.А. Теоретические основы прогнозирования природных процессов и экологической обстановки окружающей среды. Книга 1, Теоретические основы прогнозирования атмосферных процессов и экологической обстановки окружающей среды. - Алматы: Изд-во «Қазақ университеті", 2000.- 290 с.
4. Айдосов А.А., Айдосов Г.А., Н.С.Заурбеков, С.Н. Кожаметов Современные основные техники и технологии удаления взвешенных веществ из атмосферных выбросов // Вторые Рыскуловские чтения «Казахстан: конкурентоспособность и модернизация»: материалы международной научно-практической конференции. Часть 1. – Алматы, Экономика, 2007. – С. 546-554.
5. Айдосов А.А., Айдосов Г.А., Ажиева Г.И. Заурбеков Н.С. Модельная оценка техногенной нагрузки компонентов природной среды нефтегазодобывающего региона – Алматы. 2015 (монография). – 160 с.
6. Айдосов А.А., Заурбеков Н.С., Заурбекова Г.Н. Вычислительный эксперимент реализации численных расчетных моделей переноса и диффузии примеси в пограничном слое атмосферы // Вестник Алматинского технологического университета, выпуск 5, 2012. – Алматы. 2012. – С. 88-95.
7. Заурбеков Н.С. Разработка комплекса программ на основе математического моделирования пограничного слоя атмосферы со свободной верхней границей воздушной массы // Вестник Алматинского технологического университета, выпуск 6, 2012. – Алматы. 2012. – С. 5-11.

Аннотация. *В статье разработаны обоснованные модели переноса вредных примесей в приземном слое атмосферы, выявлены классы математических моделей и определены этапы использования. Определено главное требование к математической модели согласованность полученных результатов численного анализа с данными экспериментальных исследований, универсальность математических моделей является следствием отражения единства окружающего нас мира и способов его описания.*

Ключевые слова: *математическая модель, распространения вредных примесей в слое атмосферы, вредные примесей.*

Abstract. *The paper - based model developed by the transfer of harmful impurities in the surface layer of the atmosphere, identified classes of mathematical models and defined the stages of use. Determined the main requirement for a mathematical model of the consistency of the results of numerical analysis with the data of experimental studies , the universality of mathematical models is the result of reflection of the unity of the world around us and how to describe it .*
Keywords*: mathematical model, the spread of harmful impurities in the atmosphere layer, harmful impurities.*

УДК 517.956

С.А. Алдашев, Н.Т. Аубакиров*

ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ТРЕХМЕРНОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

(г. Алматы, Казахский национальный педагогический университет им. Абая, *- магистрант)

Аннотация. *В статье рассматривается область цилиндрического трехмерного гиперболического уравнения для изучения свойств понятий трехмерных гиперболических уравнений. Дана задача Дирихле в цилиндрической области для вырождающегося трехмерного гиперболического уравнения. Так же, рассматриваются основные свойства линейных операторов и свойства обратных операторов. Поэтому важное место в теории линейных и нелинейных эллиптических уравнений занимает и третья категория вопросов. В работе приведен новый класс вырождающегося трехмерного гиперболического уравнения, для которого в цилиндрической области однозначно разрешима задачи Дирихле.*
Ключевые слова: *цилиндрическая область, гиперболическое уравнение, вырождение, решение.*

В теории уравнений частных производных гиперболического типа краеве задачи с данными на всей границе области служат примером некорекктна поставленных задач [1,2]. В статях [3,4] показана корректность задачи Дирихле в цилиндрической области для вырождающихся многомерных гиперболических уравнений.

В данной работе приведен новый класс вырождающегося трехмерного гиперболического уравнения, для которого в цилиндрической области однозначно разрешима задачи Дирихле.

Пусть D_β- цилиндрической область евклидова пространства E_3 точек (x_1, x_2, t) ограниченная цилиндром $\Gamma = \{(x,t)\colon\ |x| = 1,$ плоскостями $t = \beta > 0$ u $t = 0,$ где $|x| -$ длина вектора $x = (x_1, x_2)$. Части этих поверхностей, образующих границу ∂D_β области D_β, обозначим через $\Gamma_\beta, S_\beta, S_0$ соответственно.

В области D_β рассмотрим вырождающегося трехмерное гиперболические уравнение

$$\sum_{i=1}^{2} k_i(t) u_{x_i x_i} - u_{tt} = 0 \tag{1}$$

где $k_i(t) > 0$ при $t > 0$ и могут обращаться в нуль при $t = 0$, $k_i(t) \in C([0,\beta]) \cap C^2\big((0,\beta)\big), i = 1,2.$

В дальнейшем нам понадобиться связь декартовых координат x_1, x_2, t с полярными r, θ, t:

$$x_1 = r cos\theta, \quad x_2 = r sin\theta, \quad r \geq 0, \quad 0 \leq \theta < 2\pi, t = t.$$

В качестве многомерной задачи Дирихле рассмотрим следующую

Задача 1. Найти решение уравнения (1) в области D_β из класса $C(\overline{D}_\beta) \cap C^2(D_\beta)$, удовлетворяющее краевым условиям

$$u\Big|_{S_\beta} = \varphi(r,\theta), \quad u\Big|_{\Gamma_\beta} = \psi(t,\theta), \quad u\Big|_{S_0} = \tau(r,\theta), \tag{2}$$

Пусть $\varphi(r,\theta), \tau(r,\theta), \quad \psi(t,\theta) \in C(\overline{\Gamma}_\beta) \cap C^2(\overline{\Gamma}_\beta)$.

Тогда справедлива

Теорема. Если выполняется условие

$$\cos \mu_{s,n}\beta' \neq 0, \quad s = 1,2,\dots \tag{3}$$

то задача 1 имеет единственное решение, где $\mu_{s,n}$ – положительные нули функций Бесселя первого рода $J_n(z), \beta' = \int_0^\beta \sqrt{\frac{[k_1(\xi)+k_2(\xi)]}{2}}d\xi,\ n = 0,1,\dots,$

Доказательство. Так как искомое решение задачи 1 из класса $C(\overline{D}_\beta) \cap C^2(D_\beta)$, то его можно искать в виде ряда

$$u(r,\theta,t) = u_{10}(r,t) + \sum_{n=1}^{\infty}(u_{1n}(r,t)\cos n\theta + u_{2n}(r,t)\sin n\theta), \tag{4}$$

где $u_{10}(r,t), u_{1n}(r,t), u_{2n}(r,t)$ - функции, которые будут определены ниже.

Подставив (4) в (1), в полярных координатах будем иметь

$$\begin{aligned}
&k_1(t)\left(\cos^2\theta\, u_{10rr} + \frac{\sin^2\theta}{r}u_{10r}\right) + k_2(t)\left(\sin^2\theta\, u_{10rr} + \frac{\cos^2\theta}{r}u_{10r}\right) - u_{10tt} + \\
&+\sum_{n=1}^{\infty}\left\{k_1(t)\left[\cos^2\theta(\cos n\theta u_{1nrr} + \sin n\theta\, u_{2nrr}) + \frac{\sin^2\theta}{r}(\cos n\theta u_{1nr} + \sin n\theta\, u_{2nr}) + \right.\right.\\
&+\frac{n\sin 2\theta}{r}(\sin n\theta u_{1nr} - \cos n\theta\, u_{2nr}) + \frac{n\sin 2\theta}{2r^2}(\cos n\theta u_{2n} - \sin n\theta\, u_{1n}) - \\
&\left.-\frac{n^2\sin^2\theta}{r^2}(\cos n\theta u_{1n} + \sin n\theta\, u_{2n})\right] + k_2(t)[sin^2\theta(\cos n\theta u_{1nrr} + \sin n\theta\, u_{2nrr}) + \\
&+\frac{n\sin 2\theta}{r}(\cos n\theta u_{2nr} - \sin n\theta\, u_{1nr}) + \frac{\cos^2\theta}{r}(\cos n\theta u_{1nr} - \sin n\theta\, u_{2nr}) + \\
&\left.+\frac{n\sin 2\theta}{2r^2}(\sin n\theta u_{1n} - \cos n\theta\, u_{2n}) - \frac{n^2\cos^2\theta}{r^2}(\cos n\theta u_{1n} + \sin n\theta\, u_{2n})\right] - \\
&-\cos n\theta\, u_{1ntt} - \sin n\theta\, u_{2ntt} = 0.
\end{aligned} \tag{5}$$

Из (5), учитывая ортогональность ([5]) систем тригонометрических функций $\{1, \cos n\theta, \sin n\theta,\ \ n = 1,2,\dots\}$ $[0,2\pi]$ получим

$$k(t)\left(u_{10rr} + \frac{1}{r}u_{10r}\right) - u_{10tt} = 0, \tag{6}$$

$$k(t)\left(u_{jnrr} + \frac{1}{r}u_{jnr} - \frac{n^2}{r^2}u_{jn}\right) - u_{10tt} = 0, \quad j = 1,2,\dots, n = 1,2,\dots,$$

$$k(t) = \frac{k_1(t) + k_2(t)}{2},$$

при этом краевое условие (2) имеют вид

$$\begin{aligned}
&u_{10}(r,\beta) = \varphi_{10}(r), \quad u_{10}(1,t) = \psi_{10}(t), \qquad u_{10}(r,0) = \tau_{10}(r), \\
&u_{jn}(r,\beta) = \varphi_{jn}(r), \quad u_{jn}(1,t) = \psi_{jn}(t), \qquad u_{jn}(r,0) = \tau_{jn}(r),
\end{aligned} \tag{7}$$

где $j = 1,2,\ \ n = 1,2,\dots,$

$$\varphi_{10}(r) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\varphi(r,\theta)\,d\theta, \psi_{10}(t) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\psi(t,\theta)d\theta,$$

$$\varphi_{1n}(r)=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\varphi(r,\theta)\cos n\theta\,d\theta,\psi_{1n}(t)=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\psi(t,\theta)\cos n\theta\,d\theta,$$

$$\varphi_{2n}(r)=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\varphi(r,\theta)\sin n\theta\,d\theta,\psi_{2n}(t)=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\psi(t,\theta)\sin n\theta\,d\theta,$$

$\tau_{10}(r)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\tau(r,\theta)\,d\theta,\ \ \tau_{1n}(r)=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\tau(r,\theta)\cos n\theta\,d\theta,$
$\tau_{2n}(r)=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\tau(r,\theta)\sin n\theta\,d\theta,$ n=1,2… .

Таким образом, задача 1 сведена к задачам (6), (7), которые, как показаны в работах [3,4] при выполнении условии (4) однозначно разрешимы.

Следовательно, единственным решением задачи 1 является функции (4), где $(u_{10}(r,t)(u_{jn}(r,t)$, j=1,2, n=1,2…, определяются из задач (6), (7).

k(t) $(u_{jnrr}+\frac{1}{r}u_{jnr}-\frac{n^2}{r^2}u_{jn})$ - u_{10tt}=0, j=1,2,…, n=1,2,…,

k(t) =$\frac{k_1(t)+k_2(t)}{2}$ при этом краевые условия (2) и (3) имеют вид

u_{10} (r,β)=($\varphi_{10}(r),\ u_{10}(1,t)=\psi_{10}\,(t),u_{10}(r,0)=\tau_{10}$ (r) (8)

u_{jn} (r,β)=($\varphi_{jn}(r),\ u_{jn}(1,t)=\psi_{jn}\,(t),u_{jn}(r,0)=\tau_{jn}$ (r) (9)

u_{10} (r,β)=($\varphi_{10}(r),\ u_{10}(1,t)=\psi_{10}\,(t),u_{10}(r,0)=\vartheta_{10}$ (r) (10)

u_{jn} (r,β)=($\varphi_{jn}(r),\ u_{jn}(1,t)=\psi_{jn}(t),u_{jn}(r,0)=\vartheta_{jn}$ (r) где j=1,2, n=1,2…, (11)

ψ_{10}(r)=$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\varphi$ (r,θ) dθ, ψ_{10}(t)=$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\psi$ (r,θ) dθ

φ_{1n}(r) =$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\varphi$ (r,θ) cos n$\theta\ d\theta,\psi_{1n}$ (t) =$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\psi$ (t,θ) $\cos n\theta\ d\theta,$

φ_{2n}(r) =$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\varphi$ (r,θ) sin n$\theta\ d\theta,$ ψ_{2n}(t) =$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\psi$ (t,θ) $\sin n\theta\ d\theta,$

τ_{10}(r)=$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\tau$ (r,θ) dθ, ϑ_{10}(t)=$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\vartheta$ (t,θ) dθ

τ_{1n}(r) =$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\tau$ (r,θ) cos n$\theta\ d\theta,\vartheta_{1n}$(r) =$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\vartheta$ (r,θ) $\cos n\theta\ d\theta,$

τ_{2n}(r) =$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\tau$ (r,θ) sin n$\theta\ d\theta,$ ϑ_{2n}(r) =$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\vartheta$ (r,θ) $\sin n\theta\ d\theta,$

n=1,2…,

Таким образом, задача 1 сведена к задачам (8), (9) и (10), (11), которые, как показаны в при выполнении условии (4) однозначно разрешимы.

Следовательно, единственным решением задачи 1 являются функции (5), где $(u_{10}(r,t)(u_{jn}(r,t),$ j=1,2, n=1,2…, определяются из задач (8), (9) и (10), (11).

Учитывая ограничения на заданные функции $\varphi(r,\theta),\psi$ (r,θ)$,\vartheta\,(r,\theta)$ аналогично можно показать, что полученное решение (4) принадлежит искомому классу С(D_β) ∩С²D_β.

Следовательно, единственным решением задачи 1 является функция (4), где $u_{10}(r,t)\ u_{jn}(r,t)$, j=1,2, n=1,2,…, определяются из задач (6), (7).

Учитывая ограничения на заданные функции $\varphi(r,\theta),\psi(r,\theta),\ \tau(r,\theta),$ аналогично как в [3,4], можно показать, что полученное решение (4) принадлежит искомому классу $C(\overline{D}_\beta)\cap C^2(D_\beta)$.

1. Бицадзе А.В. Уравнения смешанного типа. М.: Изд-во АН СССР, 1959 -164с.
2. Нахушев А.М. Задачи со смещением для уравнения в частных производных. М.: Наука, 2006 -287 с.

3. Алдашев С.А. Корректности задач Дирихле и Пуанкаре в цилиндрической области для многомерного уравнения Чаплыгина // Научные ведомости БелГУ. Сер. Математика. Физика. Белгород. 2012. №5 (124), вып.6 -с.12-24
4. Алдашев С.А. Корректности задач Дирихле и Пуанкаре в цилиндрической области для многомерных гиперболических уравнений с оператором Чаплыгина // Владикавказский матем.журнал, 2013, Т,15, вып.2 -с. 3-10
5. Колмогоров А.Н., Фомин С.В.Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1976 -543с.

Аңдатпа. *Бұл мақалада цилиндрлық облыста азғындалған үш өлшемді гиперболалық теңдеуге ұғымдар қарастырылған.Үш өлшемді гиперболалық теңдеулердің қасиеттерін зерттеп, шешудің ең негізгісі – Дирихле туралы жалпы мағлұмат бердік. Сызықтық операторлардың және кері операторлардың негізгі қасиеттерін зерттеулер де қарастырылған.Сондықтан да сызықты және сызықты емес эллипстік теңдеулер үшінші категориялы сұрақтардың алатын орны өте маңызды. Сонымен қатар бұл жұмыста жаңа азғындалған үш өлшемді гиперболалық теңдеулеріне цилиндр облысында Дирихле есебінің шешімінің барлығы және жалғыздығы дәлелденген.*
Түйін сөздер: *цилиндрлік облыс, гиперболалық теңдеу, азғындалу, шешім.*

Abstract. *In this article the focuses on the area of the cylindrical three-dimensional hyperbolic equations to study the properties of three-dimensional concepts hyperbolic equation. Dirichlet's problem in a cylindrical domain for a degenerate three-dimensional hyperbolic equation. Is considered the basic properties of linear operators and properties of inverse operators are available. Therefore the important place in the theory of the linear and nonlinear elliptic equations is taken up also by the third category of questions. A new class over of degenerate three-dimensional hyperbolic equalization for that in a cylindrical area simply solvable the Dirichlet's problem is in process brought.*
Key words: *cylindrical domain, hyperbolic equation, degeneration, decision.*

УДК 517.9
Н.К. Аширбаев [1], Р.Б. Бекмолдаева [1], А.Б. Иманбетова[1], J. Banaś [2]

О РАЗРЕШИМОСТИ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТИПА ВОЛЬТЕРРА-СТИЛТЬЕСА

([1] г. Шымкент, Южно-Казахстанский государственный университет им. М.Ауэзова, Poland, [2] Department of Mathematics, Rzeszrow University of Technology)

Аннотация. *В теории интегральных уравнений и их многочисленных приложениях можно встретить несколько классов интегральных уравнений, имеющих важное значение. Этот факт связан в основном с приложениями упомянутых классов интегральных уравнений к описанию нескольких событий реального мира. В связи с этим в данной статье рассмотрены некоторые результаты, касающиеся нелинейных интегральных уравнений Вольтерра-Стилтьеса. Рассмотрено доказательство теоремы о существовании решений интегрального уравнения Вольтерра-Стилтьеса. Функция являющаяся решением данного уравнения имеет конечный предел на бесконечности.*
Ключевые слова: *разрешимость, непрерывная, ограниченная, интегральные уравнения типа Винера-Хопфа, Вольтерра-Винера-Хопфа, Вольтерра-Стилтьеса.*

1. Введение. Интегральные уравнения типа Винера-Хопфа создают очень важную ветвь теории интегральных уравнений. Интегральные уравнения такого типа относятся к части теории интегральных уравнений, которые часто называются как интегральные уравнения, зависящие от разности аргументов [1]. Стоит отметить, что интегральные уравнения типа Винера-Хопфа находят множество приложений. Например, они применяются для описания некоторых задач радиационного равновесия [2] и в теории дифракции [3]. Кроме того, отражение плоской электромагнитной волны бесконечными множествами пластин также исследовалось с помощью интегральных уравнений Винера-Хопфа [4]. Другие возможные применения теории интегральных уравнений Винера-Хопфа связаны с динамической упругостью [5], дифракцией плоских волн круговым конусом [6] и т.д.

Классическое интегральное уравнение Винера-Хопфа имеет вид

$$x(t) = a(t) + \int_a^b k(t-s)\, f(s, x(s))ds, \qquad (1)$$

где $t \in [a,b]$ и $k : R \to R$ – данная функция, непрерывная и интегрируемая на множестве действительных чисел R, то есть, существует конечный несобственный интеграл:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} k(u)du\,. \qquad (2)$$

Очевидно, что вместо (1) можно рассматривать его аналог в "неограниченной области", имеющий форму

$$x(t) = a(t) + \int_0^\infty k(t-s)\, f(s, x(s))ds \qquad (3)$$

или даже более общие уравнения.

Далее исследуем аналог Вольтерра интегральных уравнений Винера-Хопфа (1) и (3), который имеет форму

$$x(t) = a(t) + \int_0^t k(t-s)\, f(s, x(s))ds, \qquad (4)$$

где $t \in R_+$ или $t \in [0,T]$ при $T > 0$.

Обратим внимание на то, что интегральное уравнение Вольтерра-Винера-Хопфа (4) представляется вполне естественно, как частный случай (1) и (3). В самом деле, если мы потребуем, чтобы

$$k(u) = 0 \quad \text{для} \quad u \le 0, \qquad (5)$$

то (3) сводится к (4). Это наблюдение оправдывает интерес к изучению интегральных уравнений Вольтерра-Винера-Хопфа.

Чтобы сделать исследования более общими и более удобными, мы рассмотрим так называемое интегральное уравнение Вольтерра-Стилтьеса, имеющее форму

$$x(t) = a(t) + \int_0^t f(s, x(s))d_s K(t,s), \qquad (6)$$

где интеграл понимается в смысле Римана-Стилтьеса.

2. Обозначения, определения и вспомогательные результаты. Исследование будет проводиться в банаховом пространстве функций $BC(R_+)$, состоящем из всех вещественных функций, определенных, непрерывных и ограниченных на отрезке R_+, где $R_+ = [0,\infty)$. Это пространство наделяется классической нормой супремума

$$\|x\| = \sup\{|x(t)| : t \ge 0\} \qquad (7)$$

Отметим, что в пространстве $BC(R_+)$, классический критерий Арцела- Асколи для относительной компактности не работает. Имеются только несколько достаточных условий, гарантирующих относительную компактность [7,8]. Рассмотрим ниже достаточное условие такого типа [8].

Теорема 1. Пусть X непустое и ограниченное подмножество пространства $BC(R_+)$ Предположим, что X локально равностепенно - непрерывное; то есть, для любого $T>0$ функции из X равностепенно-непрерывные на отрезке $[0,T]$. Более того предположим, что выполнено следующее условие.

Для любого $\varepsilon>0$ существует число $T>0$ такое, что для любой функции $x\in X$ и для всех $t,s\in[T,\infty)$ выполнено неравенство $|x(t)-x(s)|\le\varepsilon$.

Тогда множество X относительно компактно в пространстве $BC(R_+)$.

Замечание 1. Отметим, что в случае, когда множество X удовлетворяет условиям, наложенным в теореме 1, все функции из X стремятся к конечным пределам на бесконечности равномерно по множеству X.

В дальнейшем используем понятие модуля непрерывной функции из пространства $BC(R_+)$. Таким образом, зафиксируем произвольно $\mathrm{T}>0$ и возьмем функцию $x\in BC(R_+)$. Рассмотрим величину

$$\omega^{\mathrm{T}}(x,\varepsilon)=\sup\{|x(t)-x(s)|:t,s\in[0,T],|t-s|\le\varepsilon\}\tag{8}$$

определенную для $\varepsilon>0$. Эта величина называется модулем непрерывной функции x на отрезке $[0,T]$. Очевидно, что $\lim\limits_{\varepsilon\to0}\omega^{T}(x,\varepsilon)=0$ в силу равномерной непрерывности x на отрезке $[0,T]$.

Теперь представим необходимые факты, касающиеся функций, имеющих ограниченное изменение [9].

В начале предположим, что x является вещественной функцией, определенной на фиксированном отрезке $[a,b]$. Тогда символ $\overset{b}{\underset{a}{V}}x$ будет обозначать изменение функции x на отрезке $[a,b]$. В случае, когда $\overset{b}{\underset{a}{V}}x$ конечно, мы говорим, что x имеет ограниченное изменение на $[a,b]$. Если у нас есть функция $u(t,s)=u:[a,b]\times[c,d]\to R$, то через $\overset{\mathrm{q}}{\underset{\mathrm{t=p}}{\mathrm{V}}}u(t,s)$ обозначим изменение функции $t\to u(t,s)$ на отрезке $[p,q]\subset[a,b]$, где s является фиксированным числом на отрезке $[c,d]$. Аналогично определим величину $\overset{\mathrm{q}}{\underset{\mathrm{s=p}}{\mathrm{V}}}u(t,s)$.

Относительно свойств функций с ограниченным изменением мы ссылаемся на [10]. Если x и φ – две вещественные функции, определенные на отрезке $[a,b]$, то при некоторых дополнительных условиях [9], мы можем определить интеграл Стилтьеса

$$\int\limits_{\mathrm{a}}^{\mathrm{b}}\mathrm{x(t)d}\varphi(\mathrm{t})\tag{9}$$

функции x по отношению к функции φ. В таком случае мы говорим, что x интегрируема по Стилтьесу на отрезке $[a,b]$ по отношению к φ.

Отметим, что известны несколько условий, гарантирующих интегрируемость по Стилтьесу [9,11,12]. Одно из наиболее часто используемых условий требует, чтобы x была непрерывной, а φ – с ограниченным изменением на $[a,b]$. В дальнейшем будем использовать несколько свойств интеграла Стилтьеса, содержащихся в следующих леммах [9].

Лемма 1. Если x является интегрируемой по Стилтьесу на отрезке $[a,b]$ по отношению к функции φ с ограниченным изменением, то

$$\left|\int_a^b x(t)d\varphi(t)\right| \le \int_a^b |x(t)| d\left(\mathop{V}_a^t \varphi\right). \tag{10}$$

Лемма 2. Пусть x_1 и x_2 – интегрируемые функции по Стилтьесу на отрезке $[a,b]$ по отношению к неубывающей функции φ и такие, что $x_1(t) \le x_2(t)$ для $t \in [a,b]$. Тогда

$$\int_a^b x_1(t)d\varphi(t) \le \int_a^b x_2(t)d\varphi(t). \tag{11}$$

Далее будем рассматривать интеграл Стилтьеса

$$\int_a^b x(s)d_s g(t,s), \tag{12}$$

где $g:[a,b]\times[a,b]\to R$ и символ d_s указывает на интегрирование по s. Детали, касающиеся интеграла этого типа будут даны позже. Отметим лишь, что интеграл (12) позволяет представить интегральное уравнение Вольтерра-Винера-Хопфа (4) как частный случай интегрального уравнения Вольтерра-Стилтьеса (6).

3. Разрешимость интегрального уравнения Вольтерра-Стилтьеса. Рассмотрим разрешимость интегрального уравнения Вольтерра-Стилтьеса, имеющего форму (6). Это уравнение будет изучаться при следующих сформулированных предположениях.

(I) Функция $a = a(t)$ принадлежит пространству $BC(R_+)$ и такая, что существует предел $\lim\limits_{t\to\infty} a(t)$ (очевидно, этот предел конечен).

(II) $f: R_+ \times R \to R$ непрерывна и существует функция $\phi: R_+ \to R_+$, которая не убывает, $\phi(0) = 0$, $\lim\limits_{t\to 0}\phi(t) = 0$, и такая, что

$$|f(t,x) - f(t,y)| \le \phi(|x-y|) \tag{13}$$

для всех $t \in R_+$ и $x, y \in R$.

(III) Функция $t \to f(t,0)$ принадлежит $BC(R_+)$.

(IV) $K(t,s) = K : \Delta \to R$ является равномерно непрерывной функцией на треугольнике

$$\Delta = \{(t,s): 0 \le s \le t\}. \tag{14}$$

(V) Функция $s \to K(t,s)$ имеет ограниченное изменение на отрезке $[0,t]$ для каждого фиксированного $t \in R_+$.

(VI) Для любого $\varepsilon > 0$ существует $\delta > 0$ такое, что для всех $t_1, t_2 \in R_+$ таких, что $t_1 < t_2, t_2 - t_1 \le \delta$ выполняется следующее неравенство:

$$\mathop{V}_{s=0}^{t_1}[K(t_2,s) - K(t_1,s)] \le \varepsilon. \tag{15}$$

(VII) $K(t,0) = 0$ для всех $t \ge 0$.

(VIII) Функция $t \to \mathop{V}\limits_{s=0}^{t} K(t,s)$ ограничена на R+.

Прежде чем сформулировать следующее предположение обозначим через F_1 и $\overline{K}$ константы:

$$F_1 = \sup\{|f(t,0)| : t \in R_+\},$$
$$\overline{K} = \sup\left\{\bigvee_{s=0}^{t} K(t,s) : t \in R_+\right\} \tag{16}$$

Очевидно, $F_1 < \infty$ в силу предположения (III), в то время как неравенство $\overline{K} < \infty$ является следствием предположения (VIII).

Теперь можем сформулировать предположение.

(1X) Существует положительное решение r_0 неравенства

$$\|a\| + (\phi(r) + F_1)\overline{K} \le r\,. \tag{17}$$

Теперь представим наш основной результат.

Теорема 2. При предположениях (I)–(IX) уравнение (6) имеет по крайней мере одно решение $x = x(t)$ в пространстве $BC(R_+)$ которое принадлежит шару $B_{r_0} = \{x \in BC(R_+) : \|x\| \le r_0\}$ и имеет конечный предел на бесконечности.

При доказательстве этой теоремы нам понадобятся несколько вспомогательных фактов, содержащихся в следующих данных леммах.

Лемма 3. Функция

$$p \to \bigvee_{s=0}^{p} K(t,s) \tag{18}$$

непрерывна на отрезке $[0,t]$ для любого фиксированного $t \in R_+$.

Эта лемма является простым следствием предположений (IV) и (V) и свойств изменения функций [9].

Лемма 4. Пусть предположения (IV) - (VI) выполнены. Тогда для произвольно фиксированного числа $t_2 > 0$ и для любого $\varepsilon > 0$ существует $\delta > 0$ такое, что если $t_1 < t_2, t_2 - t_1 \le \delta$, то

$$\bigvee_{s=t_1}^{t_2} K(t_2,s) \le \varepsilon\,. \tag{19}$$

Доказательство. Зафиксируем $t_2 \in (0,\infty)$ и $\varepsilon > 0$. Далее, рассмотрим функцию H, определенную на отрезке $[0,t_2]$ по формуле

$$H(p) = \bigvee_{s=0}^{P} K(t_2,s)\,. \tag{20}$$

Тогда, в силу леммы 3, функция H непрерывна в точке t_2. Отсюда мы заключаем, что существует $\delta > 0$ такое, что для $t_1 \ge 0, t_1 < t_2$ и $t_2 - t_1 \le \delta$ имеем, что $|H(t_2) - H(t_1)| \le \varepsilon$. С другой стороны, получаем

$$|H(t_2) - H(t_1)| = \left|\bigvee_{s=0}^{t_2} K(t_2,s) - \bigvee_{s=0}^{t_1} K(t_2,s)\right| =$$
$$= \left|\bigvee_{s=0}^{t_1} K(t_2,s) + \bigvee_{s=t_1}^{t_2} K(t_2,s) - \bigvee_{s=0}^{t_1} K(t_2,s)\right| =$$
$$\bigvee_{s=t_1}^{t_2} K(t_2,s) \le \varepsilon\,. \tag{21}$$

Доказательство завершено.

Доказательство теоремы 2. Рассмотрим оператор F, определенный на пространстве $BC(R_+)$, следующим образом:

$$(Fx)(t) = a(t) + \int_0^t f(s,x(s))d_s K(t,s) \tag{22}$$

для $X \in BC(R_+)$ и для произвольно фиксированного $t \in R_+$. Тогда, имея в виду введенные предположения, мы получаем, что функция Fx вполне определена.

Далее зафиксируем произвольно $T > 0$ и возьмем $s, t \in [0, T]$. Без потери общности можно считать, что $s < t$. Тогда, в силу лемм 1 и 2, мы получаем

$$|(Fx)(t) - (Fx)(s)| \le |a(t) - a(s)| +$$

$$+\left|\int_0^t f(\tau, x(\tau)) d_\tau K(t,\tau) - \int_0^s f(\tau, x(\tau)) d_\tau K(s,\tau)\right|$$

$$\le \omega^T(a,\varepsilon) +$$

$$\left|\int_0^t f(\tau, x(\tau)) d_\tau K(t,\tau) - \int_0^s f(\tau, x(\tau)) d_\tau K(t,\tau)\right|$$

$$+\left|\int_0^s f(\tau, x(\tau)) d_\tau K(t,\tau) - \int_0^s f(\tau, x(\tau)) d_\tau K(s,\tau)\right|$$

$$\le \omega^T(a,\varepsilon) + \left|\int_s^t f(\tau, x(\tau)) d_\tau K(t,\tau)\right| + \left|\int_0^s f(\tau, x(\tau)) d_\tau \left[K(t,\tau) - K(s,\tau)\right]\right|$$

$$\le \omega^T(a,\varepsilon) + \int_s^t |f(\tau, x(\tau))| d_\tau \left(\bigvee_{p=0}^{\tau} K(t,p)\right) + \int_0^s |f(\tau, x(\tau))| d_\tau \left(\bigvee_{q=0}^{\tau} [K(t,q) - K(s,q)]\right)$$

$$\le \omega^T(a,\varepsilon) + \int_s^t \left[|f(\tau, x(\tau)) - f(\tau,0)| + |f(\tau,0)|\right] d_\tau \left(\bigvee_{p=0}^{\tau} K(t,p)\right)$$

$$+\int_0^s \left[|f(\tau, x(\tau)) - f(\tau,0)| + |f(\tau,0)|\right] d_\tau \left(\bigvee_{q=0}^{\tau} [K(t,q) - K(s,q)]\right)$$

$$\le \omega^T(a,\varepsilon) + \int_s^t \{\phi(|x(\tau)|) + F_1\} d_\tau \left(\bigvee_{p=0}^{\tau} K(t,p)\right) + \int_o^s \{\phi(|x(\tau)|) + F_1\} d_\tau \left(\bigvee_{q=0}^{\tau} [K(t,q) - K(s,q)]\right)$$

$$\le \omega^T(a,\varepsilon) + \{\phi(\|x\|) + F_1\} \int_s^t d_\tau \left(\bigvee_{p=0}^{\tau} K(t,p)\right) + \{\phi(\|x\|) + F_1\} \int_0^s d_\tau \left(\bigvee_{q=0}^{\tau} [K(t,q) - K(s,q)]\right)$$

$$\le \omega^T(a,\varepsilon) + \{\phi(\|x\|) + F_1\} \bigvee_{p=s}^{t} K(t,p) + \{\phi(\|x\|) + F_1\} \bigvee_{q=0}^{s} [K(t,q) - K(s,q)]. \quad (23)$$

Следовательно, в силу предположения (VI) и леммы 4, заключаем, что функция Fx непрерывна на отрезке $[0, T]$. Так как T было выбрано произвольно, это позволяет сделать вывод, что Fx непрерывна на R_+.

Далее покажем, что функция Fx ограничена на R_+. Для этого фиксируем произвольно $X \in BC(R_+)$ и $t \ge 0$. Тогда, в силу наложенных предположений и лемм 1 и 2, получаем

$$|(Fx)(t)| \le \|a\| + \int_0^t |f(s, x(s))| d_s \left(\bigvee_{p=0}^{s} K(t,p)\right)$$

$$\le \|a\| + \int_0^t \left[|f(s, x(s)) - f(s,0)| + |f(s,0)|\right] d_s \left(\bigvee_{p=0}^{s} K(t,p)\right)$$

$$\le \|a\| + \int_0^t \left[\phi(|x(s)|) + F_1\right] d_s \left(\bigvee_{p=0}^{s} K(t,p)\right)$$

$$\leq \|a\| + \{\phi(\|x\|) + F_1\}\int_0^t d_s\left(\mathop{V}_{p=0}^{s} K(t,p)\right) \leq \|a\| + \{F_1 + \phi(\|x\|)\}\mathop{V}_{s=0}^{t} K(t,s). \tag{24}$$

Теперь, с учетом предположения (VIII), заключаем, что имеет место неравенство:

$$\|\mathrm{Fx}\| \leq \|a\| + \{F_1 + \phi(\|x\|)\}\overline{K}. \tag{25}$$

Это неравенство показывает, что функция Fx ограничена на R_+. Этот факт в связи с непрерывностью функции Fx, установленной выше, показывает, что $Fx \in BC(R_+)$. Другими словами, оператор F является отображением пространства $BC(R_+)$ в себя. Кроме того, на основании неравенства (25) и предположения (IX), можно заключить, что существует положительное число r_0 такое, что оператор F преобразует шар B_{r_0} (см. предположение (IX)) в себя.

Теперь покажем, что оператор F непрерывен на шаре B_{r_0}. Для этого зафиксируем $\varepsilon > 0$. Далее фиксируем произвольно $x, y \in B_{r_0}$ так, что $\|x - y\| \leq \varepsilon$. Тогда, принимая во внимание наложенные предположения, для произвольно фиксированного числа $t \in R_+$ получаем

$$|(Fx)(t) - (\mathrm{Fy})(t)| = \left|\int_0^t [f(s,x(s)) - f(s,\mathrm{y}(s))]d_s \mathrm{K(t,s)}\right|$$

$$\leq \int_0^t |f(s,x(s)) - f(s,y(s))|d_s\left(\mathop{\mathrm{V}}_{\mathrm{p}=0}^{\mathrm{s}} \mathrm{K(t,p)}\right)$$

$$\leq \int_0^t \phi(|x(s) - y(s)|)d_s\left(\mathop{V}_{p=0}^{s} K(t,p)\right) \leq \int_0^t \phi(\varepsilon)d_s\left(\mathop{V}_{p=0}^{s} K(t,p)\right)$$

$$\leq \phi(\varepsilon)\mathop{V}_{s=0}^{t} K(t,s) \leq \overline{K}\phi(\varepsilon). \tag{26}$$

Полученная выше оценка (26) показывает, что оператор F непрерывен даже на всем пространстве $BC(R_+)$.

Теперь мы покажем, что множество $\mathrm{F(B_{r_0})}$ относительно компактно в пространстве $BC(R_+)$. Чтобы показать этот факт, введем две вспомогательные функции $M = M(\varepsilon)$ и $N = N(\varepsilon)$, определенные следующим образом:

$$M(\varepsilon) = \sup\left\{\mathop{V}_{s=0}^{t_1}[K(t_2,s) - K(t_1,s)] : t_1, t_2 \in R_+, t_1 < t_2, t_2 - t_1 \leq \varepsilon\right\}$$

$$N(\varepsilon) = \sup\left\{\mathop{V}_{s=t_1}^{t_2} K(t_2,s) : t_1, t_2 \in R_+, t_1 < t_2, t_2 - t_1 \leq \varepsilon\right\}. \tag{27}$$

Заметим, что в силу предположения (IV) и леммы 4 имеем, что $M(\varepsilon) \to 0$ и $N(\varepsilon) \to 0$ при $\varepsilon \to 0$.

Далее фиксируем произвольно $\varepsilon > 0$ и $T > 0$ и выберем функцию $x \in B_{r_0}$. Затем возьмем $t, s \in [0,T]$ так, что $|t - s| \leq \varepsilon$. Без потери общности можно считать, что $s < t$. Тогда, в силу оценки (23), мы получаем

$$|(Fx)(t) - (Fx)(s)| \leq \omega^T(a,\varepsilon) + [\phi(r_0) + F_1]N(\varepsilon) + [\phi(r_0) + F_1]M(\varepsilon). \tag{28}$$

Эта оценка показывает, что функции из множества $F(B_{r_0})$ равностепенно-непрерывные на отрезке $[0,T]$.

Далее, выбирая произвольно $t, s \in [T,\infty)$ так, что $s < t$ и рассуждая так же, как мы сделали для того, чтобы получить оценку (23), мы получаем

$$|(Fx)(t)-(Fx)(s)| \le |a(t)-a(s)| + \{\phi(r_0)+F_1\}[M(\varepsilon)+N(\varepsilon)]. \qquad (29)$$

Следовательно, имея в виду предположение (I), мы можем выбрать $T>0$ настолько большим, что член $|a(t)-a(s)|$ станет соответственно малым для s, $t>T$. Это утверждение в сочетании с тем, что $M(\varepsilon)\to 0$ и $N(\varepsilon)\to 0$ при $\varepsilon\to 0$, в силу теоремы 1, позволяет сделать вывод, что множество $F(B_{r_0})$ относительно компактно в пространстве $BC(R_+)$.

Теперь, принимая во внимание непрерывность оператора F и применяя классический принцип фиксированной точки Шаудера, мы приходим к выводу, что существует по крайней мере одна неподвижная точка х оператора F, которая принадлежит шару B_{r_0}. Очевидно, что функция $x=x(t)$ является решением интегрального уравнения Вольтерра-Стилтьеса (6). Кроме того, заметим, что любая неподвижная точка $x=x(t)$ оператора F из шара B_{r_0} должна принадлежать множеству $F(B_{r_0})$, являющимся относительно компактным в смысле теоремы 1. В силу замечания 1 этот факт позволяет сделать вывод, что функция $x=x(t)$, являющаяся решением уравнения (6), имеет конечный предел на бесконечности.

Доказательство завершено.

1. Zabrejko P. P., Koshelev A. I., Krasnosel’skii M. A., Mikhlin S.G., Rakovschik L. S., and Stetsenko J. Integral Equations.– Mass: Nordhoff,1975. – 198p.
2. Hopf E., Mathematical Problems of Radiative Equilibria. –Cambridge: Cambridge University Press, 1934. – 365p.
3. Copson E. T. On an integral equation arising in the theory of diffraction// The Quarterly Journal of Mathematics.–Oxford, 1946. –Vol. 17. – P. 19–34.
4. Carlson J. F. and Heins A. E. The reflection of an electromagnetic plane wave by an infinite set of plates I// Quarterly of Applied Mathematics, 1947. –Vol. 4. – P.313–329.
5. Abrahams I. D. On the application of the Wiener-Hopf technique to problems in dynamic elasticity// Wave Motion, 2002. –Vol. 36. – P. 311–333.
6. Antipov Y. A. Diffraction of a plane wave by a circular cone with an impedance boundary condition // SIAM Journal on Applied Mathematics, 2002. –Vol. 62. – P. 1122–1152.
7. Banas J. Measures of noncompactness in the study of solutions of nonlinear differential and integral equations// Central European Journal of Mathematics, 2012.–Vol. 10. – P. 2003– 2011.
8. Banas J. and Goebel K. Measures of Noncompactness in Banach Spaces. Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics.// New York and Basel: Marcel Dekker Inc, 1980. – Vol. 60. – P. 122– 125.
9. Appell J., Banas J., and Merentes N. Bounded Variation and Around//De Gruyter Series in Nonlinear Analysis and Applications. –Walter de Gruyter, 2014.–Vol. 17.–P. 42– 48.
10. Abbas S., Benchora M. and Nieto J. J. Global attractivity of solutions for nonlinear fractional order Riemann – Liouville Volterra – Stieltjes partial integral equations// Electronic Journal of Qualitafive Theory of Differential Equations,2012.–Vol.81.– P.1– 15.
11. Natanson I. P. Theory of Functions of a Real Variable. – New York: Ungar, 1960. – 198p.
12. Dunford N. and Schwartz J. T. Linear Operators.–Leyden: International Publishing, 1963. – 212 p.
13. Аширбаев Н.К., Бекмолдаева Р.Б., Banas J., Иманбетова А. Обзор научных исследований по проблемам условии компактности в теории нелинейных уравнений// Сборник трудов Международной научно-практической конференции «Ауезовские чтения – 13».–Шымкент: ЮКГУ, 2015. –С. 28–31.

14. Аширбаев Н.К., Иманбетова А.Б., Бекмолдаева Р.Б., Banas J. Единый подход к некоторым классам нелинейных интегральных уравнений // Вестник КазНПУ им.Абая, серия «физико-математические науки», 2015. –№3. –С. 20–26.
15. Аширбаев Н.К., Нысанов Е.А., Бекмолдаева Р.Б., Banas J. Нелинейное интегральное уравнение Вольтерра–Стилтьеса и его частные случаи // Вестник КазНПУ им.Абая, серия «физико-математические науки», 2015. –№3. –С. 26–32.

Аңдатпа. *Интегралдық теңдеулер теориясы мен олардың көптеген қолдануларында маңызды мәні бар біршама интегралдық теңдеулер класын кездестіруге болады. Бұл мәселе негізінен аталған интегралдық теңдеулер кластарының өмірде болып жатқан құбылыстарды математикалық модель арқылы өрнектеумен байланысты. Сондықтан бұл мақалада сызықты емес Вольтерр-Стилтьес интегралдық теңдеулерге қатысты кейбір нәтижелер қарастырылған. Сызықты емес Вольтерр-Стилтьес интегралдық теңдеуінің шешімі бар болуы туралы теореманың дәлелдеуі қарастырылған. Осы теңдеудің шешімі болатын функцияның шексіздікте ақырлы шегі болатыны көрсетілген.*
Түйін сөздер: *шешімділігі, үзіліссіз, шектелген, Винер-Хопф, Вольтерр-Винер-Хопф, Вольтерр-Стилтьес типті интегралдық теңдеулер.*

Abstract. *In the theory of integral equations and their numerous applications we can find importance several classes of integral equations. This fact connected basically with applications of mentioned classes integral equations to the description of several events real world. In connection with it in this article describes some of the results concerning the non-linear integral equations of the Volterra-Stieltjes. Considered proof of theorems about the existence solutions of integral equation Volterra-Stieltjes. The function is the solution of this equation has a finite limit at infinity.*
Keywords*: solvability, continuous, limited, integral equations type of Wiener-Hopf, Volterra-Stieltjes.*

ӘОЖ 37(574)

А.Е. Әбілқасымова, Ж.А. Тоқыбетов, Р.М. Капарова*

СТУДЕНТТЕРГЕ-БОЛАШАҚ МАТЕМАТИКА МҰҒАЛІМДЕРІНЕ МАТЕМАТИКАЛЫҚ АНАЛИЗ КУРСЫН КӘСІБИ БАҒДАРДА ОҚЫТУДЫҢ ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ

(Алматы қ., Абай атындағы Қазақ ұлттық университеті, * - PhD докторант)

Аңдатпа. *Мақалада болашақ математика мұғалімдеріне математикалық анализ курсын кәсіби бағдарда оқытудыңбағыттылығын арттыру қарастырылады. Болашақ математика мұғалімдерінің кәсіби-педагогикалық дайындықтарының негізгі сипаттамалары анықталады. Жоғары оқу орнында болашақ математика мұғалімдеріне математикалық анализ курсын оқыту үдерісін кәсіби бағдарда ұйымдастырудың формалары көрсетіледі. Болашақ мұғалімдер үшін кәсіби-педагогикалық бағыттылықты арттыруға арналған арнайы курстар немесе арнайы семинарлар формасындағы таңдау пәндерінің бағыттары келтіріледі.*
Түйін сөздер: *Математикалық анализ курсы, кәсіби-шеберлік, кәсіби бағдарда оқыту, дәріс, практикалық сабақ, педагогикалық практика.*

Қазіргі кезде жоғары оқу орнында болашақ мұғалімдерді жаңаша педагогикалық бағдарда оқыту проблемасын арнайы пәндер арқылы жүзеге асыру маңызды болып отыр. Әсіресе, математикалық білімдердің рөлі артып отырған қазіргі уақытта болашақ математика мұғалімдерінің кәсіби дайындықтарын жоғары сатыға көтеру өзекті мәселенің бірі болып табылады. Өйткені, бұл проблеманың кезек күттірмеуі мынадай жағдайлардан туындап отыр: біріншіден, математиканың іргелі және қолданбалы ғылымдарда алатын жетекші орны; екіншіден, математиканың оқу пәні ретіндегі ерекшелігі; үшіншіден, мектепте өтілетін басқа пәндердің ішіндегі математиканың оқу пәні ретіндегі орны; төртіншіден, математика мұғалімдерін дайындауда орын алып отырған елеулі жетіспеушіліктердің болуы. Осыған орай, болашақ математика мамандары жоғары мектеп қабырғасынан жан-жақты және кәсіби бағытта білім алуы қажет. Болашақ мамандарды кәсіби білім жинақтаған, жан-жақты дамыған тұлға ретінде дайындау түрлі бағыттар арқылы жүргізіледі: оқу жоспарларының мазмұнын жетілдіру, ғылыми-әдістемелік құралдармен қамтамасыз етуді жүзеге асыру, кәсіби-бағыттылық, оқытушы-педагогтардың біліктілігін көтеру және тағы басқалар.

Жалпы ұстаз мәртебесін көтеру, олардың кәсіби-педагогикалық бағыттылығын арттыру жүйесіне жаңа инновацияларды енгізу қазіргі талаптарға сай қарастырылады. Ахмет Байтұрсынов «Мектептің жаны-мұғалім. Мұғалім қандай болса, мектеп сондай болмақшы. Мектепке керегі-білімді, педагогика, әдістемеден хабардар жақсы оқыта білетін мұғалім» деп тегін айтпаған [1].

А.Г.Мордкович теория мен практиканың диалектикалық тұтастығы туралы методологиялық, тәрбиелеу мен дамытып оқытудың педагогикалық және оқыту іс-әрекетінің психологиялық-педагогикалық тұжырымдамаларына сүйене отырып болашақ математика мұғалімдерін кәсіби-педагогикалық бағдарда оқытудың тұжырымдамасын құрды. Кәсіби-педагогикалық бағдарда оқыту тұжырымдамасы мұғалім кәсібіне оқу, ғылым пәні ретінде математикаға қызығушылық арқылы туындайтын, мектеп математика пәнін терең білуді талап ететін, оның ғылыми негізі мен оқыту әдістерін қамтамасыз ете алатын, белгілі бір мақсатқа бағытталған кәсіби шеберліктің негіздерін студенттердің бойына қалыптастырудың қажеттілігін анықтайды [1].

Қазақ тілінде ғылыми әдістемелік еңбектер жазып, математиканы оқыту әдістемесі ғылымының дамуына сүбелі үлес қосқан, болашақ мұғалімге мектеп математикасын оқытуда нақтылы ұсыныстар мен материалдар берген әдіскер ғылым докторларының еңбектерін ерекше атап өту керек. Мектеп математика курсының базалық мазмұнын жасаудың теориясы мен әдістемесі, оқушылардың және студенттердің өз бетінше ізденімпаздығын жетілдіру (А.Е.Әбілқасымова, Ә.Қағазбаева), оқушылардың әдіснамалық және логикалық білімдерін жетілдіру (Д.Рахымбек, Е.Ж.Смагулов, Қ.Ғ.Қожабаев), математика курсындағы сабақтастық мәселелері (А.М.Мүбәраков) және т.б. қазіргі заман әдістеме ғылымының жетістіктері деп бағалауға болады. Педагогиканың кәсіптік білім саласы бойынша докторлық диссертация қорғаған А.Нұғысованы (болашақ математика мұғалімін оқушыларды есеп шығаруға үйретуге дайындау) және т.б. әдіскерлерді ерекше атап өтуге болады [2].

Болашақ математика мұғалімдерінің білімділік, кәсіби шеберліктерінің негізін қалыптастыру мәселелері мен олардың математикалық дайындықтарының проблемасына А.Е.Әбілқасымованың, В.П.Беспальконың, Н.Я.Виленкиннің, Б.В.Гнеденконың, А.Н.Колмогоровтың, А.Г.Мордковичтің, Ә.Бидосовтың, М.Ахметовтің және т.б. математик ғалымдардың еңбектері арналған.

Болашақ мұғалімдерді кәсіби-педагогикалық бағдарда оқытуға байланысты мәселелерге педагогтар мен психологтардың зерттеулерінде басты назар аударылып келді.

Кәсіби-педагогикалық бағдарға студенттерге деген сүйіспеншілік пен қызығушылықтарды, педагогикалық жұмыстармен әуестенушіліктерді, психологиялық-педагогикалық қырағылық пен байқағыштықты, ұйымдастыру қабілеттіліктерін, педагогикалық әдепті, әділдікті, көпшілдікті, талап қоя білушілікті, табандылықты, мақсатқа талпынушылықты жатқызады.

М.И.Дьяченко мен Л.А.Кандыбович кәсіби бағдарда оқыту проблемаларының психологиялық аспектілерін зерттей келе мынадай қорытындыға келді: «Студенттерге кәсіби бағдарды қалыптастыру дегеніміз-олардың болашақ мамандықтарына деген қызығушылықтары, бейімділіктері мен қабілеттіліктері, жоғары оқу орнын бітіргеннен кейінгі мезгілдерде де өзінің білімін жоғары сатыға көтеруге ұмтылулары, өздерінің негізгі материалдық рухани мұқтаждықтарын қанағаттандырулары, таңдап алған кәсіби еңбектерімен тұрақты шұғылданулары, болашақ маман көзқарасы тұрғысынан өз кәсібінің мәртебесін, мұраты мен сенімін дамытулары»[3].

Дидактика мамандары кәсіби-педагогикалық бағдарда оқыту ретінде оқылатын пәндердің мазмұндарын, оқыту әдістері мен ұйымдастыру формаларын болашақ мұғалімдердің жеке тұлғасының сапасын айқындау мақсатына аса қажетті кәсіби материалдармен табиғи байланыстыру үшін пайдалану мәселелерін түсінеді.

Жоғары педагогикалық білім берудің негізгі шарттарының бірі-арнайы пәндерді кәсіби-педагогикалық бағдарда оқыту болып табылады. Арнайы пәндерді кәсіби-педагогикалық бағдарда оқытуды жоғары сатыға көтеру мәселесі студенттердің кәсіпке деген бейімділіктерін қамтамасыз етеді. Студенттерді қазіргі заманғы ғылыми білімдермен қаруландырады. Кәсіби-педагогикалық бағдар тек оқытушы ғана емес, мұғалім-тәлімгер дайындау ісін жүзеге асыруға бағытталған.

Математика мұғалімдерінің кәсіби дайындықтарын жақсартуда мектеп математика пәні мен болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орнында оқылатын математикалық курстардың өзара байланыстарын анықтау және оны жүзеге асыру ісі өте маңызды рөл атқарады.

Болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орнында оқылатын математикалық курстар кәсіби құзыреттіліктің деңгейінде анықталатын математикалық ой-өрісін дамытады және мектеп математика пәнін оқытудың әдістемесімен таныстырады.

Жоғары оқу орнында болашақ мұғалімдердің кәсіби дайындығына қажетті шарттың бірі-студенттерге оқыту процесінде педагогикалық іс-әректтерін үзіліссіз дамыту болып табылады. Кәсіби-педагогикалық бағдарды жүзеге асыруда болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орнында математика курстарын қамтамасыз ететін тақырыптар маңызды рөл атқарады. Болашақ математика мұғалімдерінің кәсіби-педагогикалық даярлықтарын көрсететін негізгі сипаттамаларының бірі-олардың келешекте оқытатын пәндерін өте жоғары деңгейде білуі болып табылады.

Сондай-ақ, кәсіби-педагогикалық бағдарда оқытуды жүзеге асырудың негізгі шарттарының келесісі-болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орнының математикалық курсындағы мектеп математикасының түсініктерін анықтау. Болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орнында математика мұғалімін өз ісінің білікті маманы етіп тәрбиелеу үшін барлық оқыту процесін, кәсіби-педагогикалық бағдар идеясына бағындыру талаптарын орындау қажет. Ол үшін оқылатын материалдар математикалық немесе әдістемелік көзқарас тұрғысынан болашақ математика мұғалімінің кәсіби-педагогикалық дайындығының негізгі сипаттамаларын қалыптастыруға бағытталуы тиіс [2].

Кәсіби-педагогикалық бағдарда оқытудың тұжырымдамасы жоғары педагогикалық оқу орнында нақты математикалық курстар мен әдістемелік тұрғыда математика пәндерін байланыстыратын идеяларды алдыңғы орынға қояды.

Болашақ математика мұғалімдерінің кәсіби-педагогикалық дайындықтарының негізгі сипаттамалары:

- материалдарды білудің өте жоғары деңгейі;
- материалдарды үйрету мен баяндаудың жан-жақтылығы;

- оқылатын материалдардың мәнін түсіну;
- оқу іс-әрекеттерін мотивациямен қамтамасыз ету іскерлігі;
- оқытуда үлгілеуді модельдеуді жүзеге асыру;
- алгоритмдерді құру мен қолдана білу іскерлігі;
- логикалық пайымдаулардың қатаңдық деңгейлерін жете түсіну;
- мектеп оқулықтарымен таныс болу;
- математиканың тарихын білу;
- танымдық белсенділік пен творчестволық шығармашылық ойлау.

Болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орнында жетекші рөл атқаратын арнаулы пәннің бірі-математикалық анализ курсы [1]. Болашақ математика мамандарын жоғары педагогикалық оқу орнында даярлауда математикалық анализ пәнін оқытудың алатын орны зор. Математика мұғалімдерінің кәсіби дайындықтары үшін математикалық анализдің әдістері, идеялары мен түсініктерінің рөлі ерекше. Себебі, біріншіден, математикалық анализдің бастамалары мектепте оқытылады; екіншіден, математикалық анализ математика ғылымының тамырын тереңге жайған, көне замандардан бастау алатын, аясы кең, қомақты бөлімі. Математикалық анализдің негіздерін, оның теориялық және практикалық маңыздылығын білу болашақ мұғалімдер үшін емес, сонымен бірге жоғары білімді маман үшін де өте қажет.

Кәсіби-педагогикалық бағыттағы таңдау курстарының мазмұны математикалық анализ пәні бойынша болғаны абзал. Ол курстарда математиканы оқытудың жалпы мәселелері болып табылатын математикалық ұғымдарды қалыптастыру, теоремаларды дәлелдеу мен есептер шығаруға үйрету, белсенді оқыту әдістері мен сабақ өткізу құрылымын (жаңа оқу материалын игеруге қажетті өткенді қайта жаңғырту, жаңа оқу материалын баяндаудың ең тиімді жолдары мен тәсілдерін таңдау, жаңадан өтілген материалды оқушылардың тиянақты меңгеруі үшін қажетті жаттығулар мен есептер топтамасын дұрыс таңдау, оқушыларды математикалық дұрыс сөйлеуге үйрету т.б.) жақсарту жолдарын игеруге байланысты болуы мүмкін.

Сондай-ақ, нақты сандар, сандық тізбектер, бір айнымалы функциялар, бір айнымалы функциялардың *дифференциалдық есептеулері,* бір айнымалы функциялардың *интегралдық есептеулері,* көп айнымалы функциялардың *дифференциалдық есептеулері, қатарлар,* көп айнымалы функциялардың *интегралдық есептеулері, Фурье қатарларының* негізгі бағыттарын тереңірек оқып үйрену тиіс.

Болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орнында оқытушылардың математикалық анализ курсы арқылы студенттерге әдістемелік көзқарастарды қалыптастыра білу; студенттерге математикалық есептерді шығара білу іскерлігін үйрету; математикалық анализге студенттердің әрі ғылым, әрі оқу пәні ретіндегі қызығушылықтарын және осы курстың материалдары арқылы олардың мұғалім кәсібіне деген ынталандыру мәселелерін айқындау; математикалық анализ курсының мектепте математика және анализ бастамалары пәнінде өтілетін тақырыптары бойынша студенттер меңгеруге тиісті білімдерді, іскерліктер мен дағдыларды анықтау; математикалық анализ курсының материалдары арқылы студенттердің кәсіби және арнайы білімдерін жетілдіру; математикалық анализ курсын кәсіби-бағдарлы оқыту мәселелерін айқындайтын талаптарды тұжырымдау; болашақ мұғалімдерге математикалық анализ курсын оқыту арқылы кәсіби шеберліктің негіздерін бойларына қалыптастыру кәсіби-педагогикалық бағыттылықты арттырудың негізі болып табылады [1].

Мектептегі математика пәнін және жоғары оқу орнында математикалық анализ курсын жаңа талапқа сай оқытуды жетілдіру мәселелері оның өзекті бірнеше идеялық желілерінің құрылымы мен оларды оқыту әдістемемелерін жетілдірумен тығыз байланысты.

Математикалық анализ курсы пәнаралық байланыстарды және ішкі байланыстарын, кейбір тақырыптармен мектеп математика пәнінің арасындағы үйлесімділікті жүзеге асыруы кажет.

Сондықтан болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орнында оқылатын математикалық анализ курсы бойынша кәсіби-педагогикалық бағдарда оқытуды жүзеге асыру өзекті мәселе болып отыр.

Жоғары оқу орнында болашақ математика мұғалімдеріне математикалық анализ курсын оқыту үдерісін кәсіби бағдарда ұйымдастырудың формалары: дәрістер, консультациялар, практикалық сабақтар, бақылау жұмыстары,студенттердің өзіндік жұмыстары, арнайы курстар, педагогикалық практикалар, курстық және түлектік жұмыстар және т.б.

Студенттерді-болашақ математика мұғалімдерін кәсіби бағдарда даярлаудыңформасының бірі-дәріс. Дәріс ерекше орын атқарады. Дәріс барысында студенттер жаңа оқу материалын тыңдайды. Дәріс-әдістемелік жағынан өте күрделі дидактикалық құбылыс. Дәріс мақсатының идеялық бағыты, оның нақтылығы, берілетін білімнің, яғни ұғымның студенттерге түсінікті болуы оқытушы тарапынан үлкен шеберлікті қажет етеді. Оқытушы дәріске дайындалу барысында оның мазмұнына, жаңа ұғымдарды түсіндірудің амал-тәсілдеріне және құрылымына назар аударады. Дәрістің мазмұнын оқытушы оқу бағдарламасы, оқулық және оқу құралдарына байланысты анықтайды. Дәрістің мазмұны, баяндау түрі, оқытушының шеберлігі-дәрістің тиімділігін арттырудың кепілі болып табылады.

Теория мен практиканың байланысын кәсіби бағдарда жүзеге асыратын ерекше форма-практикалық сабақтар. Практикалық сабақта дәрісте алған білімдерін қолдана отырып білімі, іскерлігі мен дағдысын арттырады. Практикалық сабақ жүргізгенде оқытушы пәннің бағдарламасы мен жоспарын басшылыққа ала отырып студенттердің жеке сабақтарын ойдағыдай беріп, сабақ өткізудің шеберлігіне төселуді қамтамасыз ету керек. Дәрістен практикалық сабақтардың өзгешелігі студенттердің белсенділігімен, оқытушы тарапынан басшылық жасаумен, педагогикалық мақсаттарға жетумен сипатталады. Сондықтан маман қалыптасуының белсенді процесі, практикалық сабақта, математикалық анализ курсында есеп шығаруда туады. Математикалық анализ курсындағы өткізілетін практикалық сабақта дәрісте баяндалған теориялық материалдарды меңгеруге көмектесетін мысалдар мен есептер қарастырылады.

Студенттерді кәсіби бағдарда даярлаудың формасы-бақылау жұмысы. Бақылау жұмысының бірнеше варианттары келтіріледі. Бақылау жұмысы көптеген мақсаттарды жүзеге асыруды көздейді.

Студенттерді кәсіби бағдарда даярлаудың формасы-студенттердің өзіндік жұмысы. Өзіндік жұмыс ұғымын студенттердің белгілі бір жұмысты өз бетінше, ешкімнің көмегінсіз орындауы деп біледі. Өзіндік жұмыс-студенттердің аудиториялық сабақта және одан тыс уақыттарда жеке, топ болып істейтін танымдық әрекет түрімен сипатталады [3].

Студенттерді кәсіби бағдарда даярлаудың формасы-арнайы курстар. Болашақ мұғалімдер үшін таңдау компонентін 3-4 курстарда студенттердің белгілі бір қабілеті анықталғаннан кейін, арнайы курс немесе арнайы семинар ретінде ұсынылуы қажет деп есептейміз. Болашақ мұғалімдер үшін кәсіби-педагогикалық бағыттылықты арттыруға арналған арнайы курстар немесе арнайы семинарлар формасындағы таңдау пәндерінің бағыттары мынадай болуы мүмкін [2]:

1) теориялық математиканың белгілі бір саласынан қабілеттілік танытқан студенттер үшін (математикалық талдау, дифференциалдық теңдеулер, математикалық модельдеу, т.б.);

2) әдістемелік бағыт - математикалық анализ курсын оқытудың дербес немесе арнайы мәселелерін тереңірек меңгеруге бағытталған;

3) педагогикалық-психологиялық бағыт [2].

Сонымен қатар, математиканы кәсіби-бағыттылықта оқытуды іске асыруда оқыту процесін жетілдірудің маңызды әдістерінің бірі пәнаралық байланысты жүзеге асыру болып табылады.

Математика мұғалімдерінің кәсіби дайындық проблемаларының туындайтын жағдайлары:

1. Математиканың басқа ғылымдарда алатын орны.
2. Мектептегі басқа оқу пәндерінде математиканың алатын орны.
3.Мектеп пен болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орнындағы математиканың арақатынасы.

Студенттерді кәсіби бағдарда даярлаудың формасы-педагогикалық практика. Педагогикалық практика бітірер алдындағы және бітірер курстарда өткізіледі. Педагогикалық практика болашақ мұғалімнің кәсіби қалыптасуы траекториясындағы аса маңызды кезең болып табылады.

Студенттерді кәсіби бағдарда даярлаудың формалары-курстық және түлектік жұмыстар. Курстық жұмыстарды орындау арқылы студенттердің танымдық белсенділігі мен ізденімпаздығы дамиды, ғылыми жұмыстарға деген дағдылары қалыптаса бастайды. Курстық жұмыстардың болашақ математика мұғалімдерін кәсіби бағдарда дайындауда атқаратын орны зор.

Болашақ мұғалімдерді қалыптастыру процесінде түлектік жұмыстардың маңызы зор. Студенттердің математикалық дайындықтары мен олардың болашақ мұғалім кәсібін байланыстыратын түлектік жұмыстардың орны ерекше.

Сонымен, болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орнындағы математикалық талдау курсы кәсіби-педагогикалық бағдарда оқытудың тұжырымдамаларына сәйкес жүзеге асырылуы тиіс деп есептейміз.

1. Мордкович А.Г. Профессиоально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте: Дисс. ... док. пед. наук. М.: 1986. - 355 с.
2. Рахымбек Д. Оқушылардың логика-методологиялық білімдерін жетілдіру.-Алматы: Оқулық және әдістемелік әдебиеттер жөніндегі республикалық баспа кабинеті, 1998. - 255 бет.
3. Әбілқасымова А.Е. Мұғалімдердің танымдық ізденімпаздығын қалыптастыру негіздері.-Алматы: Ғылым, 2003. -143б.

Аннотация. *В статье рассматривается повышение профессионально-ориентированного обучения курса математического анализа для будущих учителей математики. Определяются основные характеристики профессионально-педагогической подготовки для будущих учителей математики. Приведены профессионально-ориентированные формы обучения курса математического анализа для будущих учителей математики в высшем учебном заведении. Рассмотрены специальные курсы и предметы по выбору в форме специальных семинаров для совершенствования профессионально-педагогической подготовки будущих учителей математики.*

Ключевые слова: *Курс математического анализа, профессиональное мастерство, профессионально-ориентированное обучение, лекция, практические занятия, педагогическая практика.*

Abstract. *The article considers improvement of profession-oriented teaching of the course of Mathematical analysis for future Mathematics teachers. Basic characteristics of professional-pedagogical training for future Mathematics teachers are determined. The authors introduce profession-oriented forms of teaching Math analysis for future Mathematics teachers at a higher education institution. Besides, they consider special courses and elective subjectsin the form of special seminars for improving professional and pedagogical training of future Mathematics teachers.*

Keywords: *Course of Mathematical analysis, professional mastership, profession-oriented teaching, lecture, practical lessons, pedagogical training practice.*

ӘОЖ 519.83

Ф.Р. Гусманова, Г.А. Абдулкаримова

ОЙЫНДАР ТЕОРИЯСЫНЫҢ КОНЦЕПЦИЯСЫНЫҢ НЕГІЗІНДЕ ОҢТАЙЛЫ ШЕШІМДЕРДІ ҚАБЫЛДАУДАҒЫ АНЫҚТАЛМАҒАНДЫҚТЫҢ ҚАУІП-ҚАТЕРМЕН ӨЗАРА БАЙЛАНЫСЫ

(Алматы қ., әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті,
Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті)

Аңдатпа. *Мақалада қауіп-қатер болмаған жағдайда детерминирленген жағдайлар экономикалық ортада өте сирек кездесетіні қарастырылады. Көптеген оқиғаларды толығымен болжау мүмкін бола бермейді, ал ол өз алдына қауіп-қатерге әкелетіні келтіріледі. Экономика мен бизнесте кейбір жағдайларда таңдалынған мақсатты ескере отырып гипотеза жүйесін құру негізінде шешім қабылдауға тура келеді. Осылайша анықталмағандықты жеңуге мүмкіндік беретіндей дербес жағдайда жеткілікті, толық ақпараттың болмауынан бұл заңдылық болып табылады. Ал бұл анықталмағандық жағдайдан қауіп-қатер жағдайына, дербес жағдайда қандай да бір гипотезаның негізделмеуінен туындауы мүмкін мақсаттан ауытқитындай қауіп-қатерге, күтілетін нәтижені толықтай ала алмау қауіп-қатеріне, ықтимал болатын шығын қауіп-қатеріне көшіреді. қауіп-қатер дәрежесін есептеу үшін және мүмкін болатын шығынның ең боломағанда қандай да бір бөлігін айналып өтетіндей, әрине, мүмкін болса гипотезаның ақиқаттығын тексеру, балама нұсқаларын ұсыну және т.т. қажет. Қауіп-қатерден пайда болған келеңсіз салдардан құтылуға ойындар теориясы мүмкіндік береді.*

Түйін сөздер: *ойындар теориясы, қауіп-қатер, ұтыс функциясы.*

Экономикалық қауіп-қатер мәселелеріне, қауіп-қатер және анықталмағандық жағдайда шешімді қабылдау мәселелеріне, сонымен қатар қауіп-қатер жағдайды басқаруда ойындар теориясын қолдануға байланысты, қауіп-қатер жағдайында шешімді қабылдау мен ойындар теориясының арасындағы байланысқа қатысты ғалымдардың Вентцель Е., және т.б. біраз ғылыми еңбектер жарияланған болатын.

Анықталмағандық, дау-жанжал жағдайында және солардың негізінде пайда болған қауіп-қатер әр түрлі концепцияларға негізделеді. Солардың ішінде, теория мен практикада кеңінен пайдаланылатын ойындар теориясы мен статистикалық шешімнің концепциясы ең белгілісі, жеткілікті түрде зерттелінген концепция болып табылады [1,2,3]. Ойындар теориясы – бұл анықталмағандық, дау-жанжал жағдайындағы, яғни қызығушы жақтардың (ойыншылардың) қызығушылығы немесе қарама-қарсы жақтардың (антагонистикалық ойын жағдайында), немесе қарама-қарсы болмаса да (қарама-қарсы емес жақтармен ойын жағдайында) беттеспейтін жағдайдағы шешімді қабылдаудың математикалық моделі оқылатын заманауи математиканың бір бөлімі.

Американдық ғалымдар Джон фон Нейман және Оскар Моргенштерн ойындар теориясының негізін қалаушылар болып есептеледі. Олар математиканың көмегімен нарықтық экономикаға қатысты бәсекелес құбылысты ойын ретінде сипаттады [4].

Ойын – бұл нақты стратегияны таңдау жолымен жүрісте белгілі бір жеңіске жетуге ұмтылатын қатысушылардың әрекеттерін дәл анықтайтын ережелері бар дау-жанжал жағдайдағы формальды сипаттау (модель). Шешімді қабылдау субъектісі ойыншы деп, ал мақсат функциясы ұтыс функциясы деп аталады. Ойынға бірнеше ойыншы қатыса алады, және олардың кейбіреуі өзара тұрақты немесе уақытша коалицияларға қатыса алады. Коалиция ұйымдасқан жағдайдағы ойын коалициялық ойын деп аталады. Екі ойыншыдан тұратын ойын жұп ойын деп аталады.

Әрбір ойыншы өзінің ұтысын максимизациялайтындай немесе ұтылысын минимизациялайтындай шешімді қабылдайды, яғни жүріс стратегиясын таңдайды. Бұл жерде ойыншы басқа ойыншының қандай стратегияларды ұстайтынын білмейді. Сонымен, әрбір ойыншы анықталмағандық жағдайда өзінің шешімін қабылдайды, ал олардың таңдалынған стратегиясы ойындағы барлық ойыншылардың жүрісінен тәуелді болады [5, 6].

Анықталмағандық, дау-жанжал жағдайында және солардың негізінде пайда болған қауіп-қатер жағдайында экономикалық ортада ойындар сұлбасы пайдаланылады. Бұл сұлба келесі құраушылардан тұрады:

- бірінші ойыншы – біреуін қабылдау қажет болатын шешімдердің (таза стратегиялар) $S = (s_1, s_2, \ldots, s_m)$ жиынында негізделетін жүрістегі стратегиясын таңдайтын басқару субъектісі;
- екінші ойыншы – экономикалық ортаны, ол $\Theta = \left(\theta_j, \ldots, \theta_n\right)$ жиынын құратын n қос-қостан үйлесімді емес θ_j жағдайлардың бірінде бола алады, және олардың біреуі міндетті түрде орындалады;
- экономикалық орта (екінші ойыншы қандай шешімді қабылдайды) қандай жағдайда болатыны туралы априорлық ақпараттың шешімді қабылдау субъектісінде болмауы;
- шешімді қабылдау субъектісінің $F = \left(f_{kj},\ k = 1, \ldots, m; j = 1, \ldots,\right)$ бағалау функционалының (матрицасы) дәл мәні. f_{kj} элементі олар $\theta_j = (k = 1, \ldots, mn; j = 1, \ldots, n)$ экономикалық ортада жүзеге асыратын s_k стратегиясын таңдаған жағдайда басқару субъектісінің қызметінің тиімді шешімін сандық бағалау болып табылады;

Ұтымды шешімді қабылдаудың модельдеу үрдісінің ұсынылған сұлбасында келесі интерпретация болуы мүмкін: жұп ойынның екінші ойыншысы кездейсоқ таңдаумен немесе мағынасын ұқпай өзінің шешімін экономикалық ортамен алмастырылады, ал шешімді қабылдау жағдайы ойын матрицасы (статистикалық) немесе ұтыс матрицасы деп аталатын F бағалау функционалымен сипатталады.

Шешімді қабылдаудың формальды жағдайы теориялық-ойындық концепцияға сәйкес үштік (S, Θ, F) жиынмен сипатталады.

Практикалық тұрғыдан қарағанда аралас ойын моделі қызық болып келеді. Аралас ойын моделінде S басқару субъектісінің стратегиялар жиыны дискретті болып табылады және ақырлы санды нұсқаны қабылдай алады, ал Θ экономикалық ортаның жағдай жиыны – үзіліссіз болып келеді. Бұл жағдайда шешімді қабылдау жағдайы

$$F = (f(s_k, \theta) = f_k(\theta) \colon \theta \in \Theta;\ s_k \in S; k = 1, \ldots, m) = \left(f_1(\theta), \ldots, f_m(\theta)\right)$$

функцияның жиынтығымен сипатталады [5-6].

Теориялық-ойындық модельді құруға қатысты шығармашылық және формальды құраушыларға сипаттама берейік. Шығармашылық құраушылардың негізгі кезеңдері:

- бірінші және екінші ойыншылардың шешімдер жиынын, яғни шешімді қабылдау субъектісінің таза стратегиялар тізмі мен экономикалық ортаның (табиғаттың) күйін қалыптастыру;
- F ұтыс матрицасын құруда тиімді және пайдалы негізгі көрсеткіштерін анықтау және қалыптастыру;
- экономикалық ортаның жүрісін сипаттайтын бар ақпараттық жағдайды анықтау (идентификациялау);
- идентификацияланған ақпараттық жағдайға тән критерийлер жиынынан шешімді қабылдау критерийін таңдау;
- егер таза және аралас стратегияны пайдалану мүмкін болмаса, таза және аралас стратегияларының жиынтығы бойынша шешімді таңдалынған критерийіне сәйкес қабылдау.

Анықталмағандық, дау-жанжал жағдайында және солардың негізінде пайда болған қауіп-қатер жағдайында шешімді қабылдау үрдісінде шығармашылық құраушымен қатар формальды құраушыны толық меңгеруді талап етеді. F бағалау функционалының негізінде құрылатын математикалық аппаратты және тиімділік көрсеткіштері бойынша есептеулерді орындауды пайдалану, сонымен қатар, таңдалынған тиімді критерий бойынша тиімді (ұтымды) стратегияны немесе тиімді (ұтымды) стратегиялар жиыныніздеу бойынша есептеу формальды құраушының мағынасы болып табылады.

Шешімді қабылдау үрдісінің шығармашылық құраушысының алғашқы екі кезеңі ойын моделінің негізін құрайды. Өндірістік қызмет саласында, макроэкономикалық деңгейде ойын модельдерін сәтті қолданудың көптеген мысалдары белгілі.

Сол мысалдардың бірі, белгілі бір «жаңа» және «ескі» тауарлар деп аталатын өнімдерді сатуға қажетті көлемді таңдауға мүмкіндік береді [7]. «Жаңа» және «ескі» тауарлар ретінде, мысалы, компьютерлердің маркаларын, оқу орындарындағы кітапханалардағы оқулықтардың баспадан шығарылу жылдары, модаға сәйкес киімдердің т.т. қарастыруға болады. Сондықтан біз жалпылама түрде «жаңа» және «ескі» тауарлар деп қарастырамыз. Айталық бізге e_1, e_2, e_3 үш «ескі» тауарлардың сұраныстары туралы мәліметтер белгілі болсын. Белгілі бір мезгілден кейін «ескі» тауарды айырбастай алатындай сауда желісіне j_1, j_2, j_3 үш «жаңа» тауарлар түседі. Яғни, «жаңа» тауарлар «ескі» тауарлардың сұраныстарын азайтады. Сұраныстың алдыңғы зерттеулері бойынша сауда желісіне «жаңа» тауарлар түскен кезде «ескі» тауарларды сату ықтималдылығы белгілі. «Жаңа» және «ескі» тауарлар ойыны үшін ұтыс матрицасы келесі кестеде (1-кесте) келтірілген.

1-кесте. «Жаңа» және «ескі» тауарлар ойыны

«Жаңа» тауарлар / «Ескі» тауарлар	j_1	j_2	j_3
e_1	0,5	0,6	0,8
e_2	0,9	0,7	0,8
e_3	0,7	0,5	0,6

Дау-жанжал жағдайын бірінші ойыншының («ескі» тауарларға қатысушы) тұрғысынан қарастырайық. Бұл ойыншыны өзімізге ыңғайлы болу үшін A ойыншы деп белгілейік. A ойыншы өзінің ең жақсы стратегиясын таңдайды, яғни (e_1, e_2, e_3) стратегияларының ішінен кез келген A_i-ші $(i = 1, 2, 3)$ стратегияға A ойыншының ұтысы минималды болатындай B ойыншы («жаңа» тауарларға қатысушы) B_j-ші $(j = 1, 2, 3)$ стратегиясымен жауап береді. Осы B_j стратегиясын табу үшін ұтыс матрицасындағы A_i стратегиясына сәйкес жолдағы a_{ij} сандарының ішіндегі ең кішісін табу керек. Оны α_i арқылы белгілейміз. Сонда,

$$\alpha_i = \min_{j=1,2,3} a_{ij}, \ (i = 1, 2, 3).$$

α_i - A_i-ші стратегиясының тиімді көрсеткіші болып табылады.

Осылайша, A ойыншы үшін жүргізілген талдауды B ойыншы үшін де жүргізсек

$$\beta_j = \max_{i=1,2,3} a_{ij}, \ (j = 1, 2, 3)$$

B_j стратегиясының β_j тиімді емес көрсеткішін аламыз.

Сәйкес тиімділік көрсеткіштермен мәндерін 2-кестеге толтырайық:

2-кесте. «Жаңа» және «ескі» тауарлар ойынының тиімділік көрсеткіштері

«Жаңа» тауарлар / «Ескі» тауарлар	j_1	j_2	j_3	α_i
e_1	0,5	0,6	0,8	0,5
e_2	0,9	0,7	0,8	0,7
e_3	0,7	0,5	0,6	0,5
β_j	0,9	0,7	0,8	-

Ойынның төменгі құны немесе максималды ұтысы (максимин принципі)

$$\alpha = \max_i \alpha_i = \max_i \min_j a_{ij} = 0{,}7, \ \ (i, j = 1, 2, 3);$$

жоғары құны немесе минималды ұтысы (минимакс принципі)

$$\beta = \min_j \beta_j = \min_j \max_i a_{ij} = 0{,}7, \ \ (i, j = 1, 2, 3).$$

Бұл жерде

$$\alpha = \beta = 0{,}7$$

болғандықтан, яғни ойынның жоғары құны мен төменгі құны өзара беттескендіктенминимаксті және максиминді стратегиялар ойыншылардың тиімді стратегиялары болып табылады да, ойынның ер нүктесі бар екендігін білдіреді. Ол e_2 және j_2 минимаксті стратегиялармен құрылады. Ойынның шешімі $v = \alpha = \beta = 0{,}7$. Бұл стратегиялардан бас тарту екі ойыншы үшін де тиімді емес болатындай, стратегия орнықты болып табылады.

Сонымен, «ескі» тауарларды сатуға қажетті көлемі сияқты «жаңа» тауарларды сатуға қажетті көлемін таңдауға мүмкіндік беретін қарастырылған ойынмен алынған мысал максималды экономикалық нәтиже алуға мүмкіндік береді.

Қорытынды. Ойындар теориясының концепциясы негізінде анықталмағандық жағдайында тиімді шешімді қабылдау мүмкіндігі болады. Ал ол өз алдына әр түрлі қызығушы жақтардың қызығушылығын ескереді. Кез келген экономикалық жағдайды ойын ретінде қарастырып шешімді қабылдаудың барлық субъектілерінің қызығушылықтары ескеріледі. Жоғарыда келтірілген мысал экономикалық ойынға мысал болады.

1. Витлинський В.В., Верченко П. И. Анализ, моделирование и управление экономическим риском: Учебно-метод. пособие для вузов. изучите. дисц. - М.: Финансы, 2000. - 292 с.
3. Экономический риск: игровые модели: Учеб. пособие / В.В. Витлинський, П.И. Верченко, А.В. Сигал, Я.С. Наконечный Под ред. д-ра экон. наук, проф. В. Витлинського. - М.: Финансы, 2002. - 446 с.
4. Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. - М.: ИЛ, 1960. - 708 с.
5. Гусманова Ф.Р. , Абдулкаримова Г.А. Ойындар теориясының көмегімен шешім қабылдау әдістемесі // Вестник ЕНУ им.Гумилева, 2015, №2, С. 81-86.
6. Gusmanova F.R., Abdulkarimova G. Mathematical modeling of economic problems by the using the elements of the theory games Vith Ryskulov readings: socio-economic modernization of kazakhstan under conditions of global financial instability pages:126-141 published: 2012, May 16-18, 2012. Wos: 000317270100009.
7. Гусманова Ф.Р. Амалдарды зерттеудің негіздері: - ЖШС РПБК «Дәуір», 2011. -470б.

Аннотация. В *статье рассмотрены встречающиеся в экономической среде детерминированные ситуации, когда риск отсутствует. В экономике и бизнесе в ряде случаев, учитывая выбранные цели, приходится принимать решения на основании построения системы гипотез. Это правомерно, в частности, из-за отсутствия исчерпывающей, достоверной информации, поскольку позволяет преодолевать, таким образом, неопределенность. Это переводит ситуацию неопределенности в ситуацию риска, в частности риска отклонения от целей, риска недополучения ожидаемых результатов, риска вероятных убытков, которые могут возникнуть из-за недостаточной обоснованности тех или иных гипотез.*

В статье приведен пример учета степени риска, чтобы частично избежать возможных убытков, для этого проверена гипотеза, выдвинуты альтернативные варианты т.д.. Избежать негативных последствий, вызванных риском, позволяет теория игр.

Ключевые слова: *риск, игра, теория игр, игрок, платежная функция.*

Abstract. *In economics media deterministic cases without risks found very rare. Most of events are not whole forecasted, that can bring to the risk. In some of cases in economics and business according to chosen purposes solves should be based on building hypothesis systems. It's rightfully, partly cause of lacking the comprehensive, reliable information, as it support to overpass the uncertainty. And this changes uncertainty situation into risky situation, partly, risk of deviations from purposes, risk of expectable results shortfalls, risk of possible wastes, which can arise due to insufficient validity of hypothesizes. To consider risk degree and though partly escape the possible wastes needs in case of opportunity to check out hypothesizes reliability, put forward alternative variations and etc. Game theory allows escaping the negative consequences caused with risk.*

Key words*: risk, game, game theory, player, payment function*

Хабаршы • Вестник
«Физика-математика ғылымдары» сериясы • Серия «Физико-математические науки»,
№2 (54) -2016

УДК 517.958:531.72

А.С. Жумали

ВЫВОД МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ПОДЗЕМНОГО ВЫЩЕЛАЧИВАНИЯ

(г.Алматы, Казахстанско-Британский технический университет)

Аннотация. *Ряд химических и физических процессов происходят на границе контакта твердых тел и жидкостей. К таким процессам относятся кучное и подземное выщелачивание, которые являются важными технологическими процессами извлечения урана, драгоценных металлов, никеля, меди и других соединений. Чтоб понять сложные системы и их математическое описание мы рассматриваем математическую модель на микроуровне. Главными здесь являются новые условия на свободной (неизвестной) границе между жидкостью и твердыми телами, которые выражают законы сохранения масс.*

Ключевые слова: *задачи со свободными границами, микроскопическая модель, диффузия-конвекция, выщелачивание.*

Добыча урана выщелачиванием или очистка выщелачиванием призабойной зоны нефтяной (газовой) скважины являются очень важными народнохозяйственными задачами. Естественные залежи урана и углеводородов являются сложными геологически разнородными объектами. Неоднородность означает, что интересующие нас свойства объекта изменяются в пространстве. Анализы скважин и кернов показывают, что геологические свойства (пористость, проницаемость и т.п.) всех резервуаров неоднородны даже внутри одного резервуара. Очень часто недостаточный учет последствий неоднородностей на стадии планирования операции становится очевидным слишком поздно, когда закачиваемый в грунт через нагнетающие скважины кислотный раствор оказывается далеко от предполагаемого места. Кроме этого важную роль играют концентрация закачиваемой кислоты, режимы нагнетания кислотных растворов и т.п. факторы. Следовательно, понимание динамики флюидов в гетерогенных пористых средах и механизма растворения горных пород кислотами имеет фундаментальное значение для эффективного управления добычей урана или углеводородов.

В настоящее время для описания процесса выщелачивания горных пород существует большой спектр математических моделей, описывающих рассматриваемые физические процессы опосредованно на макроскопическом уровне. А именно, в этих моделях в каждой точке сплошной среды присутствует как горная порода (твердый скелет), так и жидкость в порах этого скелета. R. Burridge, J. B. Keller [1] и E. Sanchez-Palencia [2] были первыми, кто на примере процессов акустики и фильтрации жидкости в горных породах ясно объяснили, почему макроскопические математические модели должны быть строго выведены с учетом микроструктуры.

Различные частные случаи точных моделей акустики и фильтрации жидкости в горных породах интенсивно исследовались многими авторами: Nguetseng [3], Buchanan, Gilbert [4], Buckingham [5], Clopeau, Ferrin, Gilbert, Mikelic [6] и другие.

Наиболее полно и систематически точные модели физических процессов в пороупругих средах были исследованы А. Мейрмановым [7] - [11]. Он переписал эти модели в специальной безразмерной форме и фиксировал определенный набор критериев (коэффициенты дифференциальных уравнений), которые отвечают за тип физического процесса (фильтрация, акустика, гидравлический удар, и т.п.). Таким образом Мейрманов упростил точные математические модели на микроскопическом уровне и вывел точные асимптотические приближения этих моделей, адекватно описывающие рассматриваемые физические процессы на макроскопическом уровне.

Эффективное и точное численное моделирование на микроскопических масштабах имеет фундаментальное значение для понимания основных физических особенностей процессов выщелачивания горных пород. Методы конечных разностей широко используются из-за их простоты и эффективности на структурированных сетках.

Целью данной работы является рассмотрение физического процесса наиболее точно на микроскопическом уровне.

В безразмерных переменных

$$\mathbf{x} \to \frac{\mathbf{x}}{L}, t \to \frac{t}{T}, \mathbf{v} \to \frac{T}{L}\mathbf{v}, p \to p^* p,$$

динамика несжимаемой жидкости в поровом пространстве $\Omega_f(t)$ описывается уравнением

$$\alpha_\mu \Delta \mathbf{v} - \nabla p = 0, \tag{1}$$

для давления p и скорости жидкости $\mathbf{v}$.

Запишем уравнение неразрывности как уравнение неразрывности обобщенного движения всей сплошной среды (включая и твердый скелет, где скорость $\mathbf{v}$ сплошной среды тождественно равна нулю):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0. \tag{2}$$

Уравнение (3) понимается в смысле теории распределений. Например, как интегральное тождество

$$\int_{\Omega_T} \rho\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \varphi\right) dx dt = 0$$

для давления

$$\rho(\mathbf{x},t) = \chi(\mathbf{x},t)\rho_f + (1 - \chi(\mathbf{x},t))\rho_s,$$

справедливое для всех гладких функций $\varphi(\mathbf{x},t)$, равных нулю на входе и выходе, при $t > 0$ и при $t = T$. В частности [12],

$$(v_n - V_n)\rho_f = -V_n \rho_s, \mathbf{x} \in \Gamma(t), t > 0,$$

или

$$v_n = -V_n \frac{(\rho_s - \rho_f)}{\rho_f}, \quad (V_n - v_n = \frac{\rho_s}{\rho_f} V_n), \quad \mathbf{x} \in \Gamma(t), \quad t > 0. \tag{3}$$

$\Gamma(t)$ - свободная граница.

Наконец, уравнение неразрывности в дифференциальной форме в области $\Omega_f(t)$ при $t > 0$ примет вид

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \tag{4}$$

При описании динамики концентрации активной примеси c в поровом пространстве $\Omega_f(t)$ воспользуемся уравнением диффузии – конвекции

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla c = \alpha_c \Delta c, \tag{5}$$

В (1) – (5)

$$\alpha_\mu = \frac{\mu}{T L g \rho^0}, \alpha_c = \frac{DT}{L^2}, p^* = \rho_f \frac{L^2}{T^2},$$

$\chi(\mathbf{x},t)$ - характеристическая функция порового пространства ($\chi = 1$ в $\Omega_f(t)$ и $\chi = 0$ в $\Omega_s(t)$), ρ_s и ρ_f безразмерные плотности твердого скелета и жидкости соответственно, с

ρ^0 - плотность воды, L - характерный размер области, T - характерное время процесса, g - ускорение силы тяжести , ρ_c - плотность активной примеси и D - коэффициент диффузии активной примеси.

Теперь сформулируем основное краевое условие для концентрации c на свободной границе для одной пространственной переменной.

Пусть $\Omega_f(t) = \{x : 0 < x < X(t)\}$ - искомая область и $\Gamma(t) = \{x : x = X(t)\}$ - искомая граница контакта (Рис. 1).

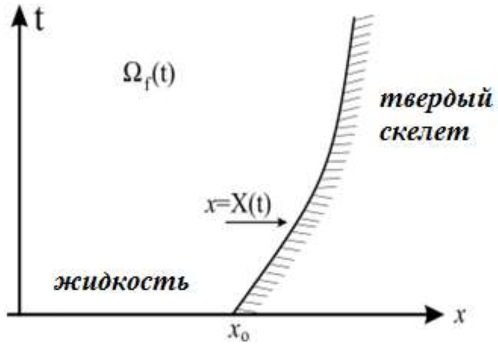


Рисунок 1- *Одномерная структура*

Имеются

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad 0 < x < X(t),$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + v\frac{\partial c}{\partial x} = \alpha_c \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \quad 0 < x < X(t),$$

$$\alpha_c \frac{\partial c}{\partial x} - v(t)c = 0 \quad при \quad x = 0,$$

Через

$$M(t) = \int_0^{X(t)} c(x,t)dx \tag{6}$$

мы обозначим полное содержание примеси в объеме $\Omega_f(t)$.

Подсчитаем изменение этой величины во времени:

$$\frac{dM}{dt} = \frac{dX}{dt}c(X(t),t) + \int_0^{X(t)} \frac{\partial c}{\partial t}(x,t)dx =$$

$$\frac{dX}{dt}c(X(t),t) + \int_0^{X(t)} \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_c \frac{\partial c}{\partial x}(x,t) - v(t)c(x,t))dx =$$

$$(\frac{dX}{dt}(t) - v(t))c(X(t),t) + \alpha_c \frac{\partial c}{\partial x}(X(t),t),$$

Для вычисления интеграла используются интегрирование по частям и формула (3).

Таким образом,

$$\frac{dM}{dt} = (\frac{dX}{dt} - v)c + \alpha_c \frac{\partial c}{\partial x}, \quad x = X(t). \tag{7}$$

По законам химической кинетики:

$$\frac{dM}{dt} = -\beta c, \frac{dM_i}{dt} = \beta \beta_i c, i = 1,..., n, \tag{8}$$

где $\beta, \beta_i, i = 1,..., n$ заданные константы.

Величины $\frac{dM}{dt}, \frac{dM_i}{dt}$ называются скоростями химической реакции.

С другой стороны, по закону сохранения массы

$$\rho_s \frac{dX}{dt} - \rho_c \frac{dM}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \rho_i \frac{dM_i}{dt}, \tag{9}$$

где $\rho_c, \rho_1, ..., \rho_n$ являются безразмерными плотностями кислоты и продуктов химической реакции.

Из соотношений (7)–(9) следует

$$\frac{dX}{dt}(t) = \beta\gamma c(X(t), t), \tag{10}$$

и

$$(\frac{dX}{dt}(t) + \beta - v(t))c(X(t), t) + \alpha_c \frac{\partial c}{\partial x}(X(t), t) = 0, \tag{11}$$

где

$$\rho_s \gamma = \sum_{i=1}^{n} \rho_i \beta_i - \rho_c,\ i = 1,..., n.$$

В общем случае эти формулы имеют вид:

$$(V_n + \beta - v_n)c + \alpha_c \frac{\partial c}{\partial n} = 0, \mathbf{x} \in \Gamma(t), \tag{12}$$

$$V_n = \beta\gamma c, \mathbf{x} \in \Gamma(t), \tag{13}$$

где V_n - нормальная скорость $\Gamma(t)$ по внешней к $\Omega_f(t)$ нормали $\mathbf{n}$, $v_n = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}$ - нормальная скорость жидкости, и $\frac{\partial c}{\partial n} = \nabla c \cdot \mathbf{n}$ - нормальная производная от c к $\Gamma(t)$.

Осталось дополнить дифференциальные уравнения недостающими краевыми и начальными условиями.

На свободной границе $\Gamma(t)$:

$$\mathbf{v} - v_n \mathbf{n} = 0. \tag{14}$$

На границах S^+ и S^-, которые моделируют нагнетательные и добывающие скважны, мы считаем, что нормальное напряжение в жидкости пропорционально известному давлению

$$(\alpha_\mu \mathrm{D}(\mathbf{v}) - p\mathrm{I}) \cdot \mathbf{n} = -p^{\pm}(\mathbf{x}, t)\mathbf{n}, \tag{15}$$

где I - единичная матрица и

$$\mathrm{D}(\mathbf{v}) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^*).$$

На границе S^+ (вход) концентрация активной примеси является известной величиной:

$$c = c^+(\mathbf{x}, t). \tag{16}$$

На выходе

$$\nabla c \cdot \mathbf{n} = 0 \tag{17}$$

и на непроницаемой границе S^0

$$\mathbf{v} = 0, \nabla c \cdot \mathbf{n} = 0. \tag{18}$$

Задача замыкается начальными условиями

$$\Gamma(0) = \Gamma_0, c(\mathbf{x}, 0) = c_0(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \Omega_0. \tag{19}$$

Система дифференциальных уравнений (1), (4), (5), дополненная краевыми и начальными условиями (3), (12) - (19) формируют математическую модель, описывающую скорость жидкости, давление, концентрацию активной примеси и свободную границу на микроуровне.

Заключение. В данной работе получена математическая модель, описывающая взаимодействие активной примеси с твердым скелетом. Подход основан на фундаментальных законах механики и кинетической химии. На современном этапе значимость полученной математической модели заключается в возможности изучения основных особенностей протекания физико-химического процесса, заключающегося во взаимодействии активной компоненты со скелетом.

1 Burridge R., Keller J. B. Poroelasticity equations derived from microstructure // J. Acoust. Soc. Am. - 1981. - V. 70, №4. - pp. 1140-1146.
2 Sanchez-Palencia E. Non-Homogeneous Media and Vibration Theory // Lecture Notes in Physics, Springer-Verlag, New York. - 1980. - V. 129.
3 Nguetseng G. Asymptotic analysis for a stiff variational problem arising in mechanics // SIAM J. Math. Anal. - 1990. - V.21, - pp. 1394-1414.
4 Buchanan J.L., Gilbert R.P. Transition loss in the farfield for an ocean with a Biot sediment over an elastic substrate // ZAMM. - 1997. - V. 77, - pp. 121-135.
5 Buckingham M.J. Seismic wave propagation in rocks and marine sediments: a new theoretical approach in: A. Alippi, G.B. Cannelli, (Eds.), Underwater Acoustics, Vol. I // CNR-IDAC, Rome - 1998.
6 Clopeau Th., Ferrin J. L., Gilbert R. P., Mikelic A. Homogenizing the acoustic properties of the seabed: Part II // Mathematical and Computer Modelling. - 2001. - V. 33, - pp. 821-841.
7 Meirmanov A. Nguetseng's two-scale convergence method for filtration and seismic acoustic problems in elastic porous media // Siberian Mathematical Journal. -2007. - V. 48. - pp. 519– 538.
8 Meirmanov A. A description of seismic acoustic wave propagation in porous media via homogenization // SIAM J. Math. Anal. -2008. - V. 40, No. 3. - pp. 1272– 1289.
9 Meirmanov A. Double porosity models in incompressible poroelastic media // Mathematical Models and Methods in Applied Sciences. - 2010. - V. 20, No. 4. - pp. 635–659.
10 Meirmanov A. The Muskat problem for a viscoelastic filtration // Interfaces and Free Boundaries. - 2011. - V. 13, No. 4. - pp. 463– 484.
11 Meirmanov A. Mathematical models for poroelastic flows // Atlantis Press, Paris. - 2013.
12 Whitham G. B. Linear and nonlinear waves, Willey. -1999. ISBN 978-0-471-94090-6.

Аңдатпа. *Химиялық және физикалық үрдістердің бірқатары қатты денелер мен сұйықтықтардың байланысқан шекарасында өтіп жатады. Ол уран, құнды металлдар, никель, мыс және бақа да қосылыстарды өндіруде маңызды технологиялық үрдіс болып табылады. Күрделі жүйелер мен оладдың математикалық сипаттамасын түсіну үшін біз микро деңгейдегі математикалық пішінді қарастырып отырмыз. Бұл жерде ең маңыздысы - массаның сақталу заңын өрнектейтін сұйықтық пен қатты дене арасындағы еркін (белгісіз) шекараға қойылған жаңа шарттар.*

Түйін сөздер: *еркін шекаралы есептер, микроскопиялық модель, диффузия-конвекция, ерітінділеу.*

Abstract. *A number of chemical and physical processes occur at interfaces where solids meet liquids. Among them is heap and in-situ leaching, an important technological process to extract uranium, precious metals, nickel, copper and other compound. To understand the complex systems and their mathematical description we consider the mathematical model on the microscale. The main point here is new conditions at the free (unknown) boundary between liquid and solid phases, which express mass conservation laws.*

Keywords*: free boundary problems, microscopic model, diffusion-convection, leaching.*

UDC 517.927

B.K. Kaldybekova*

SOME ANALOG OF THE STURM SEPARATION THEOREM FOR EQUATION ON GRAPH

(Almaty, Kazakh-British Technical University, PhD student)

Abstract. *In this paper we prove a universal version of Sturm's separation theorem for ordinary differential equations of second order on geometric graph. Universal means valid for all natural transmission conditions. Our result generalizes some previous results. The admissibility property of the transmission functionals will be used to prove of the Sturm's separation theorem. As an application of Sturm's theorem we give a geometric approach to estimation of multiplicities of eigenvalues in the Sturm Liouville problem on graph.*

Keywords: *universal, admissible, S-zone.*

1. Preliminaries

A geometrical graph *G* is defined to be a connected subset of R^n, consisting of a finite number of points $v_1, v_2, v_3, v_4, ..., v_m.$, called vertices of *G*, and of some intervals e_k (called edges of *G*):

$$e_k = \left\{ x \in R^n,\ (v_i, v_j):\ x = v_i + t\frac{v_j - v_i}{\|v_j - v_i\|},\ t \in [0, l] \right\} \tag{1}$$

where *l* stands for Euclidean distance between v_i and v_j.

The graph *G* is assumed to be divided into two subsets: G_0 and ∂G_0, where G_0 is some connected subset of *G*, consisting of some vertices of *G* and all its edges (see [1]). Assuming the set of all vertices is denoted by *V*, let us denote by V_0 the subset of *V*, consisting of those vertices, which lie in G_0. These vertices are referred to as internal vertices of G_0. The remaining part of *V*, i.e. $V \setminus V_0$ is denoted by ∂G_0, its elements are referred to as boundary vertices.

We need some sets of functions on *G*. The following gives a full list of these sets.

1. $C_e(G)$ consists of all functions $u: G \to R^n$ which are uniformly continuous on each edge. In the sequel $u_i(v)\ (v \in V)$ stands for the limits

$$\lim_{\substack{x \to v \\ x \in e_i}} u_i(x)$$

where u_i denotes the restriction of *u* on the edge e_i. This limits exist due to uniform continuity of $u \in C_e(G)$ on each edge.

2. $C(G)$ is the set of all continuous functions on *G*. Obviously $C(G) \subset C_e(G)$. The reverse is true if $u_i(v) = u(v)$ for all $i \in I(v)$, where $I(v) = \{i : e_i \succ v\}$. The notation $e_i \succ v$ means that the edge e_i adjoins the vertex *v*.

3. $C_e^1(G)$ is a set of all functions $u: G \to R$, such that their restrictions have uniformly continuous derivatives u_k' on e_k. Here $u_k'(x)$ is defined to be a derivative

$$\frac{d}{d}\Big|_{t=t(x)} u\left(v_i + t\frac{v_j - v_i}{\|v_j - v_i\|} \right)$$

where *t* is a natural parameter, introduced by (1). We assume that the parameterization (1) is fixed for all e_k. In what follows $u'_k(v)$ ($v \in V$) stands for the limit

$$(-1)^{\sigma} \lim_{\substack{x \to v \\ x \in e_i}} u'_i(x),$$

where $\sigma = 0$, if e_k parameterized in the direction from *v* to the interior of e_k. Otherwise, $\sigma = 1$. It means that $u'_k(v)$ is a directional derivative of u_k with respect to internal direction (from *v* to the interior of e_k).

4. $C_e^2(G)$ is a set of all functions which have twice differentiable restrictions u_k .

For each internal vertex $v \in V_0$ we fix a collection of linear functionals $l_1, l_2, \ldots, l_n, .l_{\mu+1}$ (μ is a multiplicity of *v*, i.e. the number of edges, attached to *v*):

$$l_j(u) = \alpha_j u(v_j) + \sum_{i \in I(v_j)} \left(\alpha_{ij} u_i(v_j) + \beta_{ij} u'_i(v_j) \right),$$

called transmission conditions. The set of all transmission functionals, associated with the vertex *v* is denoted by Λ_v. A collection of all Λ_v will be denoted by Λ.

Now we are ready to define an ordinary differential equation on G_0. Namely, we shall consider a special class of linear differential equation, which may be presented as a couple of relations:

$$(pu')' + qu = f \tag{2}$$

$$l(u) = 0, \ l \in \Lambda. \tag{3}$$

Our assumptions about the coefficients and the right-hand side f are quite standard: $p \in C_e^1(G),\ q, f \in C_e(G)$ and *p* is strictly positive. Strict positivity of the function *f* on *G* means here that $f(x) \ge 0$ on *G*, $f(x) > 0$ on $E(G)$ (the union of all edges in *G*) and $u_i(v) > 0$ for all $i \in I_v$ and for all vertices.

A function $u \in C_e^2(G)$ is said to satisfy (2) if each restriction u_k satisfies $(p_k u'_k)' + q_k u_k = f_k$.

2. An analog of the Sturm separation theorem

To formulate our main result we need some additional notations and agreements. We say Λ_v is admissible set of transmission functionals at the vertex *v* if the following property is fulfilled: if *u* satisfies (2), $l(u) = 0$ for each $l \in \Lambda_v$, $u \ge 0$ in some neighborhood of *v* and at least one of the numbers $u_i(v), (i \in I_v)$ vanishes, then *u* vanishes on the "star", consisting of *v* and all edges satisfying $e_i \succ v$.

To illustrate this notion let us define the set Λ_v as follows:

1) $l_0(u) = -\sum_{j=1}^{\mu(v)} k_j u'_j(v) + \alpha u(v) \bullet,$

2) $l_i(u) = u_i(v) - u(v), \quad i = 1, 2, \ldots \mu(v)$

with positive k_j and non-negative α.

It is easy to see that the corresponding Λ_v is admissible.

Another example gives a following collection Λ_v:

1) $l_0(u) = u(v)$

2) $l_i(u) = -p_i u_i'(v_j) + \sum_{m=1}^{\mu(v)} k_{im}(u_i(v) - u_m(v)), \quad i = 1, 2, \ldots \mu(v)$

with positive k_{kj}.

Checking admissibility here is a little bit more complicated problem, than in the previous example.

A set Λ of all transmission conditions is said to be admissible if Λ_v is admissible for all internal vertices.

Next definition plays a central role in this paper.

Definition 1. *A connected open subset $S \subset G_0$ is said to be an S-zone of the function $G_0 \to R$ if*

a) u is positive on $S \cap G_0$ and has positive limit values $u_i(v)$ for all the vertices lying in S, and for all $i \in I_v$.

b) $u(x) = 0$ on $\partial S = \overline{S} \setminus S$.

Here the words "connected" and "open" are interpreted in terms of topology, induced on G_0 by the standard topology of R^n.

Now we are ready to announce our main result - an analog of the Sturm separation theorem (see [2], [3]).

Theorem 1. *Let u and w be the solutions to (2),(3) with admissible set Λ of transmission functionals. Then w changes the sign in each S-zone S of the function u provided u and w are linearly independent on S.*

The change of sign of the function *u* at the point *X* is interpreted by usual way: if *X* is a point of some edge, while in the case *X* is an internal vertex the change of sign means $u_i(X)u_j(X) < 0$ for all least two indices *i* and *j*.

To prove this theorem we need the following auxiliary assertion:

Lemma 1. *Let u be a solution to (2),(3). If Λ is admissible set of transmission functionals then for each open subset $S \in G$ the following statement is true: if u is non-trivial and nonnegative on S then u is strictly positive on S.*

That is an easy consequence of admissibility of Λ. It should be noted that the strict positivity of *u* on *S* does not imply its strict positivity on the closure $\overline{S}$.

Now we are ready to prove our analog of the Sturm separation theorem.

Arguing by contradiction let us assume that *w* keeps its sign. To fix ideas let us assume *w* is nonnegative in *S*. We can conclude, using the previous lemma, that *w* is strictly positive on *S*. If there exists a boundary point ξ of the set *S* where $u_i(\xi) = \lim_{x \to \xi} w_i(\xi) = 0$ (here *x* approaches ξ along some edge e_i lying constantly in *S*), then $u_i'(\xi) = \lim_{x \to \xi} w_i(\xi) \neq 0$. Otherwise $w_i \equiv 0$ according to uniqueness theorem, which contradicts a strict positivity of w on *S*. This property of *w* guarantees that there exists some λ satisfying $u(x) \le \lambda w(x)$ on $E(G) \cap S$. Let λ_0 be the greatest lower bound of such λ. Then $z(x) = \lambda_0 w(x) - u(x) \ge 0$ on *S*. If $z \equiv 0$ on *S* then *u* and *w* are linear dependent, which contradicts our assumptions about *u* and *w*. Otherwise, *z* is strictly positive according to above lemma. Since *z* has the properties similar to those of *v*, we can find

α satisfying $\alpha z(x) \geq u(x)$ on *S*. The last inequality is equivalent to $\alpha(\lambda_0 w(x) - u(x)) \geq u(x)$, which may be transformed to

$$\frac{\alpha}{1+\alpha}\lambda_0 w(x) \geq u(x)$$

But the last inequality contradicts to minimality of λ_0 (λ_0 is the greatest lower bound of the set of all λ satisfying $\lambda w(x) \geq u(x)$). This completes the proof.

3. Application of the Sturm - Liouville problem on graph

An analog of the Sturm-Liouville theorem on graph is the following boundary value problem:

$$(pu')' + qu = \lambda u \; , \tag{4}$$

$$l(u) = 0, \; l \in \Lambda \tag{5}$$

$$u(v) = 0, \;\; v \in \partial\Omega_0 \tag{6}$$

If these relations admit a nontrivial *u* satisfying them, then the corresponding λ is called an eigenvalue of (4)-(5).

A geometric multiplicity of the eigenvalue λ is defined to be a dimension of the linear space of all eigenfunctions (with respect to usual operations of summation and multiplication on scalars, see [4], [5]).

The main assertion of this section is the following one:

Theorem 2. *Let the problem (4)-(5) admit a solution, which has no zeroes in the internal vertices and in all circles of G, (except boundary vertices, containing in the circles (6)). Then the geometric multiplicity* $\mu(\lambda)$ *of corresponding eigenvalues* λ *does not exceed* $N+1$, *where N is the number of circles in G, provided* Λ *is admissible set of transmission conditions.*

The result of this kind may be found in [4], [5]. It has been proved there for so-called non-oscillating operators. To explain this property let us represent (4)-(6) in the form $Lu = \lambda u$. *L* is said to be non-oscillating if each solution to the equation does not admit any *S*-zone in *G*. To this moment the relationships between non-oscillation property and admissibility of the set Λ are not stated. Anyway, our proof is clearer with the geometric point of view. Besides, checking admissibility of Λ is much easier problem, then checking non-oscillation.

Remind that the number of circles *N* in the graph *G* is a minimal number of cuts of their edges, which is necessary to transform it into some tree (a graph without circles). Another way to define this notion is to use famous Euler's formula for connected graphs: $V - E + N = 2$, where *V* and *E* are the number of vertices and the number of edges in the graph respectively.

To prove theorem 2 we need two auxiliary assertions:

Lemma 2. *Let the solutions u and v of the problem (4)-(6) have the same S-zones on G, then u and v are linearly dependent.*

It is nearly obvious due to the Sturm separation theorem.

Lemma 3. *Let* $\{\xi_1, \xi_2, ... \xi_k\}$ *be a set of pairwise distinct points and each* ξ_i, *be either an internal vertex or an internal point of some edge of the graph G. If these points do not belong to circles of G, then the set* $G \setminus \{\xi_1, \xi_2, ... \xi_k\}$ *consists of at least k+1 connected components.*

This assertion is also obvious.

Now we can prove theorem 2. If *G* has no circles this estimate is obvious. In fact, let *u* be a solution of (4)-(6) without zeroes in the set of all internal vertices V_0, and let $S_1, S_2, ... S_k$ be all S-zones of *u*. Let *w* be also a nontrivial solution. If *u* and *w* are linearly independent on S_i for some *i* then *w* has a change of sign at some point $\xi_i \in S$. If *u* and *w* are linearly independent in each S_i, then we have at least *k* points ξ_i with that property. According to lemma 3 the set

$G\setminus\{\xi_1,\xi_2,...\xi_k\}$ consists of at least *k*+1 connected components. It means *w* has at least *k*+1 *S-zones*, say $\hat{S}_1, \hat{S}_2, ...\hat{S}_m$ $(m>k)$. But *u* must have a change of sign in each $\hat{S}_j$ where *u* and *w* are linearly independent. It means that *u* has more than *m* changes of sign. It contradicts the assumption about the number of S-zones of *u* (it must be $k<0$). This contradiction was caused by linear independence of *u* and *w* on each *S*-zones. If *u* and *w* are linearly dependent on some *S*-zones of *u*, we can remove these *S*-zones from *G* and apply our arguments to each connected component of remaining set. So, all nontrivial solutions of (4)-(6) are proportional to *u*. It means that the geometric multiplicity of λ equals 1.

If *G* has some circles we can use the method of mathematical induction taking above assertion, concerning graphs without circles, as a base.

For simplicity, let us suppose that there exists just one circle in *G*. In this case we must show that $\mu(\lambda)\le 2$. Arguing by contradiction let us suppose that there are three linearly independent eigenfunctions u_1,u_2,u_3 and the first one has no zeroes in the unique circle *C* of *G* and in all internal vertices. Without loss of generality we can assume u_2 and u_3 has isolated zeroes. Otherwise, we can take $u_1,+\varepsilon_1 u_2$ and $u_1,+\varepsilon_2 u_3$ (for ε_i small enough) instead of u_1 and u_2. Here we use an obvious property of u_1 to have only isolated zeroes. We can also assume that u_2 and u_3 have no zeroes in the internal vertices. Let $\hat{G}$ be *S*-zone containing *C*. If u_1 and u_2 are linearly dependent on $\hat{G}$ then they are linearly dependent on the whole *G*. In fact, the set $G\setminus\hat{G}$ consists of a finite number of trees: $G_1,G_2,...G_k$. For each G_i the conditions of our theorem are obviously fulfilled. Taking into account the above arguments (for *G* without circles) we can assert that u_1 and u_2 are linearly dependent on each G_i and, by our initial assumption, the same is true about $\hat{G}$. Since u_1 and u_2 have only isolated zeroes they have the same *S*-zones. Using lemma 2 we can conclude that u_1 and u_2 are linearly dependent overall on *G*, which contradicts our assumptions about these functions. So, u_1 and u_2 are linearly independent on $\hat{G}$. The same is true for u_1 and u_3.

Using the Sturm separation theorem we can assert that u_2 has at least one zero, say ξ lying in *G*. If ξ belongs to *C* and $u_3(\xi)\ne 0$ we can take a number α so, that $\hat{u}_3=(u_1-\alpha u_3)=0$. A graph $G\setminus\{\xi\}$ is a tree and u_2 and $\hat{u}_3$ are linearly independent solutions of (4)-(6) on *G*. But this contradicts our theorem for the trees. If $u_3(\xi)=0$ the proof is even easier.

Now let ξ not belong to *C*. In this case, we can use the same argument as in the case when *G* was supposed to be a tree. In fact in this case u_2 has at least *k* points (according to the number of *S*-zones of the functions u_1) which do not belong to circle in *G*. Due to the Sturm comparison theorem u_2 has at least *k* points $\{\xi_1,\xi_2,...\xi_k\}$ of the change of its sign. Using lemma 3 we conclude, that u_2 has at least *k*+1 *S*-zones. Applying the same arguments to the function u_1 we can conclude that u_1 has at least *k*+2 *S*-zones, which contradicts that u_1 has just *k S*-zones.

The author would like to express thanks to prof. O.M. Penkin for useful advises.

1. Pokorny, Yu. V.; Penkin, O.M. and others. Differential equations on geometric graphs (in Russian) Fiziko-Matematicheskaya Literatura, Moscow, 2005. 272 pp. ISBN: 5-9221-0425-X

2. Pokorny, Yu. V.; Penkin, O. M. Comparison theorems for equations on graph. Differential equations, vol 25, No 7, 1989, 802-809.
3. Pokornyi U. V., Penkin O.M., Sturm's theorem for equations on graphs, Reports of the Academy of Sciences, USSR, 1989, T.309, №6, p.1306-1308
4. Lubary J.A, On the geometric and algebraic multiplicities for eigenvalue problems on graphs, Lecture notes in Pure and Applied Mathematics, Marcel Deccer, 2001, 219, 135-146
5. Zavgorodnyi M.G., Penkin O. M., About eigenvalue multiplicity estimates, school, Modern methods in the theory of boundary value problems, 1992, thesis of reports, Voronezh, VSU, p.46

Аңдатпа. *Бұл мақалада біз графтағы екінші дәрежелі дифференциалдық теңдеулер үшін Штурм теоремасының универсальді нұсқасын дәлелдейміз. Мұнда универсаль сөзі барлық табиғи шарттар үшін орындалады деген мағынаны білдіреді. Трансмиссия функционалдарының ұйғарымдылық қасиетін Штурмның бөліктеу теоремасын дәлелдеуде қолданатын боламыз. Біздің бұл нәтижеміз алдыңғы мақалаларда жарияланған нәтижелерді жалпылайтын болады. Штурм теоремасына қосымша ретінде графтағы Штурм-Лиувилл есебінің меншікті мәндерінің еселілігін геометриялық тәсілмен бағалайтын боламыз.*

Түйін сөздер: *универсаль, ұйғарынды жағдай, S-аймақ.*

Аннотация. *В статье доказывается универсальная версия разделительной теоремы Штурма для дифференциальных уравнений второго порядка на графе. Универсальность означает выполняется для всех естественных условий. При доказательстве разделительной теоремы Штурма будет использовано свойство допустимости функционала трансмиссии. Наш результат обобщает некоторые предыдущие результаты. В качестве приложений теоремы Штурма мы даем геометрический подход к оценке кратности собственных значений в задаче Штурма-Лиувилля на графе.*

Ключевые слова: *универсальный, допустимый, S-зона.*

УДК 37.016.02:519.6(574)

Ж.М. Нурмухамедова*

О РОЛИ НАЧАЛ АНАЛИЗА В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЫ

(г. Алматы, Казахский национальный педагогический университет имени Абая,
* - PhD докторант)

Аннотация. *В статье рассмотрены современные проблемы обучения курсу алгебры и начал анализа на старшей ступени школы и курсу математического анализа в педагогическом вузе. Сформулированы задачи курса алгебры и начал анализа в школе. Изучена роль данного курса в математическом образовании. Также в статье говорится о проблеме мотивации в обучении. Исследована эффективность обучения математическому анализу в педагогическом вузе.*

Ключевые слова: *роль курса, математический анализ, школа, педагогический вуз, подготовка учителей.*

В последние годы было принято много новых документов – это и новый Государственный общеобязательный стандарт среднего образования, утвержденный постановлением Правительства Республики Казахстан от 23 августа 2012 года №1080, и учебные программы, в соответствии с которыми необходимо менять методику обучения.

За несколько лет средняя школа поменяла свой статус, то есть появилось много альтернативных учебных заведений, таких как лицеи, гимназии, колледжи, специализированные школы с углубленным изучением отдельных предметов.

Изменения коснулись всех сторон деятельности школы. Произошла смена общих принципов и стиля управления, рост разнообразия учебников и пособий, совмещение выпускных и вступительных экзаменов. Существенно меняются такие компоненты образовательного процесса, как требования к результатам образования и оценка качества подготовки обучающихся. Происходит интенсивное становление новых организационных форм образования, особенно на старшей ступени школы. Развиваются такие сетевые формы получения образования, как экстернат, дистанционное обучение [1].

Эти изменения приводят к новым требованиям к работе учителя, а также его профессиональной подготовке при обучении в вузе. Высококвалифицированный специалист должен не просто владеть основами наук, а применять свои знания на практике, уметь педагогически грамотно передавать знания ученикам. До сих пор актуальным остается вопрос о математической подготовке будущего учителя.

Математика дает людям возможность овладения методами изучения и понимания окружающего мира, учит методам исследования как теоретических, так и практических проблем. Во все времена математика играла важную роль в научном, техническом и экономическом развитиях. Владеющие математикой всегда составляли стратегический ресурс нации. В настоящее время, в связи с возросшей ролью математики, необычайно большое число будущих экономистов, программистов, организаторов современного производства нуждается в серьезной математической подготовке. Так как математическими методами можно исследовать широкий круг новых проблем, применять современную вычислительную технику, использовать теоретические достижения на практике.

Как известно, любую задачу экономическую, управленческую или транспортную можно «перевести» на математический язык, тем самым современный специалист получает возможность использовать для ее решения все разнообразие и богатство средств математики. Результаты, полученные с помощью методов математического анализа в экономике, позволяют подтвердить или опровергнуть выдвинутую гипотезу, построить прогноз, составить оптимальный план функционирования практически действующего объекта.

Общемировые интеграционные процессы в науке и производственно-экономической сфере привели к новым требованиям к работе руководителей производства, что, в свою очередь, вынудило провести критический анализ всей структуры подготовки кадров. Был провозглашен переход от подготовки "узких специалистов" к подготовке широко образованных личностей.

Важным качеством специалиста исследователи считают умение творчески подходить к решению возникающих перед ним задач. При всем многообразии смыслов термина «творческий подход», в математике он может означать построение нужной математической модели и ее изучение. Элементы обучения творческому подходу к решению задач, связанных, в первую очередь, с профилем будущей специальности студента, воспитание вообще творческой инициативы, должны занимать существенное место в процессе обучения математике. Однако обучение математике нельзя подменить обучением ряду приложений и методов, не разъясняя сущности математических понятий и не учитывая внутреннюю логику самой математики. Таким способом подготовленные специалисты могут оказаться беспомощными при исследовании новых конкретных явлений, поскольку будут лишены необходимой математической культуры и не приучены к рассмотрению абстрактных математических моделей. Следовательно, содержание общего курса математики не может быть определено с чисто прагматической точки зрения, основанной лишь на специфике будущей специальности студентов, без учета внутренней логики самой математики и разумной строгости изложения материала[2].

Одной из сложных, но необходимых дисциплин, изучаемых на старшей ступени средней школы, является алгебра и начала анализа. Согласно учебной программе для 10 – 11 классов общественно-гуманитарного направления общеобразовательной школы, задачами обучения алгебре и началам анализа являются:

1) воспитание отношения к математике как части общечеловеческой культуры, играющей особую роль в общественном развитии; расширение представления учащихся о сферах применения математики;

2) формирование представлений о математике как универсальном языке науки, как форме описания и методе познания действительности, средстве моделирования явлений и процессов; роли математической модели в научном познании реальных процессов;

3) формирование качеств личности, которые необходимы в современном обществе, свойственных математической деятельности: умение ясно и точно выражать свои мысли, обладать алгоритмической культурой, критическим и логическим мышлением, интуицией, способностью преодолевать трудности;

4) овладение системой математических знаний, развитие вычислительных алгебраических умений, необходимых для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин, продолжения образования;

5) систематическое изучение функций как важнейшего математического объекта средствами алгебры и математического анализа, раскрытие прикладного значения общих методов математики, связанных с исследованием функций;

6) развитие комбинаторного и вероятностного мышления; совершенствование интеллектуальных и речевых умений путем обогащения словарного запаса математической терминологией[3].

Знания, полученные при изучении курса алгебры и начал анализа, являются основополагающими для абитуриентов, поступающих в вузы по различным направлениям, так как много задач данного курса входит в задания ЕНТ. Поэтому важно, чтобы учащиеся научились не просто, например, находить производные или вычислять интегралы по известным формулам, а с самого начала понимали значимость раздела начал анализа для математики и жизни, могли оперировать основными терминами и формулами, умели применять полученные знания на практике.

Более практические задачи обучения сформулированы для естественно-математического направления:

1) обеспечение качественного усвоения базисных основ алгебры и начал анализа, направленного на развитие интеллектуальных качеств личности;

2) формирование представлений о математике как форме описания и методе познания действительности, роли математической модели в научном познании реальных процессов;

3) развитие представлений о математике как части общечеловеческой культуры, о значимости математики в истории цивилизации и современном обществе; расширение общего кругозора обучающихся представлением о вкладе ученых на различных этапах развития математической науки; расширение представлений учащихся о сферах применения математики;

4) усвоение новых подходов к решению задач по математике, овладение математическими знаниями, нужными для изучения смежных дисциплин на

современном уровне; применение математических знаний в повседневной жизни; развитие умений использовать математические знания в практической деятельности;

5) формирование качеств мышления, необходимых человеку для жизни в современном обществе, для общей социальной ориентации и решения практических проблем; интеллектуальное развитие учащихся; развитие логического мышления; потенциальных творческих способностей каждого учащегося; интереса к предмету;

6) воспитание качеств личности, обеспечивающих социальную мобильность, способность принимать самостоятельные решения; развитие навыков самостоятельной работы, самооценки при выполнении индивидуальных заданий и работе в группе; предоставление учащимся возможности самостоятельного конструирования задач по данной теме, их решения, подготовке презентаций к занятиям; развитие умения ориентироваться в потоке поступающей информации;

7) вовлечение учащихся в игровую, коммуникативную, практическую, исследовательскую деятельность как фактор личностного развития (слушать и понимать других, выражать себя, находить компромисс, взаимодействовать внутри группы, находить консенсус, работать в группе, объективно оценивать результаты своей деятельности и деятельности своих товарищей);

8) создание условий для дальнейшего изучения предметов естественно-математического цикла; формирование умений применять изученные понятия, свойства, правила, алгоритмы и т.п., полученные результаты и математические методы для решения задач прикладного характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов, калькулятора, компьютера [3].

Абитуриенты, окончившие 11 класс естественно-математического направления, чаще выбирают технические специальности, а также специальности, непосредственно связанные с дальнейшим, более глубоким изучением математических дисциплин.

Математический анализ – это основной курс в системе математического образования студентов вуза, так как при исследовании и решении многих задач высшей математики используются методы и правила, изучаемые в данном курсе. Одним из фундаментальных методов исследования переменных величин является теория пределов, на которой строятся такие важные разделы курса математического анализа, как дифференциальное и интегральное исчисления функций одной и многих переменных. С помощью функций можно сформулировать не только законы природы, различные процессы в производстве, но и законы социального общества (например, подсчет прироста численности населения, миграции), разнообразные сферы жизнедеятельности человека.

Математический анализ является обязательным предметом для изучения при подготовке студентов по специальности 5В010900 – математика. Для будущего учителя важно понимать что такое математика, это надо объяснять, этому надо учить. Школьный уровень недостаточен для дальнейшего обучения высшей математике, потому что учащиеся не осознают необходимости изучения более углубленных разделов, у них нет мотивации к изучению высшей математики. Обучение курсу математического анализа без осознания необходимости снижает эффективность обучения. То есть проблема мотивации очень важна при обучении.

В высших учебных заведениях Казахстана, согласно классификации специальностей вузовского и послевузовского образования, предложенной Министерством образования и науки, осуществляется обучение по двум направлениям: общеобразовательное и естественно-научное. Чем отличается преподавание курса математического анализа на общеобразовательном направлении специальности «Математика» от естественно-научного направления? Должны быть разные уровни преподавания: уровень «знакомства» с математическим анализом и углубленный уровень изучения математического анализа соответственно. Общий курс математического анализа должен охватывать наиболее важные аспекты, а углубленные вопросы можно включить в курсы дисциплин по выбору. Имеются «классические» учебники по математическому анализу – Кудрявцев Л.Д. «Курс математического анализа» в трех томах, Никольский С.М. «Курс математического анализа» в двух томах, Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл. Х. «Математический анализ» в двух томах, на изучение которых в полном объеме требуется много времени. На сегодняшний день, в связи с сокращением часов некоторые разделы математического анализа изучаются поверхностно.

Контингент студентов, поступающих на педагогические специальности, отличается от учащихся по другим более «популярным» направлениям. Если раньше сильные в математике выпускники поступали именно на физико-математические специальности, то на сегодняшний день они стремятся поступить на экономические или юридические специальности. Ведь в связи с переходом общества на рыночную экономику, с начала 1990 г. прошлого века, престижными стали юридические, экономические специальности, появилась практическая потребность в гуманитаризации системы образования, что привело к увеличению часов на изучение предметов гуманитарного цикла (прежде всего на изучение языков) и снижению количества часов на изучение естественно – научных дисциплин и математики по учебному плану. Вместе с тем, математика и сейчас занимает важное место в системе школьных учебных дисциплин.

Математика изучает пространственные формы и количественные отношения объективной действительности. Следовательно, математика исследует абстрактные объекты и эта абстрактность придает ей универсальность и формально логическую выводимость.

Универсальность математических знаний проявляется в проникновении ее методов, прежде всего метода математического моделирования, в другие области научного знания, как естественно – научного (физика, химия, биология и др.), так и гуманитарного (экономика, лингвистика, психология и др.).

Сегодня в повседневной речи часто можно услышать такие выражения, как «количество людей, заболевших гриппом, растет в геометрической прогрессии» или «ассигнования увеличились на порядок». Эти примеры доказывают, что все более широкий спектр математических знаний становится сегодня обязательным элементом общей культуры современного человека [4].

Хорошее педагогическое образование нужно всем, потому что вопросы психологии, педагогики необходимо изучить каждому для воспитания своих детей, для работы в коллективе. Именно при обучении математическим дисциплинам учат умению анализировать, делать выводы, логически мыслить.

1. Абылкасымова А.Е., Рыжаков М.В. Содержание образования и школьный учебник. – Москва: Арсенал образования, 2012. – 224 с.
2. Зимановская А.А., Бердибеков А.Б. Роль математического образования в экономике// Вестник КАСУ №4, 2005. С. 192 – 197.
3. Абылкасымова А.Е. и др. Учебные программы для 10–11 классов общественно-гуманитарного и естественно-математического направлений общеобразовательной школы. – Астана, 2013. –27стр.
4. Абылкасымова А.Е. Теория и методика обучения математике: дидактико – методические основы. – Алматы: Мектеп, 2013. – 224 с.

МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ
МАТЕМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Аңдатпа. *Мақалада мектептің жоғарғы сатысындағы алгебра және анализ бастамалары курсын, педагогикалық жоғары оқу орнындағы математикалық анализ курсын оқытудың мәселелері қарастырылған. Мектептегі алгебра және анализ бастамалары курсының міндеттері қалыптастырылған. Математикалық білім берудегі берілген курстың ролі қарастырылған. Сонымен қатар оқытудағы ынталандыру мәселесі айтылған. Педагогикалық жоғары оқу орнындағы математикалық анализді окытудың тиімділгі зерттелген.*

Түйін сөздер: *курстың ролі, математикалық анализ, мектеп, педагогикалық университеті, мұғалімдері дайындау.*

Abstract.*The modern problems of training mathematical analysis course in high school and in pedagogical universityis considered in the article. It is stated objectives of algebra and beginning analysis. The role of the course in mathematics education is studied. Also, in the article refers to the problem of motivation in the training. The efficiency of training mathematical analysis course is investigated.*

Keywords: *the role of course, mathematical analysis, school, pedagogical university, training of teachers.*

УДК 37.016.02:519.6(574)

Ж.М. Нурмухамедова*

О ПРОБЛЕМЕ ПРЕЕМСТВЕННОСТИ КУРСОВ «АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА» В ШКОЛЕ И «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ» В ПЕДАГОГИЧЕСКОМ ВУЗЕ

(г. Алматы, Казахский национальный педагогический университет имени Абая,
* - PhD докторант)

Аннотация. *В статье рассмотрена проблема преемственности в обучении курсу алгебры и начал анализа в школе и курсу математического анализа в педагогическом вузе. Исследована несогласованность в методах и организации обучения, а также в содержаниях данных курсов. В статье описаны различия в учебно-воспитательном процессе в школе и вузе. Рассмотрена проблема формирования познавательной самостоятельности будущих учителей. Предложено частичное решение проблемы преемственности.*

Ключевые слова: *преемственность, математический анализ, школа, педагогический вуз, подготовка учителей.*

Преемственность в обучении – установление необходимой связи и правильного соотношения между частями учебного предмета на разных ступенях его изучения. Преемственность свойственна учебным планам отечественной общеобразовательной школы, что обеспечивает одинаковый объем знаний в соответствующих классах и равные возможности для продолжения образования; в расположении материала учебного предмета и в выборе способов деятельности по овладению этим содержанием осуществляется с учетом содержания и логики соответствующей науки и закономерностей процесса усвоения знаний. Преемственность должна охватывать не только отдельные учебные предметы, но и отношения между ними, осуществляться между видами деятельности учащихся при усвоении учебного материала. Учащиеся должны выступать не как объект обучения, а становиться субъектами учебной деятельности [1].

Имея базовую теоретическую подготовку, на практике учитель встречается с необходимостью личностного осмысления проблемы преемственности в разных аспектах, на разном содержательном материале. Интерес многих ученых направлен на решение этой проблемы. Например, в методическом пособии Комаровой Е.А. «Преемственность в обучении математике» предлагается продолжить осмысление проблемы преемственности в обучении, начало которому положено в вузовских курсах педагогики и методики обучения математике. В первом разделе пособия предложены краткие теоретические сведения, раскрывающие педагогические и методические аспекты преемственности в обучении. В основном разделе раскрыты методические способы решения проблемы преемственности на материале арифметики и алгебры. В конце каждого пункта предложены вопросы и задания для самостоятельной работы по осмыслению теоретического материала и формированию практических умений. При выполнении практических заданий творческого характера в рамках курсов повышения квалификации или на заседаниях методических объединений рекомендовано объединение учителей в группы с учетом наличия у них позитивного опыта или, наоборот, затруднений при решении обозначенных проблем. Линейно-концентрическое построение школьного курса математики позволяет выделить два направления реализации преемственности в обучении предмету:

1) преемственность между смежными ступенями обучения;

2) преемственность внутри каждой ступени обучения:

а) преемственность внутри каждого курса математического характера (арифметики, алгебры, алгебры и начал анализа, геометрии);

б) преемственность между курсами математического характера, в частности, между пропедевтическими и систематическимикурсами (например, алгеброй и геометрией, арифметикой и алгеброй, арифметикой и геометрией и др.) [2].

Если говорить о преемственности в обучении математики в целом, то она должна в первую очередь прослеживаться при переходе из начальной школы в среднюю (4 – 5 классы), затем следует выделить переход из 6 класса в 7 класс, так как изучение математики «разделяется» на два отдельных предмета – алгебру и геометрию, далее, это ступень старшей школы, т.е. изучение в 10 – 11 классах курса алгебры и начал анализа. На этих этапах очень важно обеспечить непрерывность линий в содержании, повторении, в разработке единых курсов для обучения отдельным программам, а также создать на каждом этапе базы для дальнейшего изучения учебного материала на более углубленном уровне.

Ведь математический анализ продолжают изучать студенты, поступившие на технические специальности, специальности физико-математических факультетов. Студенты первого курса, окончившие общеобразовательную школу, не готовы к обучению дальнейшему курсу математического анализа, поэтому сначала преподают такие вводные курсы высшей математики, как «Элементарная математика» и «Научные основы школьного курса математики», которые предполагают адаптировать к обучению в вузе в целом, а также к обучению математическому анализу.

Курс математического анализа является самым сложным предметом для студентов-первокурсников – будущих учителей математики, потому что подразумевает умение мыслить, стремление к познанию и творчеству в профессиональной деятельности. Заложенное в школе аналитическое мышление при изучении начал анализа нужно продолжать более объемно и глубоко при обучении вузовского курса математического анализа. Однако, исходя из опыта работы с первокурсниками, можно сказать, что существует различие между знаниями, закрепленными в школе и начальными требованиями к знаниям студентов для дальнейшего изучения математического анализа.

Математический анализ – трудный предмет, содержит сложные конструкции определений, которые тяжело воспринимаются студентами первого курса. Например, определения предела, верхней и нижней граней, производной и т.д. В школе учащиеся часто воспринимают функцию как формулу, что приводит к непониманию ее поведения при приращении аргумента, свойств четности и нечетности функции.

При обучении курсам алгебры и начал анализа в школе и математического анализа в педагогическом вузе существует некоторая несогласованность в методах и организации обучения, а также в содержании. Процесс обучения в школе не стимулирует учащихся к познавательной самостоятельности, так как при выполнении домашнего задания и при подготовке к контрольным работам, они ориентируются только по записям классных работ и одному учебнику. Другими словами, ученики самостоятельно не привыкли изучать дополнительную литературу, что приводит к неспособности изложения изученного материала, что является нормой совершенствования вузовского образования. Специально организованное развитие познавательной самостоятельности студентов – одно из основных условий успешной организации учебного процесса. Его реализация обуславливает актуальность поиска приемов, методов и форм организации учебного процесса в вузе, способствующих стимулированию познавательной активности и самостоятельности студентов.

Проблема познавательной самостоятельности занимает одно из ведущих мест в педагогической науке. Эта проблема теоретически глубоко исследована в педагогике средней школы, а в педагогике высшей школы она изучена весьма поверхностно, причем на методическом уровне вообще не изучалась (речь идет о комплексном подходе к изучению, а не об отдельных ее сторонах).

Состояние разработки проблемы познавательной самостоятельности в педагогике высшей школы отличается и рядом особенностей: во – первых, тем, что познавательная самостоятельность не рассматривается как многоаспектное личностное образование студента, во – вторых, крайней недостаточностью специальных глубоких исследований, в – третьих, отсутствием в большинстве случаев преемственности в разработке данной проблемы между высшей и средней школами.

Для практики обучения в высшей школе эта проблема приобретает особую актуальность, так как неразвитость познавательной самостоятельности отрицательно влияет на успеваемость студента. Также актуальна и проблема формирования познавательной самостоятельности будущих учителей, потому что от их подготовки во многом зависит обеспечение морального облика членов общества, их образованность, умение ориентироваться в различных ситуациях с выбором оптимальных решений, возникающих перед ними задач [3].

Также школьники не могут одновременно записывать и усваивать лекционный материал, отсюда – неумение правильно вести содержательный по смыслу и аргументированный конспект, будучи студентами первого курса вуза. Большой объем лекционного материала для первокурсников сложен для восприятия, и как следствие возникает трудность связать его с практическим применением при решении различных задач.

Все это является следствием того, что учебно – воспитательный процесс в школе и вузе существенно отличается. Учащиеся, поступив в вуз, попадают в иную обстановку, здесь другое отношение преподаватель – студент. К примеру, в школе учитель проверяет знание теоретического материала (определения, теоремы, формулы и т.п.) и выполнение домашнего задания учеником каждый урок, а в вузе – в определенный срок на промежуточном контроле. Также в школе педагог часто сам напоминает ученику о необходимости, например, «отработки» пропусков или решения дополнительных задач при слабой усваиваемости материала, а в вузе студент сам должен позаботиться об этом.

То есть осуществляется «резкий переход» к самостоятельности в обучении, что иногда приводит к снижению успеваемости учащегося.

Если говорить конкретно о преемственности в обучении курсам алгебры и начал анализа в школе и математического анализа в педагогическом вузе, то возникает много проблем, связанных с содержанием этих курсов. До перехода на новую систему подготовки учителей математики на изучение курса математического анализа в разные годы отводилось 5 – 6 семестров, причем методическая подготовка начиналась уже на 5 семестре, параллельно с изучением данного курса. Сейчас же на обучение курсу математического анализа отводится всего 3 семестра, поэтому важно грамотно спланировать и сбалансировать как математическую, так и методическую подготовку будущего учителя математики. Это можно осуществить путем совершенствования методической системы его преподавания. На первом семестре обучения первокурсники изучают курс «Элементарной математики», в который входят основные разделы школьного курса математики. Этот курс является немаловажным, так как подготавливает студентов к дальнейшему обучению более сложному курсу математического анализа. Основные разделы, традиционно входящие в курс математического анализа, это «Введение в анализ», «Дифференциальное исчисление функций одной переменной», «Интегральное исчисление функций одной переменной», «Ряды», «Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных». Каждый из перечисленных разделов делится на несколько глав, которые содержат несколько модулей.

Особо важным разделом для дальнейшего качественного изучения математического анализа, без сомнений является раздел «Введение в анализ», где вводятся такие основополагающие понятия, как последовательность, функция, предел, непрерывность и другие. И здесь возникает проблема нарушения преемственности при входе в вузовскую систему обучения между школьным курсом алгебры и начал анализа и курсом математического анализа в вузе, так как в школе понятие предела вводится на интуитивном уровне, а в вузе формулируется на языке «$\varepsilon - \delta$» для предела функции. В дальнейшем это порождает несогласованность во введении таких понятий, как непрерывность, производная, неопределенный и определенный интегралы. Также существует проблема разного объема содержания некоторых понятий с соответствующими терминами и способами решения задач школьного курса математики. Например, при изучении в вузе числовых последовательностей особое внимание уделяется способам их задания, пределу последовательности, вопросам сходимости последовательности и выделение подпоследовательности. В школьном же курсе эти разделы не затрагиваются, а рекуррентный способ задания последовательности вообще ассоциируется у школьников с набором каких-то стандартных формул [4].

На сегодняшний день, разнообразие учебной литературы стало одной из характерных черт современной школы. Появилась возможность выбора учебников из вариантов, отражающих различные педагогические подходы и вкусы, отвечающих разнонаправленным педагогическим технологиям и учительским стилям. Однако в обилии новых учебников стало трудно ориентироваться. Оказались утраченными такие привычные достоинства, как преемственность учебников «по вертикали» и взаимосвязанность учебников «по горизонтали». В то же время сократилась обеспеченность школ дополнительной учебной и методической литературой, вместе с которой учебники образуют учебно-методический комплект. Качество многих учебников стало «дежурной темой» средств массовой информации, а реальная возможность выбора учебника часто оказывается отнюдь не в руках учителя, что в принципе дискредитировало идею параллельных учебников[5].

В казахстанских школах в 10 – 11 классах курсу алгебры и началам анализа обучают по учебникам авторов А.Е. Абылкасымовой, З.А. Жумагуловой, К.Д. Шойынбековой и В.Е. Корчевского. Рассмотрим, к примеру, учебник по «Алгебре и началам анализа» для 10 класса общественно – гуманитарного направления общеобразовательных школ. Учебник состоит из 6 глав и 22 параграфов. Учитывая профильное направление данного учебника, в каждом параграфе даны опорные понятия, алгоритмы решения задач, упражнения и задания для самостоятельного выполнения, вопросы на закрепление, тестовые задания для проверки знаний, упражнения для совместного решения, задания на составление формулировок правил и на доказательство формул.

Упражнения каждого параграфа разделены на две группы:
А – обязательные задания для всех учащихся;
В – задания определенной сложности, носящие поисковый характер.

После овладения навыками решения упражнений группы А, в зависимости от возможностей и способностей учащихся переходят к решению упражнений группы В. В конце каждой главы приведены краткие исторические сведения, дающие представление о происхождении различных математических понятий[6].

Правильно выстроенная структура данного учебника, при изучении курса алгебры и начал анализа, способствует дальнейшему развитию логического мышления учащихся, выработке грамотной речи, умению точно и лаконично выражать свои мысли.

Необходимость обеспечения преемственности в методике обучения алгебре и началам анализа и организации учебно-познавательной деятельности учащихся на уроке остается актуальной. Рассмотренные проблемы частично можно решить внедрением учебников единого авторского состава с 7 по 11 классы, так как проследив содержание материала учебников, очевидно соблюдение преемственности всей линии курса алгебры и начал анализа в школе, что способствует целостности полученных знаний и облегчению дальнейшего обучения курсу математического анализа в педагогическом вузе.

Решив вопрос преемственности в обучении в школе и педагогическом вузе, можно усовершенствовать учебно-воспитательный процесс в целом, свести к минимуму различия в подготовке учащихся старшей ступени средней школы и студентов первых курсов вуза.

1. Бим-Бад Б.М. Педагогический энциклопедический словарь. — М., 2002. – 213 с.
2. Комарова Е.А. Преемственность в обучении математике. Методическое пособие. – Вологда, 2007. – 108 с.
3. Абылкасымова А.Е. Познавательная самостоятельность в учебной деятельности студента. Учебное пособие. – Алматы, «Санат», 1998.— 160 с.
4. Ельчанинова Г.Г., Мельников Р.А. Методические подходы к изучению ряда вопросов вводных тем математического анализа // TheEmissia. OfflineLetters, Электронное научное издание (научно – педагогический интернет-журнал, ART 2188), 2014.
5. Абылкасымова А.Е., Рыжаков М.В. Содержание образования и школьный учебник. – Москва: Арсенал образования, 2012. – 224 с.
6. Абылкасымова А.Е., Жумагулова З.А., Шойынбеков К.Д., Есенова М.И. Алгебра и начала анализа 10 класс. Алматы: Мектеп, 2014. – 160с.

Аңдатпа. *Мақалада алгебра және анализ бастамалары курсын мектепте және математикалық анализ курсын педагогикалық жоғары оқу орнында оқытудың сабақтастық мәселесі қарастырылған. Оқытудың әдістері мен ұйымдастырудың келіспеушілігі, сонымен қатар берілген курстарың мазмұны зерттелен. Мақалада мектептегі және жоғары оқу* *орнындағы оқу-тәрбие үрдісінің ерекшеліктері қарастырылған. Болашақ мұғалімдердің танымдық ізденімпаздығын қалыптастыру мәселелері айтылған. Сабақтастықтың кейбір мәселерін шешу жолдары ұсынылған.*

Түйін сөздер: *сабақтастық, математикалық анализ, мектеп, педагогикалық университеті, мұғалімдері дайындау.*

Abstract. *The continuity problem of training mathematical analysis course in high school and in pedagogical university is considered in the article. The inconsistencies in the methods of training, as well as in the content is investigated. This article describes the differences in the educational process in school and universities. The problem of formation of informative independence of future teachers isconsidered.The partial solution of the problem of continuity is proposed.*

Keywords: *continuity, mathematical analysis, school, pedagogical university, training of teachers.*

УДК 512.1+514.142

Б.Ж. Сагиндыков

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ И УСЛОВИЯ КОШИ – РИМАНА ОБОБЩЕННОГО КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

(г. Алматы, Казахский национальный исследовательский технический университет имени К.И. Сатпаева)

Аннотация. *В данной статье основные элементарные функции определяются как решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Даны разложения элементарных функций. Рассмотрены характеристики элементарных функций в различных аффинных системах. Получена формула, определяющая направление мнимой оси аффинной системы. Также получена формула, определяющая направление полярной оси в аффинной системе координат. В полярной системе координат для функции обобщенной комплексной переменной выведено условие Коши – Римана. Через обобщенное уравнение Лапласа определены понятия гармонической функции и ее сопряжения.*

Ключевые слова: *элементарная функция, аффинная система, обобщенное комплексное число, полярная система координат, условие Коши – Римана, уравнение Лапласа.*

Введение. Если на плоскости выбрать аффинную систему координат (т.е. косоугольную систему координат), то между всеми комплексными числами вида $z = x + py$ и всеми точками $M(x, y)$ устанавливается взаимно однозначное соответствие [1].

Пусть E есть некоторое множество точек, расположенных на комплексной плоскости. Если каждому комплексному числу $z = x + py \in E$ по некоторому правилу поставлено в соответствие одно или несколько чисел вида $w = u + pv$, то говорят, что на множестве E определена функция, для которой точки $z \in E$ являются независимой переменной, а точки w - значения функции. Символически этот факт записывается так:

$$w = f(z), \text{ где } z = x + py,\ p^2 = -\theta_0 + p\theta_1,\ D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 < 0.$$

Следовательно, функция $f(z)$ может быть записана в виде

$$f(z) = u(x, y) + pv(x, y).$$

Очевидно, что $u(x, y) = Ref(z)$ – действительная часть $f(z)$, а $v(x, y) = Imf(z)$ – мнимая часть $f(z)$ относительно параметра p.

Пример 1. Пусть $w = z^3 + 2z$, где $z = x + py$. Найти Rew и Imw.

Решение.

$$w = (x+py)^3 + 2(x+py) = x^3 + 3px^2y + 3pxy^2 + p^3y^3 + 2x + 2py =$$
$$= x^3 - 3\theta_0 xy^2 - \theta_0\theta_1 y^3 + p(3x^2y + 3\theta_1 xy^2 + (\theta_1^2 - \theta_0)y^3).$$

Следовательно, $Rew = x^3 - 3\theta_0 xy^2 - \theta_0\theta_1 y^3$; $Imw = 3x^2y + 3\theta_1 xy^2 + (\theta_1^2 - \theta_0)y^3$.

Основные элементарные функции обобщенного комплексного переменного

Все элементарные функции допускают обобщение на случай комплексных значений переменного.

1. Показательная функция e^z определяется для любого $z = x + py$ соотношением
$$w = e^z = e^{x+py} = e^x\big(I(\theta_0,\theta_1,y) + pK(\theta_0,\theta_1,y)\big),$$
где
$$I(\theta_0,\theta_1,y) = e^{\frac{\theta_1}{2}y}T(\theta_0,\theta_1,y),\ K(\theta_0,\theta_1,y) = e^{\frac{\theta_1}{2}y}S(\theta_0,\theta_1,y).$$
$$T(y) + pS(y) = \begin{cases} (\cos\sqrt{-D}y - \frac{\theta_1}{2\sqrt{-D}}\sin\sqrt{-D}y) + p\frac{1}{\sqrt{-D}}\sin\sqrt{-D}y, & \text{если } D < 0; \\ \left(\left(1 - \frac{\theta_1}{2}\right)y + py\right), & \text{если } D = 0; \\ \left(\cosh\sqrt{D}y - \frac{\theta_1}{2\sqrt{D}}\sinh\sqrt{D}y\right) + p\frac{1}{\sqrt{D}}\sinh\sqrt{D}y, & \text{если } D > 0. \end{cases} \quad (1)$$

Показательная функция e^z обладает следующими свойствами:

а) $e^{z_1+z_2} = e^{z_1}e^{z_2}$, где z_1 и z_2 - любые комплексные величины;

б) $e^{z+2\pi k\left(-\frac{\theta_1}{2}+p\right)} = e^z$, $k \in \mathbb{Z}$, т.е. e^z является периодической функцией с периодом $2\pi\left(-\frac{\theta_1}{2}+p\right)$.

2. Тригонометрические функции $\sin z$ и $\cos z$ в комплексной плоскости выражаются через показательную функцию. Для функции комплексного переменного справедливы формулы Эйлера [1,2]:
$$e^{py} = I(y) + pK(y), \quad e^{(\theta_1 - p)y} = I(y) + (\theta_1 - p)K(y),$$
откуда
$$T(y) = e^{\left(-\frac{\theta_1}{2}+p\right)y} - \frac{p}{-\frac{\theta_1}{2}+p}\frac{e^{\left(-\frac{\theta_1}{2}+p\right)y} - e^{\left(\frac{\theta_1}{2}-p\right)y}}{2},$$
$$S(y) = \frac{1}{-\frac{\theta_1}{2}+p}\frac{e^{\left(-\frac{\theta_1}{2}+p\right)y} - e^{\left(\frac{\theta_1}{2}-p\right)y}}{2}.$$

Для функций $T(y)$, $S(y)$ справедливы следующие соотношения, определяющие их четность и нечетность:
$$T(y) + \theta_1 S(y) = T(-y),$$
$$S(y) = -S(-y).$$

Непосредственно из теорем сложения для тригонометрических функций следуют формулы:
$$\sin z = \sin\left(x + \frac{\theta_1}{2}y\right)\cosh\sqrt{-D}y - \frac{\theta_1}{2\sqrt{-D}}\cos\left(x + \frac{\theta_1}{2}y\right)\sinh\sqrt{-D}y + $$
$$+ p\frac{1}{\sqrt{-D}}\cos\left(x + \frac{\theta_1}{2}y\right)\sinh\sqrt{-D}y, \quad (2)$$
$$\cos z = \cos\left(x + \frac{\theta_1}{2}y\right)\cosh\sqrt{-D}y + \frac{\theta_1}{2\sqrt{-D}}\sin\left(x + \frac{\theta_1}{2}y\right)\sinh\sqrt{-D}y - $$
$$- p\frac{1}{\sqrt{-D}}\sin\left(x + \frac{\theta_1}{2}y\right)\sinh\sqrt{-D}y. \quad (3)$$

Пример 2. Пусть аффинная система координат определена при помощи управляющих параметров $\theta_0 = \theta_1 = 2$. Найти значения функций $\sin z$, $\cos z$ в точке $M(1,1)$.

Решение. $\theta_0 = \theta_1 = 2$, $D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 = -1$, $\sqrt{-D} = 1$, $|p| = \sqrt{\theta_0} = \sqrt{2}$. Тогда направление мнимой оси (т.е. оси OY) определяется равенством

$$\tan\varphi = \frac{2\sqrt{-D}}{\theta_1} = 1,\ \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

В аффинной системе координат рассмотрим точку $M(1,1)$ и находим значения функции по формулам (2), (3):

$$\sin z|_{M(1,1)} = \sin 2\cosh 1 - \cos 2\sinh 1 + p\cos 2\sinh 1,$$

$$\cos z|_{M(1,1)} = \cos 2\cosh 1 + \sin 2\sinh 1 - p\sin 2\sinh 1.$$

$$\left|\overrightarrow{OM}\right| = \sqrt{x^2 + \theta_1 xy + \theta_0 y^2}|_{M(1,1)} = \sqrt{5},$$

$$\tan\psi = \frac{\sqrt{-D}}{x + \frac{\theta_1}{2}y} = \frac{1}{2},\ \text{откуда}\ \left(x + \frac{\theta_1}{2}y\right)|_{M(1,1)} = 2.$$

Функции $\tan z$ и $\mathrm{ctan} z$ определяются равенствами

$$\tan z = \frac{\sin z}{\cos z},\quad \mathrm{ctan} z = \frac{\cos z}{\sin z}.$$

Для тригонометрических функций остаются в силе все формулы тригонометрии.

3. Из формул сложения для гиперболических функций следуют формулы

$$\sinh z = \sinh\left(x + \frac{\theta_1}{2}y\right)\cosh\sqrt{-D}y - \frac{\theta_1}{2\sqrt{-D}}\cosh\left(x + \frac{\theta_1}{2}y\right)\sinh\sqrt{-D}y +$$
$$+p\frac{1}{\sqrt{-D}}\cosh\left(x + \frac{\theta_1}{2}y\right)\sinh\sqrt{-D}y,$$

$$\cosh z = \cosh\left(x + \frac{\theta_1}{2}y\right)\cosh\sqrt{-D}y - \frac{\theta_1}{2\sqrt{-D}}\sinh\left(x + \frac{\theta_1}{2}y\right)\sinh\sqrt{-D}y +$$
$$+p\frac{1}{\sqrt{-D}}\sinh\left(x + \frac{\theta_1}{2}y\right)\sinh\sqrt{-D}y.$$

4. Тригонометрические и гиперболические функции связаны следующими соотношениями:

$$\cos\left(-\frac{\theta_1}{2} + p\right) = \cosh z,$$

$$\sin\left(-\frac{\theta_1}{2} + p\right) = \left(-\frac{\theta_1}{2} + p\right)\sinh z,$$

$$e^{\left(-\frac{\theta_1}{2}+p\right)z} = T(\theta_0, \theta_1, z) + pS(\theta_0, \theta_1, z).$$

5. Логарифмическая функция $\mathrm{Ln}\, z$ обратна показательной, бесконечнозначна, все её значения вычисляются по формуле

$$w = \mathrm{Ln}\, z = \ln|z| + \left(-\frac{\theta_1}{2} + p\right)Argz.$$

Бесконечнозначность логарифма связана с бесконечнозначностью его мнимой части $Argz$.

Однозначная ветвь логарифма – это его главное значение

$$\ln z = \ln|z| + iargz.$$

Справедливы следующие соотношения:

$$\mathrm{Ln}(z_1 z_2) = \mathrm{Ln}\, z_1 + \mathrm{Ln}\, z_2,\ \mathrm{Ln}\frac{z_1}{z_2} = \mathrm{Ln}\, z_1 - \mathrm{Ln}\, z_2.$$

Пример 3. Пусть репер $R(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ аффинной системы координат определяется через управляющие параметры $\theta_0 = 5$, $\theta_1 = 4$. Представить в алгебраической форме $\mathrm{Ln}(1 + p)$.

Решение. Направление мнимой оси определяется равенством

$$\tan\varphi = \frac{2\sqrt{-D}}{\theta_1},\ D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 = -1, \sqrt{-D} = 1, \tan\varphi = \frac{1}{2}, \varphi = \mathrm{arc}\tan{}^1\!/_2,$$

$$|z| = \sqrt{x^2 + \theta_1 xy + \theta_0 y^2}|_{M(1,1)} = \sqrt{10};$$

$$\tan\psi = \frac{\sqrt{-D}y}{x+\frac{\theta_1}{2}y} = \frac{1}{3},\ \psi = arc\tan{}^1/_3.$$

Тогда $\quad \operatorname{Ln} z = \ln|z| + \left(-\frac{\theta_1}{2}+p\right)Argz = \ln\sqrt{10} + \left(-\frac{\theta_1}{2}+p\right)\left(\operatorname{arc}\tan{}^1/_3 + 2k\pi\right).$

6. Обратные тригонометрические функции $\operatorname{Arc}\sin z$, $\operatorname{Arc}\cos z$, $\operatorname{Arc}\tan z$, $\operatorname{Arc}\cot z$ определяются как функции обратные соответственно к функциям $\sin w$, $\cos w$, $\tan w$, $\cot w$. Все эти функции являются многозначными и выражаются через логарифмические функции:

$$\operatorname{Arc}\sin z = \frac{1}{\sqrt{-D}}\left(p-\frac{\theta_1}{2}\right)\operatorname{Ln}\left(\frac{1}{\sqrt{-D}}\left(p-\frac{\theta_1}{2}\right)z+\sqrt{1-z^2}\right),$$

$$\operatorname{Arc}\cos z = \frac{1}{\sqrt{-D}}\left(p-\frac{\theta_1}{2}\right)\operatorname{Ln}\left(z+\sqrt{z^2-1}\right).$$

7. Общая степенная функция $w = z^a$, где $a = \alpha + p\beta$ - любое комплексное число, определяется равенством $\qquad z^a = e^{a\operatorname{Ln} z}$.

8. Общая показательная функция $w = a^z$ $\ (a \neq 0$ - любое комплексное число), определяется равенством $\qquad a^z = e^{z\ln a}$.

Условия Коши – Римана в полярной системе координат аффинной плоскости

В косоугольной системе координат $R(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ для записи комплексного числа воспользуемся полярной системой координат (рис.1). Если заданы полярные координаты (r, φ) точки $z = x + py$, то её аффинные координаты определяются однозначно.

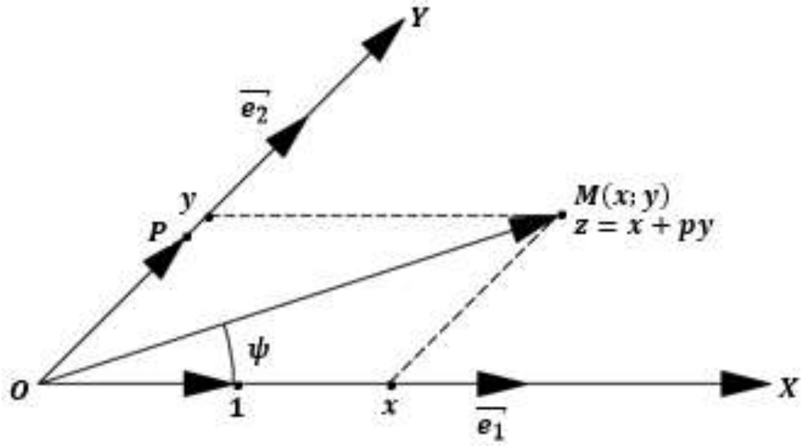


Рисунок 1

Если даны аффинные координаты точки $M(x,y)$, то её модуль $r = \sqrt{x^2+\theta_1 xy+\theta_0 y^2}$ определяется однозначно, а для нахождения $argz$ имеем систему уравнений

$$T(\theta_0,\theta_1,\psi) = \frac{x}{r},$$
$$S(\theta_0,\theta_1,\psi) = \frac{y}{r},$$

для которой если ψ решение, то $\psi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ тоже решение.

Замечание. Если известны аффинные координаты точки $M(x,y)$, то главное значение $argz$, $0 \le argz < 2\pi$ можно найти по формуле

$$argz = \operatorname{arc}\tan\frac{\sqrt{-D}y}{x+\frac{\theta_1}{2}y},$$

где $D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0$.

Пусть $w = f(z) = u(x, y) + pv(x, y)$ функция, определенная в области D аффинной плоскости дифференцируема в точке $z \in D$. Тогда в точке $z = x + py$, $p^2 = -\theta_0 + p\theta_1$ выполняется условие Коши – Римана [2,3]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \theta_1 \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y},$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \theta_0 \frac{\partial v}{\partial x} = 0,$$

которое по существу эквивалентно обобщенному уравнению Лапласа

$$\Delta u = \frac{1}{-4D}\left(\theta_0 u_{xx} - \theta_1 u_{xy} + u_{yy}\right) = 0.$$

Аналогично для мнимой части функции $v(x, y) = Imf(z)$ имеем

$$\Delta v = \frac{1}{-4D}\left(\theta_0 v_{xx} - \theta_1 v_{xy} + v_{yy}\right) = 0.$$

Следовательно, действительная $u(x, y)$ и мнимая $v(x, y)$ части дифференцируемой в области $f(z) = u(x, y) + pv(x, y)$ являются обобщенно гармоническими функциями. Функцию $v(x, y)$ принято называть гармонически сопряженной с функцией и наоборот.

Соотношения Коши – Римана часто используются при исследовании различных свойств аналитических функций. При решении практических задач лучше переходить к полярным координатам.

Учитывая формулы связи между аффинными и обобщенно полярными координатами точки на аффинной плоскости запишем:

$$x = rT(\theta_0, \theta_1, \psi),\ y = rS(\theta_0, \theta_1, \psi), \text{ где } r^2 = |z|^2 = z \cdot \bar{z} = x^2 + \theta_1 xy + \theta_0 y^2.$$

Пусть $z = re^{\left(-\frac{\theta_1}{2} + p\right)\psi}$. Тогда $\bar{z} = re^{\left(\frac{\theta_1}{2} - p\right)\psi}$ и $z \cdot \bar{z} = r^2$. Из последних двух равенств по формулам вычисления частных производных двух переменных имеем:

$$2r\frac{\partial r}{\partial \bar{z}} = z; \qquad \frac{\partial r}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2}\frac{z}{r} = \frac{1}{2}e^{\left(-\frac{\theta_1}{2} + p\right)\psi};$$

$$2r\frac{\partial r}{\partial z} = \bar{z}; \qquad \frac{\partial r}{\partial z} = \frac{1}{2}\frac{\bar{z}}{r} = \frac{1}{2}e^{\left(\frac{\theta_1}{2} - p\right)\psi};$$

$$\frac{1}{2}(z + \bar{z}) = x + \frac{\theta_1}{2}y; \qquad \frac{1}{2}(z - \bar{z}) = -\frac{\theta_1}{2} + p;$$

$$\tan\psi = \frac{\sqrt{-D}}{x + \frac{\theta_1}{2}y} = \frac{2\sqrt{-D}}{z + \bar{z}}; \qquad \frac{\bar{z}}{z} = e^{(\theta_1 - 2p)\psi};$$

$$(\theta_1 - 2p)e^{(\theta_1 - 2p)\psi}\frac{\partial \psi}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{z}; \qquad (\theta_1 - 2p)e^{(\theta_1 - 2p)\psi}\frac{\partial \psi}{\partial z} = -\frac{\bar{z}}{z^2};$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \bar{z}} = \frac{-1}{2\left(-\frac{\theta_1}{2} + p\right)}\frac{z}{r^2}; \qquad \frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{1}{2\left(-\frac{\theta_1}{2} + p\right)}\frac{\bar{z}}{r^2}.$$

Теперь, чтобы написать условия Коши – Римана в полярных координатах аффинной плоскости вводим следующий дифференциальный оператор:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial r}{\partial \bar{z}}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial \psi}{\partial \bar{z}}\frac{\partial}{\partial \psi} = \frac{1}{2}\frac{z}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{-\frac{\theta_1}{2} + p}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \psi}\right).$$

С учетом этого оператора запишем в полярной системе координат условия Коши – Римана:

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial(u + pv)}{\partial \bar{z}} = 0$$

или

$$\frac{\partial r}{\partial \bar{z}}\frac{\partial(u + pv)}{\partial r} + \frac{\partial \psi}{\partial \bar{z}}\frac{\partial(u + pv)}{\partial \psi} =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{z}{r}\left[\frac{\partial(u + pv)}{\partial r} - \frac{1}{-\frac{\theta_1}{2} + p}\frac{1}{r}\frac{\partial(u + pv)}{\partial \psi}\right] = 0.$$

Приравнивая друг другу действительные и мнимые части относительно параметра p, получим условия Коши - Римана в полярной системе координат

$$\begin{cases} \frac{\theta_1}{2}\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \psi} = -\frac{\partial u}{\partial r}, \\ (-D)\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\theta_1}{2}\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \psi} = -\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \psi}, \end{cases}$$

где $D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 < 0$.

В частности при $\theta_1 = 0$, $\theta_0 = 1$ (т.е. когда от аффинной системы координат перейдем к декартовой) имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \psi}, \quad \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \psi} = -\frac{\partial v}{\partial r}.$$

Решив систему относительно $\frac{\partial v}{\partial r}$ и $\frac{\partial v}{\partial \psi}$, имеем условия Коши – Римана в полярной системе координат:

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{\theta_1}{2\theta_0}\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{1}{\theta_0}\frac{\partial u}{\partial \psi}, \\ \frac{\partial v}{\partial \psi} = -\frac{\theta_1}{2\theta_0}\frac{\partial u}{\partial \psi} - D\frac{r}{\theta_0}\frac{\partial u}{\partial r}, \end{cases}$$

которые по существу эквивалентны обобщенному уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{1}{Dr^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} = 0,$$
$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{1}{Dr^2}\frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} = 0,$$

где $D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 < 0$.

Пример 5. Пусть аффинная система координат определяется через $\theta_0 = \theta_1 = 2$. Написать уравнение Лапласа в полярной системе координат.

Решение.

$$D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 = -1.$$

Тогда действительная и мнимая части функции $f(z) = u + pv$ удовлетворяют уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} = 0,$$
$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} = 0.$$

В заключении зададимся вопросом, какие функции называются основными элементарными. В справочнике по математике нет конкретных определений. Основными элементарными функциями называются степенная функция, показательная, …, т.е. идет перечисление.

В данной статье экспоненту e^{px}, $p^2 = -\theta_0 + p\theta_1$ определим как решение обыкновенного дифференциального уравнения, удовлетворяющего начальным условиям.

Пусть $e^{px} = I(\theta_0, \theta_1, x) + pK(\theta_0, \theta_1, x)$. Продифференцировав по x имеем:

$$pe^{px} = I'(\theta_0, \theta_1, x) + pK'(\theta_0, \theta_1, x),$$
$$p\big(I(\theta_0, \theta_1, x) + pK(\theta_0, \theta_1, x)\big) = I'(\theta_0, \theta_1, x) + pK'(\theta_0, \theta_1, x).$$

Отсюда

$$I'(\theta_0, \theta_1, x) = -\theta_0 K(\theta_0, \theta_1, x),$$
$$K'(\theta_0, \theta_1, x) = I(\theta_0, \theta_1, x) + \theta_1 K(\theta_0, \theta_1, x).$$

Тогда для нахождения неизвестных функций $I(\theta_0, \theta_1, x)$, $K(\theta_0, \theta_1, x)$ получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

$$\begin{cases} I'' - \theta_1 I' + \theta_0 I = 0, \\ K'' - \theta_1 K' + \theta_0 K = 0. \end{cases}$$

Для данных уравнений составляем характеристическое уравнение

$$\lambda^2 - \theta_1 \lambda + \theta_1 = 0.$$

И относительно дискриминанта $D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0$ характеристического уравнения рассмотрим все три случая, удовлетворяющие начальным условиям:

$$I(0) = 1,\ K(0) = 0;$$
$$I'(0) = 0,\ K'(0) = 1.$$

Тогда экспонента представима в виде

$$e^{px} = e^{\frac{\theta_1}{2}x}\big(T(x) + pS(x)\big),$$

где $\big(T(x) + pS(x)\big)$ выражается в виде (1).

1. Sagindykov Bimurat. The internal structure of a complex number// Вестник КазНТУ им. К. Сатпаева, №4(104), 2014, с.402-409.
2. Sagindykov Bimurat. The generalized complex exponent and its application for finding sums// International Journal of Advanced Research (2013), Volume 1, Issue 10, 546-550.
3. Sagindykov Bimurat. Analytical functions of generalized complex variables and some applications// International Journal of Research in Education Technology, 2014. Volume 5, No.1, 569-575.

Аңдатпа. *Бұл мақалада негізгі элементар функциялар жай дифференциалдық теңдеулердің шешімі ретінде анықталады. Элементар функциялардың жіктелулері беріледі. Элементар функциялардың әртүрлі аффиндік жүйелердегі сипаттамалары қарастырылады. Аффиндік жүйенің жорамал осінің бағытын анықтайтын формула алынды. Аффиндік жүйеде полярлық осьтің бағытын анықтайтын формула алынды. Полярлық жүйеде жалпы комплекс айнымалы функция үшін Коши – Риман шарты қорытылды. Жалпы Лаплас теңдеуі арқылы гармоникалық функция және оның түйіндесі туралы ұғымдар анықталды.*

Түйін сөздер: *элементар функция, аффиндік жүйе, жалпы комплекс сан, полярлық координаталар жүйесі, Коши – Риман шарты, Лаплас теңдеуі.*

Abstract. *This paper considers main elementary functions defined as the solution of ordinary differential equations. Expansions and characteristics of elementary functions in different affine systems are given. The author obtains formula which defines the direction of the imaginary axis and the formula of the direction of polar axis in the affine coordinate system. The Cauchy-Riemann condition on the function of the generalized complex variable is developed in the polar coordinate system. The concept of harmonic function and its conjunction are defined by the generalized Laplace equation.*

Keywords: *elementary function, affine system, generalized complex number, polar coordinate system, the Cauchy - Riemann equations, the Laplace equation.*

ӘОЖ 512.1 + 514.142

Б.Ж. Сағындықов

АФФИНДІК КООРДИНАТАЛАР ЖҮЙЕСІНДЕГІ КОМПЛЕКС САНДАР ҰҒЫМЫ ЖӘНЕ ҚОЛДАНЫЛУЫ

(Алматы қ., Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті)

Аңдатпа. *Бұл мақалада аффиндік және декарттық координаталар жүйелері арасындағы байланыс қарастырылады. Жалпы Эйлер формуласының көмегімен аффиндік жазықтықты бұру формулалары алынды.* θ_0, θ_1 *басқарушы параметрлері арқылы бірлік шеңбердің бейнелері болатын әртүрлі екінші ретті қисықтар тұрғызылды. Осы тұрғыда құрылған теорияның математика және механиканың әртүрлі салаларында қарастырылатыны айтылады. Атап айтқанда Лаплас теңдеулеріне келтірілетін есептер. Механикада анизотропты сырықтың бұралуы.*

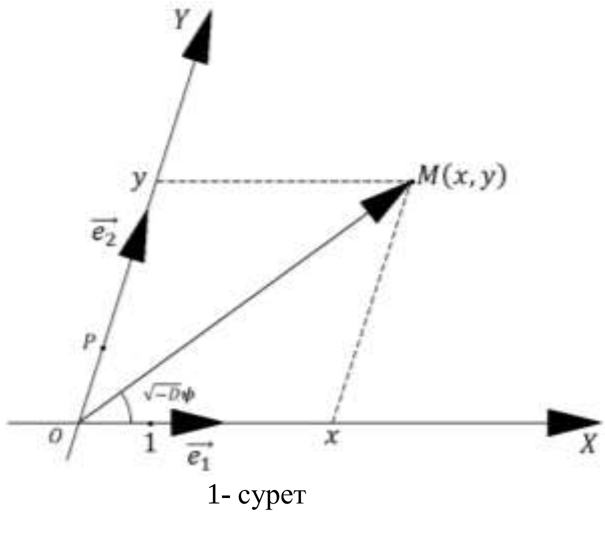
Түйін сөздер: *аффиндік жазықтық, жалпы комплекс сан, жалпы Эйлер формуласы, аффиндік түрлендіру, Лаплас теңдеуі, Дирихле есебі.*

Кіріспе. Декарттық координаталар жүйесіне қатысты жазықтықтың әрбір $M(x, y)$ нүктесі үшін $z = x + iy$ комплекс саны бірмәнді анықталады. Егер жазықтықта қиғаш бұрышты координаталар жүйесін (1 - сурет) қарастыратын болсақ, онда осы жүйеге қатысты $M(x, y)$ нүктесіне қандай комплекс санды сәйкес қоюға болады деген сұрақ туады. Басқаша айтқанда декарттық координаталар жүйесінде $M(x, y)$ нүктесінің координаталары $x = |z| \cos \varphi,\ y = |z| \sin \varphi$ теңдіктері арқылы анықталса, онда қиғаш бұрышты координаталар жүйесінде сол нүктенің координаталары қалай анықталады деген сұрақтар туады. Осы және басқа да сұрақтардың, атап айтқанда бір аффиндік координаталар жүйесінен екінші бір аффиндік координаталар жүйесіне көшкенде координаталардың түрлендіруін осы мақаладан көруге болады.

Жалпы комплекс сандар жазықтығы. Жазықтықта $R(0, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ аффиндік координаталар жүйесі берілсін дейік. Сонда әрбір $z = x + py$ (x, y - нақты сандар; $p^2 = -\theta_0 + p\theta_1$) жалпы комплекс санына жазықтықта координаталары $(x; y)$ болатын M нүктесін бірмәнді түрде сәйкес қоюға болады (1 - сурет).

Демек, аффиндік жазықтықтың нүктелерінің жиыны мен жалпы комплекс сандар жиынының арасында бірмәнділік сәйкестік орнатылады.

$y = 0$ болғанда $z = x + p \cdot 0$ саны нақты. Нақты сандар Ox осінің нүктелері арқылы бейнеленеді, сондықтан оны нақты ось деп атайды.



1- сурет

Керісінше $x = 0$ болғанда $z = 0 + py$ саны p параметріне қатысты жорамал санды береді. Жорамал сандар Oy осінің нүктелері арқылы бейнеленеді, сондықтан оны p параметрінің жорамал осі деп те атайды.

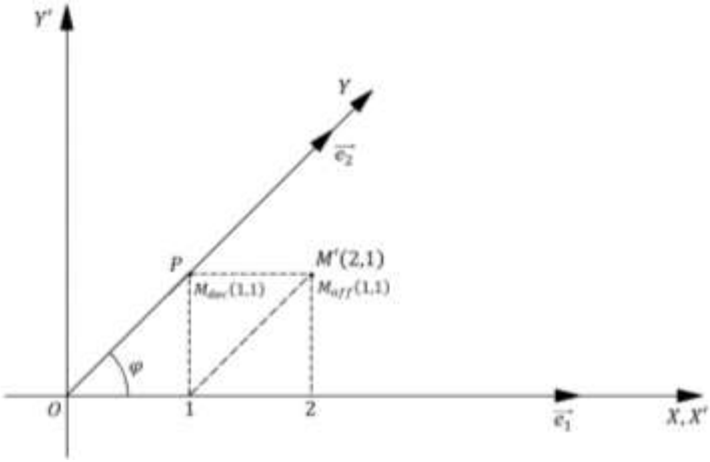
Жалпы комплекс сандардың геометриялық интерпретациясын ұғу үшін аффиндік және декарттық координаталар жүйелерінің бастапқы нүктелері O нүктесінде бекітілсін дейік (2 - сурет).

1 және i арқылы декарттық жүйенің базистік векторын, ал 1 және $p = \sqrt{\theta_0}, \theta_0 > 0$ арқылы аффиндік жүйенің базистік векторларын белгілейік [1]. Декарттық координаталар жүйесінде $z' := z = x + py$ түрлендіруін қарастырайық. Сонда $M(x, y)$ нүктесі $M'\left\{\left(x + \frac{\theta_1}{2}y\right); \sqrt{-D}y\right\}$ нүктесіне көшеді. Бірақ бұл нүктенің $R(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ аффиндік координаталар жүйесіндегі координаталары $(x; y)$ болады.

Мысал 1. Аффиндік координаталар жүйесі

$$\theta_0 = \theta_1 = 2, |\vec{e}_1| = 1, \vec{e}_2 = p = \sqrt{\theta_0} = \sqrt{2}, M(1; 1)$$

параметрлері бойынша анықталсын дейік. Сонда $D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 = -1 < 0$, $\sqrt{-D} = 1$, $M'(2; 1)$. Бірақ $M'(2; 1)$ нүктесінің $R(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ аффиндік координаталар жүйесіндегі координаталары (1;1) болады (2 - сурет).



2 - сурет

Жорамал осьтің бағыты $\vec{e}_2$ векторының бағытымен анықталады, және ол нақты осьтің оң бағытымен $\varphi = \operatorname{arc}\tan\frac{2\sqrt{-D}}{\theta_1}$ бұрышын жасайды. Қарастырылып отырған мысалда $\tan\varphi = 1$, демек бұрыш $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

Аффиндік координаталар жүйесінде $\overrightarrow{OM} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$ векторлық теңдігі арқылы $M(z)$ ағымдық нүктесінің радиус-векторы анықталады. Сонда O полюсінен $M(z)$ ағымдық нүктесіне дейінгі арақашықтық $z = x + py$ жалпы комплекс санының модулі деп аталады және $|z|$ символымен белгіленеді. Демек

$$\left|\overrightarrow{OM}\right|^2 = |z|^2 = \left(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OM}\right) = (x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2, x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2) =$$
$$= x^2(\vec{e}_1, \vec{e}_1) + 2xy(\vec{e}_1, \vec{e}_2) + y^2(\vec{e}_2, \vec{e}_2).$$

Жоғарыда қарастырылған мысалда $\left|\overrightarrow{OM'}\right| = 5$, өйткені

$$(\vec{e}_1, \vec{e}_1) = 1, \quad (\vec{e}_1, \vec{e}_2) = |\vec{e}_1||\vec{e}_2|\cos\frac{\pi}{4} = 1 \text{ және } (\vec{e}_2, \vec{e}_2) = |\vec{e}_2||\vec{e}_2| = 2.$$

Енді алгебралық түрде берілген $z = x + py$ комплекс санының түйіндесін $\bar{z} = x + \theta_1 y - py$ теңдігі арқылы анықтайық [1]. Сонда $z \cdot \bar{z} = |z|^2 = x^2 + \theta_1 xy + \theta_0 y^2$.

Олай болса θ_0, θ_1 параметрлері $R(O,\vec{e}_1,\vec{e}_2)$ аффиндік жүйесінің $\vec{e}_1$ және $\vec{e}_2$ базистік векторлары арқылы $\theta_1 = 2(\vec{e}_1,\vec{e}_2)$, $\theta_0 = (\vec{e}_2,\vec{e}_2) = |p|^2$ түрінде өрнектеледі.

$R(O,\vec{e}_1,\vec{e}_2)$ аффиндік координаталар жүйесінде $z = x + py$ комплекс санының $\bar{z} = x + \theta_1 y - py$ түйіндесінің геометриялық мағынасын ашайық. Ол үшін жазықтықта $M_0(x_0, y_0)$ нүктесіне $z_0 = x_0 + py_0$ комплекс санын сәйкес қоялық та, оның түйіндесіне жазықтықта қандай нүкте сәйкес қойылатынын анықтайық.

Алдымен қандай түзуге қатысты аффиндік симметрия қарастырылады және оның теңдеуін қалай анықтаймыз деген сұрақтарға жауап іздейік. Ізделініп отырған центрлік симметрия түзуі нақты осьтің $x = x_0 + \frac{\theta_1}{2} y$ нүктесі арқылы өтеді және оның бағыттауыш векторы $\vec{e}_2 = \overrightarrow{OP}$ векторы болады. Демек, центрлік симметрия түзуінің теңдеуі $y = \frac{2\sqrt{-D}}{\theta_1}\left(x - x_0 - \frac{\theta_1}{2} y_0\right)$ теңдігімен анықталады.

Қарастырылып отырған мысалда, яғни $\theta_0 = \theta_1 = 2$; $\sqrt{-D} = 1$; $\tan\varphi = 1$ болғанда $M(1;1)$ нүктесіне түйіндес M_0^* нүктесінің координаталары $(3;-1)$ болады.

Мысал 2. Аффиндік координаталар жүйесін анықтайтын $\theta_0 = 5$ және $\theta_1 = 4$ параметрлері берілсін дейік. Осы жүйеде берілген $M_0(2;1)$ нүктесіне түйіндес M_0^* нүктесінің координаталарын табайық.

Шешуі. Алдымен $\theta_0 = 5$, $\theta_1 = 4$ параметрлері бойынша $D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 = -1$, $\sqrt{-D} = 1$, $p = \frac{\theta_1}{2} + i\sqrt{-D} = 2 + i$, $\tan\varphi = \frac{2\sqrt{-D}}{\theta_1} = \frac{1}{2}$ және $|\vec{e}_2| = |p| = \sqrt{\theta_0} = 5$ параметрлерін анықтайық. Келесі кезекте M_0 және M_0^* нүктелерінің $R(O,\vec{e}_1,\vec{e}_2)$ аффиндік жүйесіне қатысты центрлік симметриялы болатын түзудің теңдеуін табайық: $y = \frac{2\sqrt{-D}}{\theta_1}\left(x - x_0 - \frac{\theta_1}{2} y_0\right)$, бұдан $y = \frac{1}{2}(x-4)$. Демек симметрия түзуі нақты осьті $x = 4$ нүктесінде қиып өтеді. Олай болса $M_0^*(6;-1)$ нүктесі M_0 және M_0^* нүктелерінің центрлік симметрия нүктесі болады.

Алынған нәтижені $M_0^*(x + \theta_1 y; -y)$ түйіндес нүктенің координаталарын табу формуласы бойынша тексеруге болады.

Ескерту. Есеп шығарғанда аффиндік жүйеден көбінесе декарттық координаталар жүйесіне көшуге тура келеді. Сондықтан аффиндік жүйеден декарттық жүйеге және керісінше өтудің формулаларын қарастырайық.

Аффиндік түрлендірудің анықтамасы бойынша $z'_{\text{дек.}} = z_{\text{афф.}}$, мұнда $z'_{\text{дек.}} = x' + {}+iy'$; $z_{\text{афф.}} = x + py$. Демек $(x';y')$ қарастырылып отырған нүктенің декарттық координаталары, ал $(x;y)$ сол нүктенің аффиндік координаталары. Жоғарыдағы теңдікті ашып жазайық:

$$\begin{cases} x' = x + \dfrac{\theta_1}{2} y, \\ y' = \sqrt{-D} y. \end{cases}$$

Сонда $M_0(2;1)$ нүктесінің декарттық координаталары (4;1) болады. Ал $M_0^*(6;1)$ үшін оның декарттық координаталары (4;-1) болады.

Кері түрлендіру, яғни декарттық жүйеден аффиндік жүйеге көшу

$$x = x' - \frac{\theta_1}{2\sqrt{-D}} y' \text{ және } y = \frac{1}{\sqrt{-D}} y'$$

формулалары бойынша анықталады.

Аффиндік координаталар жүйесін түрлендіру. Жазықтықта екі $R(O,\vec{e}_1,\vec{e}_2)$ және $R'(O',\vec{e}_1{}',\vec{e}_2{}')$ аффиндік координаталар жүйесі берілсін дейік. $R(O,\vec{e}_1,\vec{e}_2)$ жүйесінен $R'(O',\vec{e}_1{}',\vec{e}_2{}')$ жүйесіне көшу, яғни түрлендіру формулаларын табайық (3-сурет).

Ол үшін $(\vec{e}_1{}', \vec{e}_2{}')$ базистік векторларын және $\overrightarrow{OO'}$ векторын $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ базистік векторлары арқылы жіктейік.

$$\vec{e}_1' = \alpha_{11}\vec{e}_1 + \alpha_{21}\vec{e}_2,$$
$$\vec{e}_2' = \alpha_{12}\vec{e}_1 + \alpha_{22}\vec{e}_2$$
$$\overrightarrow{OO'} = x_0\vec{e}_1 + y_0\vec{e}_2,$$

мұнда (x_0, y_0) O' нүктесінің $R(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ жүйесіндегі координаталары. Сонда

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}$$

векторлық теңдігінен келесі аффиндік түрлендіру формулаларын аламыз:

$$\begin{cases} x = \alpha_{11}x' + \alpha_{12}y' + x_0, \\ y = \alpha_{21}x' + \alpha_{22}y' + y_0, \end{cases}$$

мұнда $\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix} \neq 0$. Сонымен біз M нүктесінің $(x; y)_R$ координаталарын сол нүктенің $(x'; y')_R$ координаталары арқылы өрнектедік.

Аффиндік жүйеде комплекс сандарды көбейтудің геометриялық мағынасы. Өзара түйіндес $z = x + py$ және $\bar{z} = x + \theta_1 y - py$, мұнда $p^2 = -\theta_0 + p\theta_1$, $D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 < 0$, комплекс сандарының қосындысы және көбейтіндісі нақты сандар болады: $z + \bar{z} = 2x + \theta_1 y$, $z \cdot \bar{z} = x^2 + \theta_1 xy + \theta_0 y^2 = |z|^2$.

Ескерту. Егер $D < 0$ болса, онда $z = x + py$ жалпы комплекс санын эллиптиптік сан деп те атайды. Сонда аффиндік жазықтықтағы эллиптиптік нүктелер үшін Эйлер формуласы келесі түрде жазылады [1,2,3]:

$$e^{\left(-\frac{\theta_1}{2}+p\right)\psi} = I(\theta_0, \theta_1, \psi) + pK(\theta_0, \theta_1, \psi),$$

мұнда $$I(\theta_0, \theta_1, \psi) = \cos\sqrt{-D}\psi - \frac{\theta_1}{2\sqrt{-D}}\sin\sqrt{-D}\psi,$$

$K(\theta_0, \theta_1, \psi) = \frac{1}{\sqrt{-D}}\sin\sqrt{-D}\psi$, $D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 < 0$ және $\psi = \left(\vec{e}_1, \overrightarrow{OM}\right)$ - $\overrightarrow{OM}$ радиус-векторы мен нақты осьтің арасындағы бұрыш.

Олай болса алгебралық түрде берілген $z = x + py$ эллиптиптік санын көрсеткішті және тригонометрикалық түрде жазуға болады.

$$z = x + py = |z|e^{\left(-\frac{\theta_1}{2}+p\right)\psi} = |z|[I(\theta_0, \theta_1, \psi) + pK(\theta_0, \theta_1, \psi)],$$

мұнда $|z| = x^2 + \theta_1 xy + \theta_0 y^2$. Демек

$$x = |z|I(\theta_0, \theta_1, \psi), \ \ y = |z|K(\theta_0, \theta_1, \psi).$$

Соңғы теңдіктерден эллиптиптік сандар үшін негізгі тригонометрикалық тепе-теңдік алынады:

$$I^2(\theta_0, \theta_1, \psi) + \theta_1 I(\theta_0, \theta_1, \psi) \cdot K(\theta_0, \theta_1, \psi) + \theta_0 K^2(\theta_0, \theta_1, \psi) = 1.$$

Аффиндік жазықтықты бұру. $z = e^{i\varphi}z'$ формуласы декарттық координаталар жүйесінде евклид жазықтығын қандай да бір φ бұрышына бұруды анықтайды. Мұнда

$$\left|e^{i\varphi}\right| = |\cos\varphi + i\sin\varphi| = \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = 1.$$

Демек $z = e^{\left(-\frac{\theta_1}{2}+p\right)\varphi} \cdot z'$ формуласы аффиндік жазықтықты қандай да бір φ бұрышына бұрғандағы бұру формуласын анықтайды. Бұл формуланы ашып жазайық:

$$x + py = (I + pK)(x' + py'),$$

бұдан

$$\begin{cases} x = Ix' - \theta_0 Ky', \\ y = Kx' + (I + \theta_1 K)y'. \end{cases}$$

Мұнда

$$\Delta = \begin{vmatrix} I & -\theta_0 K \\ K & I + \theta_1 K \end{vmatrix} = I^2 + \theta_1 IK + \theta_0 K^2 = 1.$$

Сонда $R(O,\vec{e}_1,\vec{e}_2)$ аффиндік жүйесінен $R'(O',\vec{e}_1{}',\vec{e}_2{}')$ аффиндік жүйесіне көшу, яғни жаңа координаталарды ескі координаталар арқылы өрнектеу формулаларын аламыз:

$$\begin{cases} x' = (I+\theta_1 K)x + \theta_0 K y, \\ y' = -Kx + Iy. \end{cases} \qquad (*)$$

Мысал 3. $\theta_0 = 5,\ \theta_1 = 4$ дейік. Сонда аффиндік жазықтықтың осы мәндерге сәйкес анықталатын жорамал параметрі $p = 2 + i$ болады, мұнда $i^2 = -1$.

Аффиндік координаталар жүйесінің базистік векторларының арасындағы бұрыштың тангенсі, яғни $\tan\varphi = \frac{2\sqrt{-D}}{\theta_0} = \frac{1}{2}$.

Келесі қадамда $(*)$ формулаларын пайдаланып $R_0^{\pi/4}$, $R_0^{\pi/2}$, $R_0^{\pi/3}$ бұру формулаларын табайық. Ол үшін $(*)$ формуласын ашып жазайық:

$$\begin{cases} x' = \left(\cos\sqrt{-D}\varphi + \dfrac{\theta_1}{2\sqrt{-D}}\sin\sqrt{-D}\varphi\right)\cdot x + \dfrac{\theta_0}{\sqrt{-D}}\sin\sqrt{-D}\varphi\cdot y, \\ y' = \dfrac{1}{\sqrt{-D}}\sin\sqrt{-D}\varphi\cdot x + \left(\cos\sqrt{-D}\varphi - \dfrac{\theta_1}{2\sqrt{-D}}\sin\sqrt{-D}\varphi\right)\cdot y. \end{cases}$$

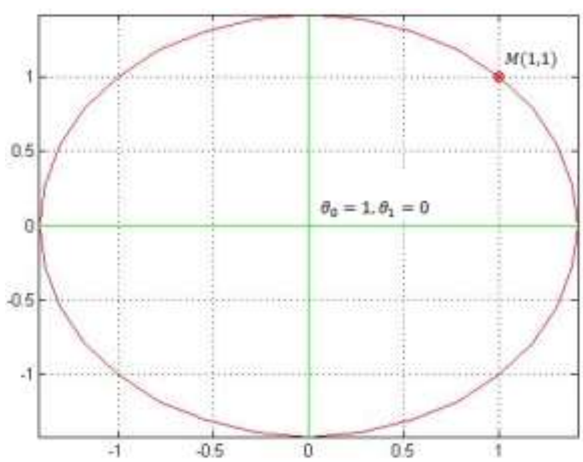
I. $\varphi = \pi/4:$ $\begin{cases} x' = \sqrt{2}(x+y), \\ y' = -\frac{\sqrt{2}}{2}x. \end{cases}$

II. $\varphi = \pi/2:$ $\begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = -x - y. \end{cases}$

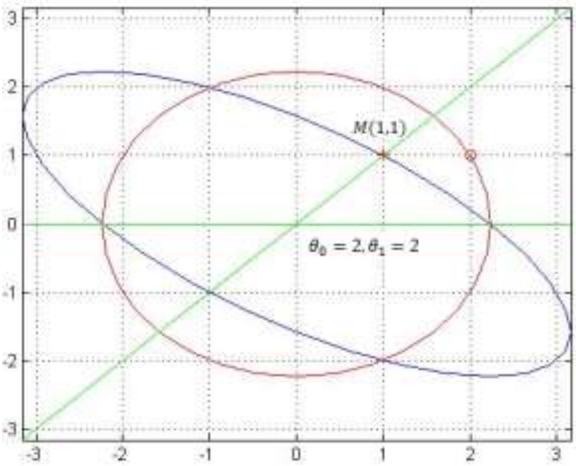
III. $\varphi = \pi/3:$ $\begin{cases} x' = \frac{1+\sqrt{3}}{2}x + \sqrt{3}y, \\ y' = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1-\sqrt{3}}{2}y. \end{cases}$

Жалпы комплекс сандар теориясының аффиндік геометрияда қолданылуы.

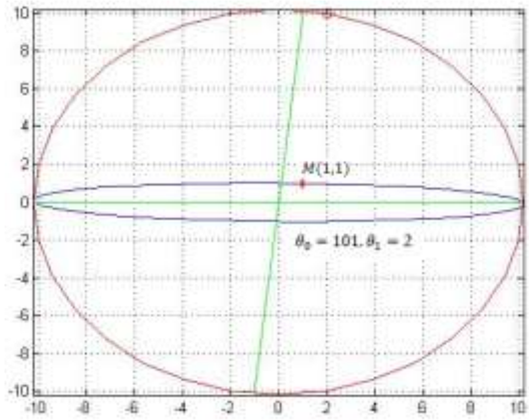
Жазықтықта берілген ағымдық нүктенің декарттық және аффиндік координаталарының арасындағы байланыстан $x'^2 + y'^2 \equiv x^2 + \theta_1 xy + \theta_0 y^2$ тепе-теңдігі алынады. Егер декарттық координаталар жүйесінде $x'^2 + y'^2 = 1$ бірлік шеңберін қарастыратын болсақ, онда осы шеңбердің бейнесі аффиндік координаталар жүйесінде $x^2 + \theta_1 xy + \theta_0 y^2 = 1$ екінші ретті қисықты анықтайды. Төменде θ_0, θ_1 басқарушы параметрлерінің көмегімен алынған әртүрлі қисықтардың бейнелері көрсетілген.



3*a* - сурет



3*b* - сурет



3*c* - сурет

3*a* – суретінде аффиндік жүйе $\theta_0 = 1,\ \theta_1 = 0$ басқарушы параметрлері арқылы алынған. Бұл жағдайда суреттен аффиндік жүйе декарттық жүйеге айналатыны көрініп тұр.

3*b* – суретінде $\theta_0 = 2, \theta_1 = 2$ параметрлері бойынша анықталған аффиндік жүйеде $x^2 + 2xy + 2y^2 = 1$ теңдеуімен берілген эллипс алынды.

3*c* – суретінде $\theta_0 = 101,\ \theta_1 = 2$ параметрлері бойынша анықталған аффиндік жүйеде $x^2 + 2xy + 101y^2 = 1$ теңдеуімен берілген эллипс алынды.

Қорытынды.

Мақалада қарастырылған аффиндік түрлендіруді Лаплас теңдеулеріне де қолдануға болады. Атап айтқанда Лаплас теңдеуі үшін Дирихле есебі дөңес екінші ретті қисықтар үшін қойылса, онда бірлік шеңберге қатысты Дирихле есебіне келтіруге болады [1,2].

1. Sagindykov Bimurat. The internal structure of a complex number// Вестник КазНТУ им. К. Сатпаева, №4(104), 2014, с.402-409.
2. Sagindykov Bimurat. The generalized complex exponent and its application for finding sums// International Journal of Advanced Research (2013), Volume 1, Issue 10, 546-550.
3. Sagindykov Bimurat. Analytical functions of generalized complex variables and some applications// International Journal of Research in Education Technology, 2014. Volume 5, No.1, 569-575.

Аннотация. *В статье рассматривается связь между декартовой и аффинной системой координат. С помощью обобщенной формулы Эйлера получены формулы поворота аффинной плоскости. Через управляющие параметры θ_0, θ_1 построены графики некоторых кривых второго порядка, которые являются образами единичной окружности. Показано, в каких разделах математики и механики применяется эта теория. В частности задачи, приводящие к уравнениям Лапласа. В механике - кручение анизотропных стержней.*

Ключевые слова: *аффинная плоскость, обобщенное комплексное число, обобщенная формула Эйлера, аффинное преобразование, уравнение Лапласа, задача Дирихле.*

Abstract. *This article discusses the connection between Cartesian and affine coordinate systems. Formulas of rotation of the affine plane were obtained by using the generalized Euler formula. Graphs of some curves of the second order, which are images of the unit circle, plotted using control parameters θ_0, θ_1. Application of this theory in some areas of mathematics and mechanics was shown in the article. In particular problem leading to the Laplace equation and the mechanics of anisotropic torsion rots was given.*

Keywords: *affine plane, generalized complex number, a generalized Eulers' formula, an affine transformation, keywords, the Laplace equation, the Dirichlet problem.*

УДК 519.6:551.5:532.5

А.Н. Темирбеков, Б.А. Урмашев

ИССЛЕДОВАНИЕ АППРОКСИМАЦИИ И УСТОЙЧИВОСТИ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ

(г. Алматы, Казахский национальный университет им. аль-Фараби)

Аннотация. *Для учета влияния антропогенных источников тепла и неоднородности подстилающей поверхности на распространение вредных веществ с учетом фотохимических превращений рассматривается негидростатическая модель пограничного слоя атмосферы. Построены устойчивые и сходящиеся разностные схемы для трехмерных уравнений пограничного слоя атмосферы. Доказана разрешимость математической модели и изучены качественные свойства решений. Для решения разностных уравнений получены априорные оценки. Исследованы математические вопросы разностных схем для уравнений пограничного слоя атмосферы. Нелинейные слагаемые аппроксимированы таким образом, что при скалярном умножений этот член интегрального тождества обращается в ноль. Это свойство разностной схемы сформулировано в виде леммы. Получены основные априорные оценки для решения разностной задачи.*

Ключевые слова: *уравнения пограничного слоя атмосферы, разностные схемы, погрешность аппроксимации, устойчивость, сходимость, алгоритм, численное решение.*

Математические модели вычислительной гидродинамики служат базой для исследования разнообразных природных явлений, технологических процессов и экологических проблем. В связи с этим актуальными становятся разработка и исследование эффективных и устойчивых численных алгоритмов решения системы уравнений пограничного слоя атмосферы и их практическая реализация. Для численного решения разностных уравнений существуют различные методы, разрабатываются новые методы, непрерывно ведется работа по их усовершенствованию, проводится переоценка методов. Основные методы решения сеточных уравнений систематизированы и подробно изложены в работе [1]. При решении уравнений Навье–Стокса использование явных схем неэффективно в силу жестких ограничений на соотношение временного и пространственных шагов расчетной сетки, особенно при нахождении стационарного решения методом установления, поэтому наиболее часто используются неявные разностные схемы, безусловно устойчивые или имеющие более слабые ограничения на устойчивость. Обзор наиболее употребительных численных алгоритмов приведен, например, в работах [2-8]. В работе [9] разработан новый итерационный метод для численного решения эллиптического уравнения с сильноменяющимися коэффициентами. Уравнения данного вида получаются на втором этапе при решении уравнений пограничного слоя атмосферы в областях сложной формы методом фиктивных областей. В основе предлагаемого метода заложена специальная замена переменных, которая приводит задачу с разрывными коэффициентами второго рода к задаче с разрывными коэффициентами первого рода. Доказана теорема для оценки скорости сходимости разработанного итерационного процесса. Разработан вычислительный алгоритм и проведены численные расчеты для иллюстрации эффективности предлагаемого метода. В работе [10] построены и обоснованы конечно-разностные схемы для двумерной модели пограничного слоя атмосферы, исследованы аппроксимация и устойчивость разностных схем.

Постановка задачи. Рассмотрим трехмерные уравнения пограничного слоя атмосферы в области $\Omega = \{0 < x_i < l_i, i = 1,2,3\}$ с границей S [10]:

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x_1}+\upsilon\frac{\partial u}{\partial x_2}+\omega\frac{\partial u}{\partial x_3}+\frac{\partial p}{\partial x_1}=\frac{1}{De}\upsilon+$$
$$+\frac{1}{\mathrm{Re}_T}\left(\frac{\partial}{\partial x_1}\left(a_{x_1}\frac{\partial u}{\partial x_1}\right)+\frac{\partial}{\partial x_2}\left(a_{x_2}\frac{\partial u}{\partial x_2}\right)+\frac{\partial}{\partial x_3}\left(a_{x_3}\frac{\partial u}{\partial x_3}\right)\right)+f_1(\vec{x},t) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \upsilon}{\partial t}+u\frac{\partial \upsilon}{\partial x_1}+\upsilon\frac{\partial \upsilon}{\partial x_2}+\omega\frac{\partial \upsilon}{\partial x_3}+\frac{\partial p}{\partial x_2}=-\frac{1}{De}u+$$
$$+\frac{1}{\mathrm{Re}_T}\left(\frac{\partial}{\partial x_1}\left(a_{x_1}\frac{\partial \upsilon}{\partial x_1}\right)+\frac{\partial}{\partial x_2}\left(a_{x_2}\frac{\partial \upsilon}{\partial x_2}\right)+\frac{\partial}{\partial x_3}\left(a_{x_3}\frac{\partial \upsilon}{\partial x_3}\right)\right)+f_2(\vec{x},t) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \bar{t}}+u\frac{\partial \omega}{\partial x_1}+\upsilon\frac{\partial \omega}{\partial x_2}+\omega\frac{\partial \omega}{\partial x_3}+\frac{\partial p}{\partial x_3}=\bar{\lambda}+$$
$$+\frac{1}{\mathrm{Re}_T}\left(\frac{\partial}{\partial x_1}\left(a_{x_1}\frac{\partial \omega}{\partial x_1}\right)+\frac{\partial}{\partial x_2}\left(a_{x_2}\frac{\partial \omega}{\partial x_2}\right)+\frac{\partial}{\partial x_3}\left(a_{x_2}\frac{\partial \omega}{\partial x_3}\right)\right)+f_3(\vec{x},t) \quad (3)$$

$$div\vec{V}=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial \upsilon}{\partial y}+\frac{\partial \omega}{\partial z}=0 \quad (4)$$

здесь t - время, x_1, x_2, x_3 - декартовы координаты, $\vec{V}$ - вектор скорости ветра с компонентами u,υ,ω, p - давление, De - безразмерная характеристика отклонения ветра от геострофического, Re_T -безразмерное число турбулентного обмена, $\bar{\lambda}$ -безразмерный параметр конвекции, a_{x_1}, a_{x_2} - горизонтальные коэффициенты атмосферной турбулентности для количества движения, a_{x_3} - вертикальный коэффициент атмосферного турбулентного обмена для количества движения.

Системе уравнений (1)-(4) поставим следующие начально-граничные условия:

$$\vec{V}(x,0)=\vec{V}^0(x), \quad x\in\Omega; \ \vec{V}(x,t)=0, x\in S. \quad (5)$$

В области Ω функция $\vec{V}^0(x)$ задана следующим образом: $div\vec{V}^0(x)=0$

Для численного решения уравнений пограничного слоя атмосферы (1) -(4) используем сетку с разнесенными скоростями.

В области Ω построим сетки Ω_H, $\Omega_H=\Omega_h\cup\Omega_x\cup\Omega_y\cup\Omega_z$, где

$$\Omega_h=\{(x_{1i},x_{2j},x_{3k}), x_{1i}=ih_1, x_{2j}=jh_2, x_{3k}=kh_3,$$
$$i=0,1,...,N_1; j=0,1,...,N_2; k=0,1,...,N_3, h_1=l_1/N_1, h_2=l_2/N_2, h_3=l_3/N_3\}$$
$$\Omega_x=\{(x_{1i+1/2},x_{2j},x_{3k}), x_{1i+1/2}=(i+1/2)h_1, x_{2j}=jh_2, x_{3k}=kh_3,$$
$$i=0,1,..., N_1-1; j=0,1,..., N_2; k=0,1,..., N_3, h_1=l_1/N_1, h_2=l_2/N_2, h_3=l_3/N_3\} \quad (6)$$
$$\Omega_y=\{(x_{1i},x_{2j+1/2},x_{3k}), x_{1i}=ih_1, x_{2j+1/2}=(j+1/2)h_2, x_{3k}=kh_3,$$
$$i=0,1,..., N_1; j=0,1,..., N_2-1; k=0,1,..., N_3, h_1=l_1/N_1, h_2=l_2/N_2, h_3=l_3/N_3\}$$
$$\Omega_z=\{(x_{1i},x_{2j},x_{3k+1/2}), x_{1i}=ih_1, x_{2j}=jh_2, x_{3k+1/2}=(k+1/2)h_3,$$
$$i=0,1,..., N_1; j=0,1,..., N_2; k=0,1,..., N_3-1, h_1=l_1/N_1, h_2=l_2/N_2, h_3=l_3/N_3\}.$$

Проинтегрируем левые части уравнений движения, поделим на $h_1h_2h_3$ и получим следующие разностные соотношения:

$$\frac{1}{h_1h_2h_3}\int_{x_i}^{x_{i+1}}\int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}}\int_{z_{k-1/2}}^{z_{k+1/2}}\left[\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial u^2}{\partial x_1}+\frac{\partial u\upsilon}{\partial x_2}+\frac{\partial u\omega}{\partial x_3}+\frac{\partial p}{\partial x_1}\right]dx_1dx_2dx_3=$$
$$(u^n_{t,i+1/2,j,k})+(u^2_{i+1,j,k}-u^2_{i,j,k})/h_1+\left[(u\upsilon)_{i+1/2,j+1/2,k}-(u\upsilon)_{i+1/2,j-1/2,k}\right]/h_2+ \tag{7}$$
$$+\left[(u\omega)_{i+1/2,j,k+1/2}-(u\omega)_{i+1/2,j,k-1/2}\right]/h_3+(p_{i+1,j,k}-p_{i,j,k})/h_1,$$

$$\frac{1}{h_1h_2h_3}\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}}\int_{y_j}^{y_{j+1}}\int_{z_{k-1/2}}^{z_{k+1/2}}\left[\frac{\partial \upsilon}{\partial t}+\frac{\partial u\upsilon}{\partial x_1}+\frac{\partial u\upsilon^2}{\partial x_2}+\frac{\partial \upsilon\omega}{\partial x_3}+\frac{\partial p}{\partial x_2}\right]dx_1dx_2dx_3=$$
$$(\upsilon^n_{t,i,j+1/2,k})+\left[(u\upsilon)_{i+1/2,j+1/2,k}-(u\upsilon)_{i-1/2,j+1/2,k}\right]/h_2+(\upsilon^2_{i,j+1,k}-\upsilon^2_{i,j,k})/h_2+ \tag{8}$$
$$+\left[(u\omega)_{i,j+1/2,k+1/2}-(u\omega)_{i,j+1/2,k-1/2}\right]/h_3+(p_{i,j+1,k}-p_{i,j,k})/h_2,$$

$$\frac{1}{h_1h_2h_3}\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}}\int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}}\int_{z_k}^{z_{k+1}}\left[\frac{\partial \omega}{\partial t}+\frac{\partial u\omega}{\partial x_1}+\frac{\partial \upsilon\omega}{\partial x_2}+\frac{\partial \omega^2}{\partial x_3}+\frac{\partial p}{\partial x_3}\right]dx_1dx_2dx_3=$$
$$(\omega^n_{t,i,j,k+1/2})+\left[(u\omega)_{i+1/2,j,k+1/2}-(u\omega)_{i-1/2,j,k-1/2}\right]/h_1+ \tag{9}$$
$$+\left[(\upsilon\omega)_{i,j+1/2,k+1/2}-(\upsilon\omega)_{i,j-1/2,k+1/2}\right]/h_2+(\omega^2_{i,j,k+1}-\omega^2_{i,j,k})/h_3+(p_{i,j,k+1}-p_{i,j,k})/h_3,$$

В узлах с номерами $(i+1/2,j,k),(i,j+1/2,k),(i,j,k+1/2)$ определяются значения соответственно компоненты скоростей u,υ,ω, а в узлах с целыми номерами $(i,j)-$ значения давления.

Аналогично можно получить разностные соотношения и для правых частей, таким образом строится следующая разностная схема:

$$\frac{u^{n+1}_{i+1/2,j,k}-u^n_{i+1/2,j,k}}{\tau}+L^{(1)}_{1h}u^n_{i+1/2,j,k}+P^{n+1}_{x_1,i,j,k}=\frac{1}{De}\upsilon^n_{i,j+1/2,k}+$$
$$+\frac{1}{\mathrm{Re}_T}\left[(a_{i,j,k}u^n_{x_1,i+1/2,j,k})_{\bar{x}_1}+(a_{i+1/2,j+1/2,k}u^n_{x_2,i+1/2,j,k})_{\bar{x}_2}+(a_{i+1/2,j,k+1/2}u^n_{x_3,i+1/2,j,k})_{\bar{x}_3}\right]+f^0_{i+1/2,j,k}, \tag{10}$$
$$i=\overline{1,N_1-2},\ j=\overline{1,N_2-1},k=\overline{1,N_3-1}$$

$$\frac{\upsilon^{n+1}_{i,j+1/2,k}-\upsilon^n_{i,j+1/2,k}}{\tau}+L^{(2)}_{1h}\upsilon^n_{i,j+1/2,k}+P^{n+1}_{x_2,i,j,k}=-\frac{1}{De}u^n_{i+1/2,j,k}+$$
$$+\frac{1}{\mathrm{Re}_T}\left[(a_{i+1/2,j+1/2,k}\upsilon^n_{x_1,i+1/2,j+1/2,k})_{\bar{x}_1}+(a_{i,j+1,k}\upsilon^n_{x_2,i,j,k})_{\bar{x}_2}+(a_{i,j+1/2,k+1/2}\upsilon^n_{x_3,i,j+1/2,k+1/2})_{\bar{x}_3}\right]+f^0_{i,j+1/2,k}, \tag{11}$$
$$i=\overline{1,N_1-2},\ j=\overline{1,N_2-1},k=\overline{1,N_3-1}$$

$$\frac{\omega^{n+1}_{i,j,k+1/2}-\omega^n_{i,j,k+1/2}}{\tau}+L^{(3)}_{1h}\omega^n_{i,j,k+1/2}+P^{n+1}_{x_3,i,j,k}=\bar{\lambda}+$$
$$+\frac{1}{\mathrm{Re}_T}\left[(a_{i+1/2,j,k+1/2}\omega^n_{x_1,i+1/2,j,k+1/2})_{\bar{x}_1}+(a_{i,j+1/2,k}\omega^n_{x_2,i,j+1/2,k})_{\bar{x}_2}+(a_{i,j,k+1}\omega^n_{x_3,i,j,k})_{\bar{x}_3}\right]+f^0_{i,j,k+1/2}, \tag{12}$$
$$i=\overline{1,N_1-2},\ j=\overline{1,N_2-1},k=\overline{1,N_3-1}$$

где коэффициенты определяются следующим образом:

$$a_{i,j,k}=\int_{x_{2,j-1/2}}^{x_{2,j+1/2}}\int_{x_{3,k-1/2}}^{x_{3,k+1/2}}a(x_{1,i},x_2,x_3)dx_2dx_3 \tag{13}$$

$$a_{i,j+1,k}=\int_{x_{1,i-1/2}}^{x_{1,i+1/2}}\int_{x_{3,k-1/2}}^{x_{3,k+1/2}}a(x_1,x_{2,j+1},x_3)dx_1dx_3\ \text{и.т.д.}$$

Уравнение неразрывности в разностном виде записывается так

$$div_h\vec{V}^{n+1}=u^{n+1}_{\bar{x}_1,i+1/2\,jk}+\upsilon^{n+1}_{\bar{x}_2,ij+1/2k}+\omega^{n+1}{}_{\bar{x}_3,ijk+1/2}=0 \tag{14}$$

Операторы $L^{(i)}_{1h}$, $i=1,2,3$ соответствуют разностной аппроксимации конвективных членов, и в развернутом виде определяются следующим образом:

$$L_{1h}^{(1)}u_{i+1/2,j,k}^{n}=\frac{1}{4h_1}((u_{i+3/2,j,k}^{n}+u_{i+1/2,j,k}^{n})^2-(u_{i+1/2,j,k}^{n}+u_{i-1/2,j,k}^{n})^2)+$$
$$+\frac{1}{4h_2}((\upsilon_{i+1,j+1/2,k}^{n}+\upsilon_{i,j+1/2,k}^{n})(u_{i+1/2,j+1,k}^{n}+u_{i+1/2,j,k}^{n})-(\upsilon_{i+1,j-1/2,k}^{n}+\upsilon_{i,j-1/2,k}^{n})(u_{i+1/2,j,k}^{n}+u_{i+1/2,j-1,k}^{n}))+ \quad (15)$$
$$+\frac{1}{4h_3}((\omega_{i+1,j,k+1/2}^{n}+\omega_{i,j,k+1/2}^{n})(u_{i+1/2,j,k+1}^{n}+u_{i+1/2,j,k}^{n})-(\omega_{i+1,j,k-1/2}^{n}+\omega_{i,j,k-1/2}^{n})(u_{i+1/2,j,k}^{n}+u_{i+1/2,j,k-1}^{n})),$$

$$L_{1h}^{(2)}\upsilon_{i,j+1/2,k}^{n}=\frac{1}{4h_1}((u_{i+1/2,j+1,k}^{n}+u_{i+1/2,j,k}^{n})(\upsilon_{i+1,j+1/2,k}^{n}+\upsilon_{i,j+1/2,k}^{n})-(u_{i-1/2,j+1,k}^{n}+u_{i-1/2,j,k}^{n})(\upsilon_{i,j+1/2,k}^{n}+\upsilon_{i-1,j+1/2,k}^{n}))+$$
$$+\frac{1}{4h_2}((\upsilon_{i,j+3/2,k}^{n}+\upsilon_{i,j+1/2,k}^{n})^2-(\upsilon_{i,j+1/2,k}^{n}+\upsilon_{i,j-1/2,k}^{n})^2)+ \quad (16)$$
$$+\frac{1}{4h_3}((\omega_{i,j+1,k+1/2}^{n}+\omega_{i,j,k+1/2}^{n})(\upsilon_{i,j+1/2,k+1}^{n}+\upsilon_{i,j+1/2,k}^{n})-(\omega_{i,j+1,k-1/2}^{n}+\omega_{i,j,k-1/2}^{n})(\upsilon_{i,j+1/2,k}^{n}+\upsilon_{i,j+1/2,k-1}^{n})),$$

$$L_{1h}^{(3)}\omega_{i,j,k+1/2}^{n}=\frac{1}{4h_1}((u_{i+1/2,j,k+1}^{n}+u_{i+1/2,j,k}^{n})(\omega_{i+1,j,k+1/2}^{n}+\omega_{i,j,k+1/2}^{n})-(u_{i-1/2,j,k+1}^{n}+u_{i-1/2,j,k}^{n})(\omega_{i,j,k+1/2}^{n}+\omega_{i-1,j,k+1/2}^{n}))+$$
$$+\frac{1}{4h_2}((\upsilon_{i,j+1/2,k+1}^{n}+\upsilon_{i,j+1/2,k}^{n})(\omega_{i,j+1,k+1/2}^{n}+\omega_{i,j,k+1/2})-(\upsilon_{i,j-1/2,k+1}^{n}+\upsilon_{i,j-1/2,k}^{n})(\omega_{i,j,k+1/2}^{n}+\omega_{i,j-1,k+1/2}^{n}))+ \quad (17)$$
$$+\frac{1}{4h_3}((\omega_{i,j,k+3/2}^{n}+\omega_{i,j,k+1/2}^{n})^2-(\omega_{i,j,k+1/2}^{n}+\omega_{i,j,k-1/2}^{n})^2),$$

Выполняются следующие начально-граничные условия:

$$u_{i+1/2,j,k}^{0}=V^0(x_{1i}+0{,}5h_1,x_{2j},x_{3k}),\upsilon_{i,j+1/2,k}^{0}=V^0(x_{1i},x_{2,j}+0{,}5h_2,x_{3k}),\omega_{i,j,k+1/2}^{0}=V^0(x_{1i},x_{2j},x_{3k}+0{,}5h_3)$$
$$\upsilon_{0,j+1/2,k}^{n+1}=\upsilon_{N_1,j+1/2,k}^{n+1}=u_{1/2,j,k}^{n+1}=u_{N_1-1/2,j,k}^{n+1}=\omega_{0,j,k+1/2}^{n+1}=\omega_{N_1,j,k+1/2}^{n+1}=0,\ j=\overline{0,N_2-1},k=\overline{0,N_3-1}$$
$$\upsilon_{i,1/2,k}^{n+1}=\upsilon_{N_1,j-1/2,k}^{n+1}=u_{i+1/2,0,k}^{n+1}=u_{i+1/2,N_2,k}^{n+1}=\omega_{i,0,k+1/2}^{n+1}=\omega_{i,N_2,k+1/2}^{n+1}=0,i=\overline{0,N_1-1},k=\overline{0,N_3-1} \quad (18)$$
$$\upsilon_{i,j+1/2,0}^{n+1}=\upsilon_{i,j+1/2,N_3}^{n+1}=u_{i+1/2,j,0}^{n+1}=u_{i+1/2,j,N_3}^{n+1}=\omega_{i,j,1/2}^{n+1}=\omega_{i,j,N_3-1/2}^{n+1}=0,i=\overline{0,N_1-1},\ j=\overline{0,N_2-1}$$

Для однозначного определения давления потребуем, чтобы выполнялось равенство

$$\sum_{\bar{x}\in\Omega_h^{(1)}}p(\bar{x})h_1h_2h_3=0\,, \quad (19)$$

где $\Omega_h^{(1)}\subseteq\Omega_h$.

Лемма. Для любых сеточных функций $u_{i+1/2,j,k}\in\Omega_x$, $\upsilon_{i,j+1/2,k}\in\Omega_y$, $\omega_{i,j,k+1/2}\in\Omega_z$, удовлетворяющих условиям (14), (18), справедливы тождества

$$(L_{1h}^{(1)}u_{i+1/2,j,k},u_{i+1/2,j,k})=(L_{1h}^{(2)}\upsilon_{i,j+1/2,k},\upsilon_{i,j+1/2,k})=(L_{1h}^{(3)}\omega_{i,j,k+1/2},\omega_{i,j,k+1/2})=0 \quad (20)$$

где суммирование производится по внутренним узлам сетки $\Omega_x\cup\Omega_y\cup\Omega_z$.

$$L_{1h}^{(1)}u_{i+1/2\,jk}=\frac{(u_{i+3/2,j,k}+u_{i+1/2,j,k})^2-(u_{i+1/2,j,k}+u_{i-1/2,j,k})^2}{4h_1}+\frac{(u_{i+1/2,j+1,k}+u_{i+1/2,j,k})(\upsilon_{i+1,j+1/2,k}+\upsilon_{i,j+1/2,k})}{4h_2}-$$
$$\frac{-(u_{i+1/2,j,k}+u_{i+1/2,j-1,k})(\upsilon_{i+1,j-1/2,k}+\upsilon_{i,j-1/2,k})}{4h_2}+\frac{(u_{i+1/2,j,k+1}+u_{i+1/2,j,k})(\omega_{i+1,j,k+1/2}+\omega_{i,j,k+1/2})}{4h_3}- \quad (21)$$
$$-\frac{(u_{i+1/2,j,k}+u_{i+1/2,j,k-1})(\omega_{i+1,j,k-1/2}+\omega_{i,j,k-1/2})}{4h_3}$$

$$A = \frac{1}{4h_1}\Big[u_{i+3/2,j,k}(u_{i+3/2,j,k} + u_{i+1/2,j,k}) + u_{i+1/2,j,k}(u_{i+3/2,j,k} + u_{i+1/2,j,k}) - u_{i+1/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k} + u_{i-1/2,j,k}) -$$
$$- u_{i-1/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k} + u_{i-1/2,j,k})\Big] = \frac{1}{4h_1}\Big[u_{i+3/2,j,k}(u_{i+3/2,j,k} - u_{i+1/2,j,k}) + 2u_{i+3/2,j,k}u_{i+1/2,j,k} + u_{i+1/2,j,k}(u_{i+3/2,j,k} - u_{i+1/2,j,k}) + \quad (22)$$
$$+ 2u^2_{i+1/2,j,k} - 2u^2_{i+1/2,j,k} + u_{i+1/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k} - u_{i-1/2,j,k}) - 2u_{i+1/2,j,k}u_{i-1/2,j,k} + u_{i-1/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k} - u_{i-1/2,j,k}) =$$
$$= \tilde{A} + \frac{1}{2}u_{i+1/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k})_{x_1} + \frac{1}{2}u_{i+1/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_1}$$

где

$$\tilde{A} = \frac{1}{4}\Big[u_{i+3/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k})_{x_1} + u_{i+1/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k})_{x_1} + u_{i+1/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_1} + u_{i-1/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_1}\Big] \quad (23)$$

$$B = \frac{1}{4h_2}\Big[\upsilon_{i+1,j+1/2,k}(u_{i+1/2,j+1,k} - u_{i+1/2,j,k}) + 2\upsilon_{i+1,j+1/2,k}u_{i+1/2,j,k} + \upsilon_{i,j+1/2,k}(u_{i+1/2,j+1,k} - u_{i+1/2,j,k}) +$$
$$+ 2\upsilon_{i,j+1/2,k}u_{i+1/2,j,k} + \upsilon_{i+1,j-1/2,k}(u_{i+1/2,j,k} - u_{i+1/2,j-1,k}) - 2\upsilon_{i+1,j-1/2,k}u_{i+1/2,j,k} + \upsilon_{i,j-1/2,k}(u_{i+1/2,j,k} - u_{i+1/2,j-1,k}) - \quad (24)$$
$$- 2\upsilon_{i,j-1/2,k}u_{i+1/2,j,k}\Big] = \tilde{B} + \frac{1}{2}(\upsilon_{i+1,j+1/2,k})_{x_2}u_{i+1/2,j,k} + 1/2(\upsilon_{i,j+1/2,k})_{x_2}u_{i+1/2,j,k}$$

где

$$\tilde{B} = \frac{1}{4}\Big[\upsilon_{i+1,j+1/2,k}(u_{i+1/2,j,k})_{x_2} + \upsilon_{i,j+1/2,k}(u_{i+1/2,j,k})_{x_2} + \upsilon_{i+1,j-1/2,k}(u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_2} + \upsilon_{i,j-1/2,k}(u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_2}\Big] \quad (25)$$

$$C = \frac{1}{4h_3}\Big[\omega_{i+1,j,k+1/2}(u_{i+1/2,j,k+1} - u_{i+1/2,j,k}) + 2\omega_{i+1,j,k+1/2}u_{i+1/2,j,k} + \omega_{i,j,k+1/2}(u_{i+1/2,j,k+1} - u_{i+1/2,j,k}) +$$
$$+ 2\omega_{i,j,k+1/2}u_{i+1/2,j,k} + \omega_{i+1,j,k-1/2}(u_{i+1/2,j,k} - u_{i+1/2,j,k-1}) - 2\omega_{i+1,j,k-1/2}u_{i+1/2,j,k} + \omega_{i,j,k-1/2}(u_{i+1/2,j,k} - u_{i+1/2,j,k-1}) + \quad (26)$$
$$- 2\omega_{i,j,k-1/2}u_{i+1/2,j,k}\Big] = \tilde{C} + \frac{1}{2}u_{i+1/2,j,k}(\omega_{i+1,j,k+1/2})_{x_3} + \frac{1}{2}u_{i+1/2,j,k}(\omega_{i,j,k+1/2})_{x_3}$$

где

$$\tilde{C} = \frac{1}{4}\Big[\omega_{i+1,j,k+1/2}(u_{i+1/2,j,k})_{x_3} + \omega_{i,j,k+1/2}(u_{i+1/2,j,k})_{x_3} + \omega_{i+1,j,k-1/2}(u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_3} + \omega_{i,j,k-1/2}(u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_3}\Big] +$$
$$+ \frac{1}{2}u_{i+1/2,j,k}(\omega_{i+1,j,k+1/2})_{x_3} + \frac{1}{2}u_{i+1/2,j,k}(\omega_{i,j,k+1/2})_{x_3} \quad (27)$$

Из (21) с учетом (22), (24), (26) имеем:

$$L^{(1)}_{1h}(u_{i+1/2,j,k}) = \tilde{A} + \tilde{B} + \tilde{C} + \frac{1}{2}u_{i+1/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k})_{x_1} + \frac{1}{2}u_{i+1/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_1} + \frac{1}{2}u_{i+1/2,j,k}(\upsilon_{i+1,j+1/2,k})_{x_2} +$$
$$+ \frac{1}{2}u_{i+1/2,j,k}(\upsilon_{i,j+1/2,k})_{x_2} + \frac{1}{2}u_{i+1/2,j,k}(\omega_{i+1,j,k+1/2})_{x_3} + \frac{1}{2}u_{i+1/2,j,k}(\omega_{i,j,k+1/2})_{x_3} = \tilde{A} + \tilde{B} + \tilde{C} + \quad (28)$$
$$+ \frac{1}{2}u_{i+1/2,j,k}((u_{i+1/2,j,k})_{x_1} + (\upsilon_{i+1,j+1/2,k})_{x_2} + (\omega_{i+1,j,k+1/2})_{x_3}) + \frac{1}{2}u_{i+1/2,j,k}((u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_1} + (\upsilon_{i,j+1/2,k})_{x_2} + (\omega_{i,j,k+1/2})_{x_3}) =$$
$$= \tilde{A} + \tilde{B} + \tilde{C}$$

$$L_{1h}^{(1)}u_{i+1/2,j,k}=\frac{1}{4}\Big[u_{i+3/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k})_{x_1}+u_{i+1/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_1}+u_{i+1/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k})_{x_1}+u_{i-1/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_1}\Big]+$$
$$\frac{1}{4}\Big[\upsilon_{i+1,j+1/2,k}(u_{i+1/2,j,k})_{x_2}+\upsilon_{i,j+1/2,k}(u_{i+1/2,j,k})_{x_2}+\upsilon_{i+1,j-1/2,k}(u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_2}+\upsilon_{i,j-1/2,k}(u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_2}\Big]+ \qquad (29)$$
$$\frac{1}{4}\Big[\omega_{i+1,j,k+1/2}(u_{i+1/2,j,k})_{x_3}+\omega_{i,j,k+1/2}(u_{i+1/2,j,k})_{x_3}+\omega_{i+1,j,k-1/2}(u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_3}+\omega_{i,j,k-1/2}(u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_3}\Big]$$

Доказательство. Докажем, что $(L_{1h}^{(1)}u_{i+1/2,j,k},u_{i+1/2,j,k})=0$

$$(L_{1h}^{(1)}u_{i+1/2,j,k},u_{i+1/2,j,k})=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{N_1-2}\sum_{j=1}^{N_2-1}\sum_{k=1}^{N_3-1}\Big[(u_{i+3/2,j,k}+u_{i+1/2,j,k})^2u_{i+1/2,j,k}-(u_{i+1/2,j,k}-u_{i-1/2,j,k})^2u_{i+1/2,j,k}+$$
$$+(\upsilon_{i+1,j+1/2,k}+\upsilon_{i,j+1/2,k})(u_{i+1/2,j+1,k}+u_{i+1/2,j,k})u_{i+1/2,j,k}-(\upsilon_{i+1,j-1/2,k}+\upsilon_{i,j-1/2,k})\cdot(u_{i+1/2,j,k}+u_{i+1/2,j-1,k})u_{i+1/2,j,k}+ \qquad (30)$$
$$+(\omega_{i+1,j,k+1/2}+\omega_{i,j,k+1/2})(u_{i+1/2,j,k+1}+u_{i+1/2,j,k})u_{i+1/2,j,k}-(\omega_{i+1,j,k-1/2}+\omega_{i,j,k-1/2})(u_{i+1/2,j,k}+u_{i+1/2,j,k-1})u_{i+1/2,j,k}\Big]h_1h_2h_3$$

Для любых сеточных функций φ и ψ имеем

$$(\varphi_i\psi_i\psi_{i-1})_x=(\varphi_i\psi_i)_x\psi_i+\varphi_i\psi_i(\psi_{i-1})_x=\varphi_{ix}\psi_i^2+(\varphi_{i+1}\psi_{ix}+\varphi_i\psi_{i-1,x})\psi_i \qquad (31)$$

Используя эту формулу и (29), преобразуем все слагаемые в (30)

$$(u_{i+3/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k})_{x_1}+u_{i+1/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_1})u_{i+1/2,j,k}=$$
$$=(u_{i+1/2,j,k}u_{i+1/2,j,k}u_{i-1/2,j,k})_{x_1}-(u_{i+1/2,j,k})_{x_1}\cdot u_{i+1/2,j,k.}^2$$

(32)

$$(u_{i+1/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k})_{x_1}+u_{i-1/2,j,k}(u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_1})u_{i+1/2,j,k}=$$
$$(u_{i-1/2,j,k}u_{i+1/2,j,k}u_{i-1/2,j,k})_{x_1}-(u_{i-1/2,j,k})_{x_1}\cdot u_{i+1/2,j,k}^2$$

$$(\upsilon_{i+1,j+1/2,k}(u_{i+1/2,j,k})_{x_2}+\upsilon_{i+1,j-1/2,k}(u_{i+1/2.j,k})_{\bar{x}_2})u_{i+1/2,j,k}=$$
$$=(\upsilon_{i+1,j-1/2,k}u_{i+1/2,j,k}u_{i+1/2,j-1,k})_{x_2}-(\upsilon_{i+1,j-1/2,k})_{x_2}u_{i+1/2,j,k}^2$$

$$(\upsilon_{i,j+1/2,k}(u_{i+1/2,j,k})_{x_2}+\upsilon_{i,j-1/2,k}(u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_2})u_{i+1/2,j,k}=$$
$$=(\upsilon_{i,j-1/2,k}u_{i+1/2,j,k}u_{i+1/2,j-1,k})_{x_2}-(\upsilon_{i,j-1/2,k})_{x_2}u_{i+1/2,j}^2$$

(33)

$$(\omega_{i+1,j,k+1/2}(u_{i+1/2,j,k})_{x_3}+\omega_{i+1,j,k-1/2}(u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_3})u_{i+1/2,j,k}=$$
$$=(\omega_{i+1,j,k-1/2}u_{i+1/2,j,k}u_{i+1/2,j,k-1})_{x_3}-(\omega_{i+1,j,k-1/2})_{x_3}u_{i+1/2,j,k}^2$$

$$(\omega_{i,j,k+1/2}(u_{i+1/2,j,k})_{x_3}+\omega_{i,j,k-1/2}(u_{i+1/2,j,k})_{\bar{x}_3})u_{i+1/2,j,k}=$$
$$=(\omega_{i,j,k-1/2}u_{i+1/2,j,k}u_{i+1/2,j,k-1})_{x_3}-(\omega_{i,j,k-1/2})_{x_3}u_{i+1/2,j,k}^2$$

Далее, получим:

$$(L_{1h}^{(1)}u_{i+1/2j},u_{i+1/2j})=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{N_1-2}\sum_{j=1}^{N_2-1}\sum_{k=1}^{N_3-1}\Big[(u_{i+1/2,j,k}u_{i+1/2,j,k}u_{i-1/2,j,k})_{x_1}+(u_{i-1/2,j,k}u_{i+1/2,j,k}u_{i-1/2,j,k})_{x_1}$$
$$+(\upsilon_{i+1j-1/2}u_{i+1/2j}u_{i+1/2j-1})_{x_2}+(\upsilon_{ij-1/2}u_{i+1/2j}u_{i+1/2j-1})_{x_2}+(\omega_{i+1,j,k-1/2}u_{i+1/2,j,k}u_{i+1/2,j,k-1})_{x_3} \qquad (34)$$
$$+(\omega_{i,j,k-1/2}u_{i+1/2,j,k}u_{i+1/2,j,k-1})_{x_3}-\Big\{(u_{i+1/2,j,k})_{x_1}+(\upsilon_{i+1,j-1/2,k})_{x_2}+(\omega_{i+1,j,k-1/2})_{x_3}\Big\}u_{i+1/2,j,k}^2-$$
$$-\Big\{(u_{i-1/2,j,k})_{x_1}+(\upsilon_{i,j-1/2,k})_{x_2}+(\omega_{i,j,k-1/2})_{x_3}\Big\}u_{i+1/2,j,k}^2\Big]h_1h_2h_3$$

С учетом граничных условий (18) и уравнения неразрывности (14) имеем:

$$(L_{1h}^{(1)}u_{i+1/2j}, u_{i+1/2j}) = \frac{1}{4h_1}\sum_{j=1}^{N_2-1}\sum_{k=1}^{N_3-1}\Big[-u_{3/2,j,k}u_{3/2,j,k}u_{1/2,j,k} + u_{N_1-1/2,j,k}u_{N_1-1/2,j,k}u_{N_1-3/2,j,k} - u_{1/2,j,k}u_{3/2,j,k}u_{1/2,j,k} +$$
$$+u_{N_1-3/2,j,k}u_{N_1-1/2,j,k}u_{N_1-3/2,j,k}\Big]h_2h_3 + \frac{1}{4h_2}\sum_{i=1}^{N_1-2}\sum_{k=1}^{N_3-1}\Big[-\upsilon_{i+1,1/2,k}u_{i+1/2,1,k}u_{i+1/2,0,k} + \upsilon_{i+1,N_2-1/2,k}u_{i+1/2,N_2,k}u_{i+1/2,N_2-1,k} \qquad (35)$$
$$-\upsilon_{i,1/2,k}u_{i+1/2,1,k}u_{i+1/2,0,k} + \upsilon_{i,N-1/2,k}u_{i+1/2,N_2,k}u_{i+1/2,N_2-1,k}\Big]h_1h_3 + \frac{1}{4h_3}\sum_{i=1}^{N_1-1}\sum_{j=1}^{N_2-1}\Big[-\omega_{i+1,j,1/2}u_{i+1/2,j,1}u_{i+1/2,j,0} +$$
$$+\omega_{i+1,j,N_3-1/2}u_{i+1/2,j,N_3}u_{i+1/2,j,N_3-1} - \omega_{i,j,1/2}u_{i+1/2,j,1}u_{i+1/2,j,0} + \omega_{i,j,N_3-1/2}u_{i+1/2,j,N_3}u_{i+1/2,j,N_3-1}\Big]h_1h_2 = 0$$

Аналогично можно доказать, что $(L_{1h}^{(2)}\upsilon_{i,j+1/2,k}, \upsilon_{i,j+1/2,k}) = 0, (L_{1h}^{(3)}\omega_{i,j,k+1/2}, \omega_{i,j,k+1/2}) = 0.$

Определим норму вектора скорости следующим образом:

$$\left\|\vec{V}^n\right\|^2 = \sum_{\Omega_x}(u_{i+1/2,j,k}^n)^2h_1h_2h_3 + \sum_{\Omega_y}(\upsilon_{i,j+1/2,k}^n)^2h_1h_2h_3 + \sum_{\Omega_z}(\omega_{i,j,k+1/2}^n)^2h_1h_2h_3 \qquad (36)$$

Умножая разностные уравнения (1)-(3) соответственно на $2\tau u_{i+1/2,j,k}^{n+1}h_1h_2h_3$, $2\tau\upsilon_{i,j+1/2,k}^{n+1}h_1h_2h_3$ и $2\tau\omega_{i,j,k+1/2}^{n+1}h_1h_2h_3$, затем просуммировав по точкам $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$, получим следующее основное энергетическое неравенство

$$\left\|V^{n+1}\right\|^2 - \left\|V^n\right\|^2 + \left\|V^{n+1} - V^n\right\|^2 + 2\tau(L_{1h}V^n, V^{n+1}) +$$
$$+2\tau\left(\sum_{\Omega_x}p_{x_1}^{n+1}u_{i+1/2,j,k}^{n+1} + \sum_{\Omega_y}p_{x_2}^{n+1}\upsilon_{i,j+1/2,k}^{n+1} + \sum_{\Omega_z}p_{x_3}^{n+1}\omega_{i,j,k+1/2}^{n+1}\right)h_1h_2h_3 + 2\tau d_h \le \frac{2\tau}{De}|S_h| + 2\tau\left|(\vec{f}^{\,h}, V^{n+1})\right| \qquad (37)$$

где

$$d_h = -\left(\sum_{\Omega_x}L_{2h}^{(1)}u_{i+1/2,j,k}^n u_{i+1/2,j,k}^{n+1} + \sum_{\Omega_y}L_{2h}^{(2)}\upsilon_{i,j+1/2,k}^n\upsilon_{i,j+1/2,k}^{n+1} + \sum_{\Omega_z}L_{2h}^{(3)}\omega_{i,j,k+1/2}^n\omega_{i,j,k+1/2}^{n+1}\right)h_1h_2h_3$$

Причем

$$L_{2h}^{(1)}u_{i+1/2,j,k}^n = \frac{1}{\mathrm{Re}_T}\Big[(a_{i,j,k}u_{x_1,i+1/2,j,k}^n)_{\bar{x}_1} + (a_{i+1/2,j+1/2,k}u_{x_2,i+1/2,j,k}^n)_{\bar{x}_2} + (a_{i+1/2,j,k+1/2}u_{x_3,i+1/2,k}^n)_{\bar{x}_3}\Big]$$
$$L_{2h}^{(2)}\upsilon_{i,j+1/2,k}^n = \frac{1}{\mathrm{Re}_T}\Big[(a_{i+1/2,j+1/2,k}\upsilon_{x_1,i+1/2,j+1/2,k}^n)_{\bar{x}_1} + (a_{i,j+1,k}\upsilon_{x_2,i,j,k}^n)_{\bar{x}_2} + (a_{i,j+1/2,k+1/2}\upsilon_{x_3,i,j+1/2,k+1/2}^n)_{\bar{x}_3}\Big] \qquad (38)$$
$$L_{2h}^{(3)}\omega_{i,j,k+1/2}^n = \frac{1}{\mathrm{Re}_T}\Big[(a_{i+1/2,j,k+1/2}\omega_{x_1,i+1/2,j,k+1/2}^n)_{\bar{x}_1} + (a_{i,j+1/2,k}\omega_{x_2,i,j+1/2,k}^n)_{\bar{x}_2} + (a_{i,j,k+1}\omega_{x_3,i,j,k}^n)_{\bar{x}_3}\Big]$$

В суммах $\sum_{\Omega_x}$, $\sum_{\Omega_y}$ и $\sum_{\Omega_z}$ суммирование производится соответственно по индексам

$$i = \overline{1, N_1-2},\ j = \overline{1, N_2-1},\ k = \overline{1, N_3-1},$$
$$i = \overline{1, N_1-2},\ j = \overline{1, N_2-2},\ k = \overline{1, N_3-1}, \qquad (39)$$
$$i = \overline{1, N_1-1},\ j = \overline{1, N_2-1},\ k = \overline{1, N_3-2}.$$

Оценим величины, входящие в соотношение (37). Учитывая уравнения (18), можно убедится в том, что

$$d_h = \frac{\tau}{\mathrm{Re}_T}\Bigg[\sum_{\Omega_x}\Big(a_{i,j,k}u_{x_1,i+1/2,j,k}^n u_{x_1,i+1/2,j,k}^{n+1} + a_{i+1/2,j+1/2,k}u^n{}_{x_2,i+1/2,j,k}u_{x_2,i+1/2,j,k}^{n+1} +$$

$$+a_{i+1/2,j,k+1/2}u^n_{x_3,i+1/2,j,k}u^{n+1}_{x_3,i+1/2,j,k}\Big)h_1h_2h_3+\sum_{\Omega_y}\Big(a_{i+1/2,j+1/2,k}\upsilon^n_{x_1,i+1/2,j,k}\upsilon^{n+1}_{x_1,i+1/2,j,k}+a_{i,j+1,k}\upsilon^n{}_{x_2,i,j,k}\upsilon^{n+1}{}_{x_2,i,j,k}+ \tag{40}$$

$$+a_{i,j+1/2,k+1/2}\upsilon^n_{x_3,i,j+1/2,k+1/2}\upsilon^{n+1}_{x_3,i,j+1/2,k+1/2}\Big)h_1h_2h_3+\sum_{\Omega_z}\Big(a_{i+1/2,j,k+1/2}\omega^n_{x_1,i+1/2,j,k+1/2}\omega^{n+1}_{x_1,i+1/2,j,k+1/2}+a_{i,j+1/2,k}\omega^n_{x_2,i,j+1/2,k}\omega^{n+1}_{x_2,i,j+1/2,k}+$$

$$+a_{i,j,k+1}\omega^n_{x_3,i,j,k}\omega^{n+1}_{x_3,i,j,k}\Big)h_1h_2h_3\Big]$$

Используя неравенство Юнга и ограниченность коэффициента $a(x_{1i},x_{2j},x_{3k})$ снизу, имеем

$$|d_h|\ge C_1\left(\left\|\nabla_h\vec V^n\right\|^2+\left\|\nabla_h\vec V^{n+1}\right\|^2-\left\|\nabla_h(\vec V^{n+1}-\vec V^n)\right\|^2\right), \tag{41}$$

где

$$\left\|\nabla\vec V\right\|^2=\left\|\vec V_{x_1}\right\|^2+\left\|\vec V_{x_2}\right\|^2+\left\|\vec V_{x_3}\right\|^2, \tag{42}$$

$C_1=0{,}5a\tau/\mathrm{Re}_T$.

Слагаемое S_h преобразуем следующим образом:

$$\begin{aligned}S_h&=\sum_{\Omega_x}\upsilon^n_{i+1/2,j,k}u^{n+1}_{i+1/2,j,k}h_1h_2h_3-\sum_{\Omega_y}u^n_{i,j+1/2,k}\upsilon^{n+1}_{i,j+1/2,k}h_1h_2h_3=\\&=\sum_{\Omega_x}\upsilon^n_{i+1/2,j,k}(u^{n+1}_{i+1/2,j,k}-u^n_{i+1/2,j,k})h_1h_2h_3-\sum_{\Omega_y}u^n_{i,j+1/2,k}(\upsilon^{n+1}_{i,j+1/2,k}-\upsilon^n_{i,j+1/2,k})h_1h_2h_3\end{aligned} \tag{43}$$

далее, используя неравенство Юнга, имеем

$$\begin{aligned}|S_h|\le&\left(\sum_{\Omega_y}(\upsilon^n_{i,j+1/2,k})^2h_1h_2h_3+\sum_{\Omega_x}(u^n_{i+1/2,j,k})^2h_1h_2h_3\right)+\\&+\left(\sum_{\Omega_x}(u^{n+1}_{i+1/2,j,k}-u^n_{i+1/2,j,k})^2h_1h_2h_3+\sum_{\Omega_y}(\upsilon^{n+1}_{i,j+1/2,k}-\upsilon^n_{i,j+1/2,k})^2h_1h_2h_3\right).\end{aligned} \tag{44}$$

Добавим в правую часть неравенства неотрицательные слагаемые

$$\sum_{\Omega_z}(\omega^n_{i,j,k+1/2})^2h_1h_2h_3+\sum_{\Omega_z}(\omega^{n+1}_{i,j,k+1/2}-\omega^n_{i,j,k+1/2})^2h_1h_2h_3 \tag{45}$$

и получим

$$|S_h|\le\left\|\vec V^n\right\|^2+\left\|\vec V^{n+1}-\vec V^n\right\|^2. \tag{46}$$

В силу доказанной выше леммы имеем

$$2\tau(L_{1h}\vec V^n,\vec V^{n+1})=2\tau^2(L_{1h}\vec V^n,\vec V_t^n) \tag{47}$$

Используем неравенство Коши-Буняковского:

$$\begin{aligned}\left|2\tau^2(L_{1h}V^n,V_t^n)\right|&\le C_2\tau^2\left\{\sum_{\Omega_h}[(u^n_{i+1/2,j,k})^2+(\upsilon^n_{i,j+1/2,k})^2+(\omega^n_{i,j,k+1/2})]^2h_1h_2h_3\right\}^{1/2}\cdot\left\|\vec V_t^n\right\|=\\&=C_2\tau^2\left\|\left|\vec V^n\right|^2\right\|\cdot\left\|\vec V_t^n\right\|\end{aligned} \tag{48}$$

Величина $\left\|\left|\vec V^n\right|^2\right\|$ оценивается так [11]:

$$\left\|\left|\vec V^n\right|^2\right\|\le\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{3}{4}}\left\|\vec V^n\right\|^{1/2}\left\|\nabla_h\vec V^n\right\|^{3/2}. \tag{49}$$

Тогда

$$\left|2\tau^2(L_{1h}\vec{V}^n,\vec{V}_t^n)\right| \le C_2(4/3)^{3/4}\tau^2\left\|\vec{V}^n\right\|^{1/2}\left\|\nabla_h\vec{V}^n\right\|^{3/2}\left\|\vec{V}_t^n\right\| \le \left\|\vec{V}_t^n\right\|^2 + C_3\left\|\vec{V}^n\right\|\left\|\nabla_h\vec{V}^n\right\|^3, \tag{50}$$

где $C_3 = \dfrac{2^{\frac{5}{2}}C_2\tau^2}{3^{3/4}}$.

$$\left\|\vec{V}^{n+1}\right\|^2 - \left\|\vec{V}^n\right\|^2 + \frac{1}{2}\left\|\vec{V}^{n+1}-\vec{V}^n\right\|^2 + C_1\left(\left\|\nabla_h\vec{V}^n\right\|^2 + \left\|\nabla_h\vec{V}^{n+1}\right\|^2 - \left\|\nabla_h(\vec{V}^{n+1}-\vec{V}^n)\right\|^2\right) - C_3\left\|\vec{V}_t^n\right\|^2 -$$
$$- C_3\left\|\vec{V}^n\right\|\left\|\nabla_h\vec{V}^n\right\|^3 \le \frac{2\tau}{De}\left(\left\|\vec{V}^n\right\|^2 + \left\|\vec{V}^{n+1}-\vec{V}^n\right\|^2\right) + 2\tau\left|(\vec{f}^n,\vec{V}^{n+1})\right| \tag{51}$$

Отсюда имеем

$$\left\|\vec{V}^{n+1}\right\|^2 - \left\|\vec{V}^n\right\|^2 + \left(\tau^2 - \frac{2^{5/2}C_2}{3^{3/4}}\tau^2 - \frac{2\tau^3}{De}\right)\left\|\vec{V}_t^n\right\|^2 +$$
$$+\left(C_1 - C_3\left\|\vec{V}^n\right\|\left\|\nabla_h\vec{V}^n\right\|\right)\left\|\nabla_h\vec{V}^n\right\|^2 + C_1\left\|\nabla_h\vec{V}^{n+1}\right\|^2 - C_1\left\|\nabla_h\left(\vec{V}^{n+1}-\vec{V}^n\right)\right\|^2 \le 2\tau\left|(\vec{f}^n,\vec{V}^{n+1})\right| \tag{52}$$

При $\nabla_h V^n \ge 0$, используя неравенство

$$\left\|\nabla_h(\vec{V}^{n+1}-\vec{V}^n)\right\|^2 \le \frac{12}{h^2}\left\|\vec{V}^{n+1}-\vec{V}^n\right\|^2, \tag{53}$$

из (52) получим:

$$\left\|\vec{V}^{n+1}\right\|^2 - \left\|\vec{V}^n\right\|^2 + \tau^2\left(1 - \frac{2^{5/2}C_2}{3^{3/4}} - \frac{12C_1}{h^2} - \frac{2\tau}{De}\right)\left\|\vec{V}_t^n\right\|^2 +$$
$$+\left(C_1 - C_3\left\|\vec{V}^n\right\|\left\|\nabla_h\vec{V}^n\right\|\right)\left\|\nabla_h\vec{V}^n\right\|^2 + C_1\left\|\nabla_h\vec{V}^{n+1}\right\|^2 \le 2\tau\left|(\vec{f}^n,\vec{V}^{n+1})\right| \tag{54}$$

Пусть выполнены условия

$$1 - \frac{2^{5/2}C_2}{3^{3/4}} - \frac{12C_1}{h^2} - \frac{2\tau}{De} \ge 0, \tag{55}$$

$$C_1 - C_3\left\|\vec{V}^n\right\|\left\|\nabla_h\vec{V}^n\right\| \ge 0. \tag{56}$$

Тогда получим

$$\left\|\vec{V}^{n+1}\right\|^2 - \left\|\vec{V}^n\right\|^2 + C_1\left\|\nabla_h\vec{V}^{n+1}\right\|^2 \le 2\tau\left\|\vec{f}^n\right\|\left\|\vec{V}^{n+1}\right\|, \tag{57}$$

которое позволяет оценить $\left\|\vec{V}^{n+1}\right\|, \left\|\nabla_h\vec{V}^{n+1}\right\|$.

Действительно, до тех пор, пока коэффициент при $\left\|\nabla_h\vec{V}^{n+1}\right\|^2$

неотрицателен, имеем

$$\left\|\vec{V}^{n+1}\right\|^2 - \left\|\vec{V}^n\right\|^2 \le 2\tau\left\|\vec{f}^n\right\|\left\|\vec{V}^{n+1}\right\| \tag{58}$$

$$\left(\left\|V^{n+1}\right\| - \left\|V^n\right\|\right)\left(\left\|V^{n+1}\right\| + \left\|V^n\right\|\right) \le 2\tau\left\|\vec{f}^n\right\|\left\|V^{n+1}\right\|$$

$$\left\|V^{n+1}\right\| \le \left\|V^n\right\| + 2\tau\left\|\vec{f}^n\right\|. \tag{59}$$

Тогда из (57) выведем оценку:

$$\left\|\vec{V}^{n+1}\right\|^2 + C_1\sum_{k=0}^{n}\left\|\nabla_h\vec{V}^{n+1}\right\|^2 \le \left\|V^0\right\|^2 + 2\tau\left(\sum_{k=0}^{n}\left\|\vec{f}^k\right\|\right)\left(\left\|\vec{V}^0\right\| + 2\tau\sum_{k=0}^{n}\left\|\vec{f}^k\right\|\right) \le 2\left\|\vec{V}^0\right\|^2 + 5\left(\tau\sum_{k=0}^{n}\left\|\vec{f}^k\right\|\right)^2 \tag{60}$$

Заключение. Для численного моделирования распространения вредных веществ в атмосфере необходимо разработать устойчивые и сходящиеся разностные схемы для уравнений пограничного слоя атмосферы. В работе построены и обоснованы конечно-разностные схемы для трехмерной модели пограничного слоя атмосферы. Исследованы аппроксимация, устойчивость разностных схем. Для решения разностных уравнений получены априорные оценки. Нелинейные слагаемые аппроксимированы специальным образом, что при скалярном умножений этот член интегрального тождества обращается в ноль. Это свойство разностной схемы сформулировано в виде леммы и представлены доказательства данной леммы.

1. Самарский А. А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений .- М.: Наука, 1978.-592 с.
2. Марчук Г. И. Методы расщепления. М.: Наука, 1988.-263 с.
3. Роуч П. Вычислительная гидродинамика М.: Мир, 1980. - 618 с.
4. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. М.: Мир, 1991. - 504 с.
5. Ковеня В. М., Яненко Н. Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, 1981.-304 с.
6. Ковеня В. М. Разностные методы решения многомерных задач: Курс лекций. Новосибирск, 2004.-146 с.
7. Ковеня В.М., Слюняев А.Ю. Модификации алгоритмов расщепления для решения уравнений газовой динамики и Навье-Стокса// Вычислительные технологии.-2007.-№3.-С.71-86.
8. Ковеня В.М. Об устойчивости схем расщепления и приближенной факторизации для решения систем многомерных уравнений// Вычислительные технологии.-2011.-№6.-С.38-47.
9. Temirbekov A.N., Waldemar Wójcik. Numerical Implementation of the Fictitious Domain Method for Elliptic Equations// International Journal of Electronics and Telecommunications.-2014.- Vol.60, № 3.-P. 219-223.
10. Темирбеков А.Н. Математические вопросы разностной схемы для уравнения пограничного слоя атмосферы//Вестник КазНУ, серия математика, механика информатика. -2012.-№ 4(75).-С. 66-74.
11. Ладыженская О.А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости. - М.: Наука, 1970.-288 с.

Аңдатпа. *Антропогенді жылу көздерін және жер бедерінің тегіс еместігін ескеріп, зиянды заттардың фотохимиялық ауысулармен таралуын сипаттайтын гидростатикалық емес атмосфера қабатының моделі қарастырылған. Үш өлшемді атмосфера қабатының теңдеулері үшін орнықты және жинақталатын айырымдық схемалар құрылған. Математикалық моделдің шешілетіндігі және шешімнің сапалығы зерттеліп дәлелденген. Айырымдық теңдеулердің шешімі үшін априорлы бағалар алынған. Атмосфера қабатының теңдеулері үшін айырымдық схемалардың математикалық мәселелері зерттелген. Сызықтық емес қосылғыштар скалярлық көбейту нәтижесінде интегралдық тепе-теңдік мүшесі нөлге тең болатындай арнайы аппроксимацияланған. Айырымдық схемалардың бұл қасиеті лемма түрінде сипатталған. Айырымдық есептің шешімі үшін негізгі априорлы бағалар алынған.*

Түйін сөздер: *атмосфера қабатының теңдеуі, айырымдық схемалар, аппроксимация қателігі, орнықтылық, жинақтылық, алгоритм, сандық шешім.*

Abstract.*To account for the influence of anthropogenic sources of heat and heterogeneity of the underlying surface on the distribution of hazardous substances based on photochemical reactions considered non-hydrostatic model of the atmospheric boundary layer. Built robust and convergent difference schemes for the three-dimensional equations of the atmospheric boundary layer. We prove the solvability of the mathematical model and the qualitative properties of the solutions examined. In order to solve differential equations, a priori estimates. We investigated mathematical questions of difference schemes for the atmospheric boundary layer equations. Nonlinear terms approximated in such a way that the scalar multiplication of the member integral identity vanishes. This property is the*

difference scheme formulated in the form of a lemma. Obtain basic a priori estimates for the solution of the difference problem.

Keywords: *atmospheric boundary layer equations, difference scheme, approximation error, stability, convergence algorithm, numerical solution.*

ӘОЖ 37.013

А.К. Шаймерденова, В.А. Мамаева

ЫҚТИМАЛДЫҚТАР ТЕОРИЯСЫ КУРСЫНДАҒЫ КЕЙБІР ТАҚЫРЫПТАРДЫ MATLAB БАҒДАРЛАМАЛЫҚ ПАКЕТІ КӨМЕГІМЕН ТҮСІНДІРУ

(Алматы қ., әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті)

Аңдатпа. *Бұл мақалада ықтимaлдықтар теориясы курсындағы кейбір тақырыптардың Matlab бағдарламалық пакеті көмегімен түсіндірілу барысы көрсетілді. Әсіресе, туындатқыш функцияларға назар аударылып, қолдану аясы туралы сөз қозғалды. Туындатқыш функцияның негізгі қасиеттері берілді. Қасиеттерді қолдана отырып, кейінгі ұрпақтардағы ұлдар санының белгілі бір санға тең болу ықтималдығы табылды. Бағдарламалық пакет көмегімен есептеу мысалдары келтірілген.*

Түйін сөздер: *ковариация, корреляциялық коэффициент, туындатқыш функция.*

Әдетте негізгі курстарды оқыту барысында бағдарлама бойынша теориялық материалды ғана берумен шектеліп жатамыз. Бірақ, ол материалды бағдарламалық пакеттерді қолдана отырып қызықтырып беруге болатынын немесе ол материалды қай жерде қалай қолданылатынын көрсете отырып берсе студентке түсінікті әрі қызықты болар еді деген ойдамыз. Дегенмен, таза математикада осылай басқаша жеткізуге болатын тақырыптар легі аз екен. Оның себебі математикалық талдау курсын алар болсақ, негізінен онда берілетін тақырыптар көбіне басқа теориялық курстардың тақырыпшаларын түсінуге септігін тигізеді. Десек те сол аз тақырыпшалардың өзін шамамыздың жеткенінше айтып берсек.

Ықтималдықтар теориясы курсында берілетін қолданыс аясы кең кездейсоқ шама ұғымын қарастыралық. Бір есеппен, екі кездейсоқ шамалар арасындағы байланыстың өлшемі деп қарастыруға болатын ковариацияны түсіндіріп көрелік. Анықтамасы келесідей:

$$cov(X,Y) = E[(X - EX)(Y - EY)],$$

мұндағы $X - EX$ өрнегі X кездейсоқ шамасының өз орта мәнінен ауытқуын білдіреді. Басқаша айтқанда, X кездейсоқ шамасының мәні өскенде орта есеппен Y кездейсоқ шамасының мәні де өсетін болса, онда олардың арасындағы ковариацияның мәні оң болады. Оған мысал, X кездейсоқ шамасы – жауын-шашын мөлшерін білдірсе, Y кездейсоқ шамасы – егіннен алған өнім мөлшері болсын. Жауын-шашын мөлшері көп болған сайын орта есеппен егін өнімі де көп болатынын ескерсек, қарастырған мысалдағы кездейсоқ шамалар арасындағы ковариация оң болады. Егер X кездейсоқ шамасының мәні өскенде орта есеппен Y кездейсоқ шамасының мәні де кемитін болса, онда олардың арасындағы ковариацияның мәні теріс болады. Мысал үшін келесі кездейсоқ шамаларды қарастырайық: X кездейсоқ шамасы – адамның жасы, Y кездейсоқ шамасы – сол адамның қара шаштарының саны болсын. Ендеше, адамның жасы ұлғайған сайын орта есеппен қара шаштар саны азая түсетінін білеміз. Демек, бұл мысалдағы кездейсоқ шамалар арасындағы ковариация теріс мәнді болады. Ковариациясы нөлге тең болатын жағдай – ол X кездейсоқ шамасының мәнінің өзгеруі орта есеппен алғанда Y кездейсоқ шамасының мәніне әсер етпейтін жағдай. Мысалы, X кездейсоқ шамасы – бір жылдағы Алматы қаласында болатын жаңбырлы күндер саны, Y кездейсоқ шамасы – қандай да бір ҚазҰУ профессорларының еңбектерінің санын білдіретін шама. Яғни, жаңбырлы күндер саны көп болған сайын орта есеппен ҚазҰУ профессорларының еңбектер саны азайып немесе көбейе түспейтіні түсінікті.

Енді екі кездейсоқ шаманың арасындағы корреляциялық коэффициенттің келесі қасиетін еске түсірейік:

$$\rho(aX, bY) = \rho(X, Y).$$

Анықтамасы бойынша $\rho(X,Y) = \frac{cov(X,Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)}, X, Y$- тұрақты шамалар болмаса. Анықтамасы бойынша жоғарыда жазылған қасиет оңай дәлелденеді. Дегенмен, мағынасы бойынша бұл қасиетті келесідей тұжырымдауға болады: корреляциялық коэффициент өлшем бірлігі жоқ шама. Мысал ретінде [1], адамның салмағын білдіретін W кездейсоқ шамасы және адамның бойының ұзындығын білдіретін H кездейсоқ шамасының арасындағы корреляцияны өлшейік. Адам салмағы мен бойының ұзындығын өлшейтін екі түрлі өлшем бірліктер қарастырайық: килограмм және сантиметр (W_k, H_c) немесе грамм және метр (W_g, H_m). Корреляцияның қай өлшем бірлікпен өлшесек бірдей болатынын көрсету жоғарыдағы қасиетті дәлелдеумен пара-пар, себебі $W_k = aW_g; H_c = bH_m$. Мұндағы a, b сандары қандай да бір оң тұрақтылар.

Енді келесі түрде берілген дискретті кездейсоқ шаманың сандық сипаттамаларын Matlab бағдарламалық пакетін қолданып есептеп көрейік [2].

X кездейсоқ шамасының қабылдайтын мәндері -1; 0; 1; 2; 5. Сәйкес ықтималдықтары 0,1; 0,3; 0,5; 0,05; 0,05. Осындай үлестірім заңымен берілген кездейсоқ шаманың сандық сипаттамаларын бағдарламалық пакет көмегімен көрсетейік.

```
>> x=[-1 0 1 2 5];
>> p=[0.1 0.3 0.5 0.05 0.05];
>> Mx=sum(x.*p);
>> fprintf('expectation Mx=%8.5f.\n',Mx);
expectation Mx= 0.75000. (Математикалық күтім)
>> [pmax,ipmax]=max(p);
>> modx=x(ipmax);
>> fprintf('Moda =%5.2f.\n',modx);
Moda = 1.00. (Мода)
>> F=cumsum(p);
>> imed=find(F==0.5);
>> if isempty(imed),
imed=min(find(F>0.5));
medx=x(imed);
else
medx=mean(x(imed:imed+1));
end
>> fprintf('median medx=%5.2f.\n',medx);
median medx= 1.00. (Медиана)
>> disp=sum((x-Mx).^2.*p);
>> fprintf('Dispersion dispx=%5.2f.\n',disp);
Dispersion dispx= 1.49. (Дисперсия)
>> Sx=disp^0.5;
```

```
>> fprintf('st.deviation Sx=%5.2f.\n',Sx);
st.deviation Sx= 1.22. (Орташа квадраттық ауытқу)
>> Ax=sum((x-Mx).^3.*p)/Sx^3;
>> Ex=sum((x-Mx).^4.*p)/disp^2-3;
>> fprintf('Asymmetry Ax=%5.2f.\n',Ax);
Asymmetry Ax= 1.81. (Асимметрия)
>> fprintf('Excess Ex=%5.2f.\n',Ex);
Excess Ex= 4.90. (Эксцесс).
```

Үзіліссіз кездейсоқ шама жағдайында қосындының орнына интеграл командасын алмастыру жеткілікті. Көрсетілген мысалда өте қарапайым кездейсоқ шама үшін сандық сипаттамалар табылды. Алайда осы бағдарлама көмегімен күрделі кездейсоқ шама түрлері үшін есептеуге болады, әрі ол студентке көп көмегін тигізері сөзсіз.

Сондай-ақ, ықтималдықтар теориясы курсында берілетін тақырыптардың тағы бірі – туындатқыш функциялар және олардың қасиеттері. Осы тақырыпты түсіндіру барысында студенттерге оның қайда және қандай жағдайда қолданылатыны айтылса, студентке қызық болар еді. Жалпы барлық негізгі пәндерді оқу барысында тек теорияны беріп, студенттің мұны қайда қолданамыз деген сұрағына кейде жауап қатып, кейде жауапсыз қалдырып жатамыз. Осыған орай, туындатқыш функциялар туралы толығырақ айтуды жөн санап отырмыз. Екінші жағынан, бұтақталатын процестер теориясында кеңінен қолданылатын бірден-бір әдіс ол – туындатқыш функциялар әдісі.

Туындатқыш функцияның анықтамасы келесідей беріледі [3]. Айталық, $a_0, a_1, a_2, \dots$ нақты сандар тізбегі болсын. Егер

$$f(s) = a_0 + a_1 s + a_2 s + \cdots$$

қатары қандайда бір $-s_o < s < s_0$ интервалында жинақты болса, онда ол $\{a_j\}$ тізбегінің туындатқыш функциясы деп аталады. Өздігінен s айнымалысының еш мағынасы жоқ. Егер $\{a_j\}$ тізбегі шенелген болса, геометриялық прогрессияны ескере отырып, қатардың ең кем дегенде $|s| < 1$ болғанда жинақталатынын білеміз. Мысалы, барлық j үшін $a_j = 1$ болса, онда $f(s) = \frac{1}{1-s}$. Ал $a_j = \frac{1}{j!}$ үшін $f(s) = e^s$. Егер $a_j = C_n^j$, онда $f(s) = (1+s)^n$.

Енді кездейсоқ шаманың туындатқыш функциясын қарастырайық. Z кездейсоқ шамасының үлестірімі берілсін $P(Z = j) = p_j, j = 0, 1, \dots$. Онда Z кездейсоқ шамасының туындатқыш функциясы

$$f(s) = p_0 + p_1 s + p_2 s + \cdots$$

арқылы анықталады. $P(Z = j) = p_j, j = 0, 1, \dots$ ықтималдықтар үлестірімі болғандықтан $f(1) = 1$ екенін байқаймыз. Оның салдары ретінде қатар ең кем дегенде $|s| < 1$ үшін абсолютті жинақталады. Сонымен қатар, Z кездейсоқ шамасының математикалық күтімі және дисперсиясы туындатқыш функциялар арқылы есептеледі: $EZ = f'(1)$, $V(Z) = f''(1) + f'(1) - f'^2(1)$. Бұл екі формула математикалық күтім және дисперсия табуға арналған ең қарапайым әрі ыңғайлы формулалар. Енді туындатқыш функцияның бұтақталатын функциялар теориясында қандай қолданысқа ие екенін айта кетелік.

Егер белгілі бір популяцияда бөлшектердің туылу ықтималдықтарының үлестірімі берілсе, онда туындатқыш функция мағынасы бойынша көбею заңын беретін болады. Көбею заңы берілсе n −ші ұрпақтары қандай заңдылықпен көбейетінін де табуға болады. Ол туындатқыш функцияның n −ші ретті итерациясы арқылы табылады. Атақты отбасылардың тегінің жоғалуы туралы есепті қарастырайық: «Айталық Jones текті әрбір ер адам p_i ықтималдықпен i ер ұрпақ қалдыратын болсын. Бұл ықтималдық ұрпақтан ұрпаққа өту барысында өзгермейтін болсын. Онда Jones текті ер адам n −ші ұрпақта k ер ұрпақты болуының ықтималдығы неге тең? $k = 0$ болуының ықтималдығы n −ші ұрпақтағы отбасы тегінің жоғалуының ықтималдығын береді.» Бұл есептің шешімі әрине белгілі, оның симмуляциялық шешімін алған американдық математик Альфред Лотка, оның қарастырған p_i ықтималдықтары: $p_0 = 0.4825; p_i = (0.2126)(0.5893)^{i-1}, i \geq 1$. Шешімін көрсетпес бұрын туындатқыш функциялардың қасиеттеріне тоқталсақ:

1) $p_0 = f(0), p_1 = f'(0), p_2 = \frac{f''(0)}{2}, p_3 = \frac{f'''(0)}{3!}, \dots$;
2) $f(1) = 1$;
3) Егер X және Y кездейсоқ шамалары тәуелсіз болса, онда $E(s^{X+Y}) = E(s^X)E(s^Y)$;
4) Барлық $k \geq 0$ үшін $P(X_n = k) \to P(X = k)$ сонда және тек қана сонда $E(s^{X_n}) \to E(s^X)$;
5) Егер $Z, X_1, X_2, \dots$ тәуелсіз кездейсоқ шамалар болсын және $E(s^{X_i}) = \phi(s)$, онда $E(s^{X_1+\cdots+X_Z}) = E\big(\phi^Z(s)\big) = f(\phi(s))$;
6) n –ші ұрпақтарының саны $Z^{(n)}$-нің туындатқыш функциясы $E\left(s^{Z^{(n)}}\right) = f^{(n)}(s) = \underbrace{f(\dots(f}_{n \text{ рет}}(s))\dots)$;
7) Егер бастапқыда популяцияда i бөлшек болған болса, онда $E\left(s^{Z^{(n)}} | Z_0 = i\right) = \left(f^{(n)}(s)\right)^i \; , i = 0, 1, 2, \dots$;

Демек, 6-шы қасиетті қолдана отырып n –ші ұрпақтарының санын итерация арқылы есептеуге болатынын көреміз [4]. Ол үшін туындатқыш функцияны жазып алып

$$f(s) = 0.4825 + 0.2126s + 0.2126(0.5893)s^2 + 0.2126(0.5893)^2 s^3 + \cdots$$

қосындысын табу арқылы алатынымыз

$$f(s) = \frac{0.4825 - 0.0717s}{1 - 0.5893s}.$$

6-шы қасиетті қолдану үшін функциядағы аргументтің орнына функцияның өзін қойып

$$f_2(s) = \frac{0.4479 - 02792s}{0.7157 - 0.5470s} = \frac{0.4479}{0.7157} + \frac{0.0452}{(0.7157)^2}s + \frac{0.0452(0.5470)}{(0.7157)^3}s^2 + \frac{0.0452(0.5470)^2}{(0.7157)^4}s^3 + \cdots.$$

Т.с.с.

$$f_3(s) = \frac{0.3132 - 0.2439s}{0.4518 - 0.3825s} = \frac{0.3132}{0.4518} + \frac{0.0096}{(0.4518)^2}s + \frac{0.0096(0.3825)}{(0.4518)^3}s^2 + \frac{0.0096(0.3825)^2}{(0.4518)^4}s^3 + \cdots$$

табамыз.

Сонымен егер, 2-ші ұрпақта екі ұл бала болуының ықтималдығы керек болса, онда ол $f_2(s)$ функциясындағы s^2-тың алдындағы көбейткішке тең болады. Яғни, $\frac{0.0452(0.5470)}{(0.7157)^3} = 0.0674.$ Дәл осылай 2-ші ұрпақта төрт ұл бала болуының ықтималдығы $\frac{0.0452(0.5470)^3}{(0.7157)^5} = 0{,}0394$, 3-ші ұрпақта алты ұл бала болуының ықтималдығы $\frac{0.0096(0.3825)^5}{(0.4518)^7} = 0.0205$ болады.

Айталық, біз туындатқыш функциялар туралы билмейміз делік. Онда бұл есептің шешімін аталған процесті Matlab пакетінде симмуляциялау арқылы қалай есептелетінін көрсетелік [4].

```
>> p0=0.4825;
>> p1=0.2126;
>> p2=p1*0.5893;
>> p3=p2*0.5893;
>> p4=p3*0.5893;
>> p5=p4*0.5893;
>> p6=p5*0.5893;
```

```
>> zero=p0;
>> one=zero+p1;
>> two=one+p2;
>> three=two+p3;
>> four=three+p4;
>> five=four+p5;
>> six=five+p6;
>> answer=zeros(1,3);
>> total=10000;
>> for loop=1:total
gen2=zeros(1,7);
gen3=zeros(1,49);
gen1=offspring(zero,one,two,three,four,five,six);
for loop1=1:gen1
gen2(loop1)=offspring(zero,one,two,three,four,five,six);
end
index=1;
for loop2=1:gen1
for loop3=1:gen2(loop2)
gen3(index)=offspring(zero,one,two,three,four,five,six);
index=index+1;
end
end
n=sum(gen2);
if n==2
answer(1)=answer(1)+1;
elseif n==4
answer(2)=answer(2)+1;
end
if sum(gen3)==6
answer(3)=answer(3)+1;
end
end
>> answer/total

ans =

   0.0654    0.0387    0.0225

ans =

   0.0709    0.0380    0.0207

ans =

   0.0716    0.0372    0.0205
```

Үш рет жүргізілген симмуляция жауаптарынан көріп отырғанымыздай, ықтималдықтардың симмуляцияланған мәндері жоғарыда табылған теориялық мәндеріне өте жақын. Ескерте кететін жайт – жоғарыдағы кодта offspring функциясы қолданылды. Оны [4] әдебиеттен табуға болады. Біз тек оны қолдана отырып, өз симмуляциялық жауаптарымызды алдық.

Ақпараттық технологиялар мен компьютерлік техникалардың дамыған заманында оқып жатқан студенттердің техникаға бейімділіктерін дұрыс жағынан пайдалана біліп, пәнді оқу мен осы заманғы компьютерлік бағдарламаларды үйреніп, қолдануды ұштастыра білу – қазіргі заманның оқытушыларына талап деуге болады.

1. Kairat T.Mynbaev Companion for “Statistics for Business and Economics” by Paul Newbold, Wiiliam L.Karlson and Betty Thorne. MPRA online – 2010, 120 c.
2. Иглин С.П. Теория вероятностей и математическая статистика на базе Matlab. Харьков НТУ «ХПИ».- 2006, 610 с.
3. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. –М.: Мир, 1964. –т.1. –с.499.
4. Paul J.Nahin Digital dice. Computational solutions to practical probability problems. Princeton University Press. – 2008.

Аннотация. *В статье некоторые темы из курса теории вероятностей объясняются с помощью программного пакета Matlab. Особенное внимание обращается на производящие функции и их области применения. Приведены основные свойства производящих функций. Используя эти свойства вычислена вероятность того, что число мальчиков равно некоторой константе в последующие поколения. Даны примеры вычисления с помощью программного пакета.*

Ключевые слова: *ковариация, корреляционный коэффициент, производящая функция.*

Abstract. *In the paper some topics in the course of probability theory are explained using Matlab program. Especially, we have written about generating functions and their applications. Basic properties of the generating functions are given. Using these properties, the probability that number of boys is some number at next generations is obtained. Examples of calculating using program are given.*

Keywords: *covariance, correlation coefficient, generating function.*

ФИЗИКА. ФИЗИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ
ФИЗИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ

УДК 621.38

М.Е. Алиева*

О ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССАХ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ФОТОНОВ С ЭЛЕКТРОНАМИ ВЕЩЕСТВА

(г.Алматы, Казахский национальный педагогический университет им.Абая, * - докторант)

Аннотация. *В статье для объяснения явления фотоэффекта предлагаются новые пути его теоретического анализа в курсе физики. Значительное внимание уделяется анализу волновых процессов, возникающих при взаимодействии фотонов с электронами вещества. Охарактеризован процесс поглощения электроном фотона. Рассмотрены возможности поглощения фотона покоящимся свободным электроном фотона и поглощения фотона движущимися электроном. Показано, что покоящийся электрон не может поглощать фотон. Проанализированы многие аспекты изложения явления фотоэффекта.*

Ключевые слова: *фотоэффект, уравнение Эйнштейна, фотон, закон сохранения.*

Фотоэлектрическое явление (фотоэффект) относится к особым процессам природы, широко применяющимся в технике. Вместе с тем оно является одной из важнейших проблем физики при изучении природы света, доказывающей его волновые и квантовые свойства. Несмотря на это, данное явление, в курсе физики излагается как простое выбивание электронов с поверхности при попадании луча света на металл и, в лучшем случае, дополняется известными законами Столетова [1].

В учебниках, для более углубленного изучения курса физики [2,3], условие выхода электрона из металла определяется уравнением Эйнштейна:

$$\varepsilon_\nu = h\nu = A_0 + \frac{m\vartheta^2}{2}; \qquad \left(\varepsilon_\nu = h\nu > A_0\right),$$

где A_0 – работа выхода электрона, т.е. явление фотоэффекта может происходить только в том случае, если энергия фотона будет больше работы выхода электрона. Но и здесь речь не идет о том, из какого состояния электроны могут поглощать фотоны, чтобы преодолеть потенциальный барьер поверхности.

Таким образом, на практике при изучении явления фотоэффекта для ученика остается неизвестным – квант света (фотон) поглощается свободным электроном или связанным электроном. Нам кажется, что об этом даже учителя имеют туманное представление. Поэтому, очевидно, что для выяснения данного вопроса необходим некий метод, проливающий свет на физические стороны этой проблемы. В связи с этим, для того чтобы однозначно охарактеризовать процесс поглощения электроном фотона, считаем, что их взаимодействие происходит как столкновение. С точки зрения корпускулярно-волнового дуализма такой подход не считается ошибочным. Тогда такой процесс проходит согласно законам сохранения энергии и количества движения. Применяя эти законы, анализируем вопрос о поглощении фотона электроном в трех аспектах.

1. Возможность поглощения фотона покоящимся свободным электроном фотона.

В результате столкновения с фотоном покоящийся свободный электрон приходит в движение. Пусть его скорость будет ϑ_1 (рис.1).

Рисунок 1 - Воздействие фотона на покоящийся электрон

В соответствии с законом сохранения энергии такое движение можно описать следующим образом:

$$h\nu + m_0c^2 = mc^2 . \tag{1}$$

$h\nu$ - энергия фотона; m_0 – масса покоя электрона; m – масса электрона в движении.

Выразив массу тела в движении через изменение массы покоя, уравнение (1) приводится к виду:

$$h\nu + m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-(\vartheta_1/c)^2}} . \tag{2}$$

Решая последнее уравнение, находят скорость электрона после поглощения фотона:

$$\vartheta_1 = \frac{c\sqrt{\nu h(h\nu + 2m_0c^2)}}{h\nu + m_0c^2} . \tag{3}$$

Это же значение скорости электрона можно определить, опираясь на закон сохранения импульса. Пусть скорость электрона в этом случае будет ϑ':

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{m_0\vartheta'}{\sqrt{1-(\vartheta'/c)^2}} .$$

В левой части этого уравнения $h\nu/c$ – начальное количество движения (импульс) фотона, на правой – импульс электрона после поглощения фотона. Из этого уравнения определяется скорость движущегося электрона:

$$\vartheta' = \frac{h\nu c}{\sqrt{(h\nu)^2 + (m_0c^2)^2}} . \tag{4}$$

Если покоящийся электрон в результате столкновения поглощает фотон, тогда значения скоростей, определенных с помощью законов сохранения энергии и количества движения, должны быть равны между собой. Однако, сравнивания правые стороны выражений (3) и (4) не трудно убедиться, что $\vartheta_1 \neq \vartheta'$. Следовательно, напрашивается вывод о том, что покоящийся электрон не может поглощать фотон.

2. Возможность поглощения фотона движущимися электроном.

Разумеется, в общем случае направления движения движущегося электрона и фотона перед столкновением могут быть разными. Но для облегчения решения рассматриваемого вопроса остановимся на случае, когда направления взаимного относительного движения электрона и фотона окажутся перпендикулярными (рисунок 2).

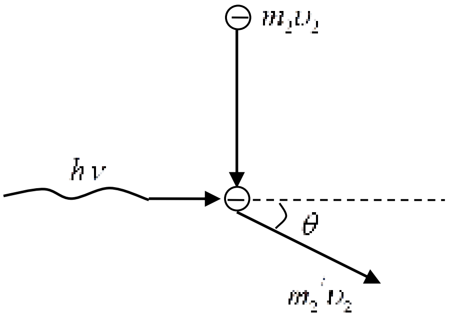


Рисунок 2 - Столкновение фотона с движущимся электроном

Пусть скорость электрона перед столкновением ϑ_2, масса $m_2 = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-(\vartheta_2/c)^2}}$.

В результате столкновения электрон поглощает фотон, и изменится направление его движения. Электрон движется вперед под углом $\angle\theta$ к направлению движения фотона. В результате, его скорость примет значение ϑ, а масса $m_2' = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}}$. Скорость электрона после столкновения определяется на основе закона сохранения энергии из соотношения:

$$h\nu + m_2c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}}\ . \tag{5}$$

Отсюда

$$\vartheta = \frac{c\sqrt{\nu h\left(h\nu + 2m_0c^2\right) + \left(m_2^2 - m_0^2\right)c^4}}{h\nu + m_2c^2}\ . \tag{6}$$

Теперь для вычисления этой же величины на основе закона сохранения количества движения составляется следующее уравнение, определяющее горизонтальную составляющую импульса:

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{m_0}{\sqrt{1-(\vartheta'/c)^2}}\vartheta'\cos\theta\ . \tag{7}$$

Здесь ϑ' - определяемая этим уравнением величина скорости. Составляющая импульса в вертикальном направлении:

$$m_2\vartheta_2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-(\vartheta'/c)^2}}\vartheta'\sin\theta\ . \tag{8}$$

Возведя обе стороны уравнений (7) и (8) в квадрат и суммируя их почленно, находим скорость электрона ϑ' после поглощения фотона:

$$\vartheta' = \frac{c\sqrt{(\nu h)^2 + (m_2\vartheta_2c)^2}}{(h\nu)^2 + \left(m_0c^2\right)^2 + (m_2\vartheta_2c)^2}\ . \tag{9}$$

И в этом случае, приравнивая правые стороны уравнений (6) и (9), убедимся, что $\vartheta_1 \neq \vartheta'$. Поскольку и в этом случае процесс столкновения фотона с движущимся свободным электроном не подчиняется законам сохранения энергии и количества движения, то можно прийти к выводу, что и движущиеся свободные электроны не могут поглощать фотоны.

Фотоны, возникающие при ядерных реакциях и распаде ядер, называются гамма-квантами. Несмотря на то, что их энергия (0,1-100 МэВ) намного превосходит энергию фотонов светового луча, они не теряют свои волновые свойства. При взаимодействии с веществом эти кванты участвуют в трех процессах, как фотоэлектрический эффект, когерентное рассеяние и рождение электронно-позитронных пар [4]. В этих условиях к явлению фотоэффекта приводят кванты низкой энергии, а фотон затрачивает всю свою энергию на взаимодействие со связанным электроном. Только в случае, когда полученная электроном энергия окажется больше кго энергии связи с атомом, электрон вылетает из атома и произойдет явление фотоэффекта. Обозначив избыток энергии через W, выразим соответствующий данному случаю закон сохранения энергии следующим уравнением:

$$h\nu + m_2c^2 - W = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}} .$$

Отсюда

$$h\nu = \left[\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-(\vartheta/c)^2}} - m_0c^2\right] + W .$$

Учитывая, что ϑ<<c, данное выражение приводится к виду:

$$h = m_0c^2\left[1+\frac{1}{2}(\vartheta/c)^2\right] - m_0c^2 + W ,$$

или

$$h\nu = \frac{1}{2}m_0\vartheta^2 + W . \tag{10}$$

Нетрудно убедиться, что последнее выражение является уравнением Эйнштейна, описывающее условие выполнения явления фотоэффекта. С этой точки зрения можно проанализировать многие аспекты изложения явления фотоэффекта и тем самым вызвать живой интерес учащихся к физике и физическим явлениям.

Примечание: *Работа подготовлена под непосредственным руководством профессора К.М. Мукашева.*

1. Мякишев Г.Я., Буховцев Б.Б. Физика 11 кл. – А.: Казахстан, 2002. 240 с.
2. Физика, 11 кл. (под. ред. Пинского А.А.). – М.: Просвещение, 2002. 432 с.
3. Элементарный учебник физики. т. III. (под. ред. Ландсберга Г.С.). – М.: АОЗТ «Шрайк». 1995. 422 с.
4. Вальтер А.К., Залюбовский И.И. Ядерная физика. – Харьков. Вища школа. 1978. 424 с.

Аңдатпа. *Мақалада фотоэффект құбылысын түсіндіруге арналған оның физика курсындағы теориялық талдауының жаңа жолдары ұсынылған. Фотондардың заттың электрондарымен әсерлесуі кезінде туындайтын толқындық процестерді талдауға айтарлықтай көңіл бөлінген. Электронның фотонды жұту процесі сипатталған. Тыныштықтағы және қозғалыстағы электрондардың фотонды жұту мүмкіндіктері қарастырылған. Тыныштықтағы электрон фотонды жұта алмайтындығы көрсетілген. Фотоэффект құбылысын түсіндіретін көптеген аспектілер талданған.*

Түйін сөздер: *фотоэффект, Эйнштейн теңдеуі, фотон, сақталу заңы.*

Abstract. *In an article for an explanation of the photoelectric effect phenomenon offers new ways of its theoretical analysis in the course of physics. Considerable attention is paid to the analysis of wave processes arising from the interaction of photons with electrons substances. It described the process of absorption of a photon by an electron. The possibilities of absorption of a photon by a stationary free electron and photon absorption of a photon moving electrons. It is shown that an electron at rest can not absorb a photon. Analyzed many aspects of the presentation of the phenomenon of the photoelectric effect.*

Keywords: *photoelectric effect, Einstein's equation, photon, conservation law.*

УДК 669.054:669.782

А.А. Амренова*, Б.К. Ахметжанов, А.М. Жилкашинова, А.В. Троеглазова

ИССЛЕДОВАНИЕ МИКРОСТРУКТУРЫ И ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КРЕМНИЯ ПОСЛЕ ПЛАЗМЕННО-ДУГОВОЙ ОБРАБОТКИ

(г.Усть-Каменогорск, Восточно-Казахстанский государственный университет им. С. Аманжолова, * - магистрант)

Аннотация. *Проведено комплексное исследование структурных параметров и физико-механических свойств кремния после двухстадийного процесса очистки кремния из предварительно гранулированных компонентов исходного сырья через плазменный синтез карбида кремния и вакуумно-дуговое восстановление смеси карбида и двуокиси кремния. В статье рассматривается взаимосвязь структурной составляющей основной матрицы кремния с физико-механическими характеристиками, а также электропроводящие свойства образцов после плазменно-дуговой обработки. Кроме того, апробирован метод атомно-эмиссионного анализа с индуктивно связанной плазмой для аналитического контроля примесных элементов в образцах после плазменно-дуговой обработки.*

Ключевые слова: *кремний солнечного качества, примеси, плазменно-дуговая технология, микротвердость, концентрация.*

Введение

Темпы роста и планы развития солнечной энергетики, которые намечают промышленно развитые страны, впечатляют масштабностью. Основным сырьевым материалом при производстве фотоэлектрических преобразователей энергии (ФЭП) для солнечных батарей является кремний. По содержанию электрически активных примесей различают кремний металлургической градации (MG, содержит 98% кремния), кремний солнечной градации (SG, содержит свыше 99,99% кремния) и кремний электронной градации (EG, содержит 99,999% кремния) [1].

О важности кремния свидетельствует то, что на его долю в производстве солнечной энергии приходится более 75 %, поэтому технологии его переработки особенно значимы. Следует отметить, что если в 2007 г. доминировали два химических процесса получения полупроводникового электронного и «солнечного» кремния – трихлорсилановый (сименс-процесс) и моносилановый (Юнион Карбайд, США), то начиная с 2012 г. было увеличение доли «солнечного» кремния, производимого металлургическими методами, исключающими использование хлорсиланов и основанными на совершенствовании метода карботермического восстановления кремния из диоксида кремния. Мировое развитие промышленной солнечной энергетики связано, по сути, только с фактором цены на солнечный кремний. Поэтому для освоения технологии массового производства солнечных батарей особое внимание необходимо уделить снижению себестоимости технологического процесса с учётом требуемого качества конечной продукции.

Известно также, что к кремнию для солнечной энергетики предъявляются достаточно жесткие требования по содержанию примесей. Неоднозначное влияние различных примесей на фотоэлектрические свойства кремния создают проблему с разработкой единой спецификации к кремнию для солнечных элементов [2,3]. На сегодня ясно, что суммарное содержание примесей в кремнии для солнечных элементов должно быть на уровне < 10^6 (6N) и особое внимание уделяется содержанию бора и фосфора, которое должно быть не более 0.3 и 1 ppmw соответственно (ppmw – одна миллионная часть по массе) [4,5].

Поскольку для большинства примесей в кремнии характерны очень низкие значения эффективного коэффициента распределения, то при кристаллизации они оттесняются из твердой фазы растущего кристалла в жидкую зону расплава. Таким образом, кристаллизация является одновременно эффективным методом очистки кремния, но это не относится к двум наиболее важным примесям в кремнии – к фосфору (коэффициент распределения 0,35) и, в особенности, к бору (0,8).

Известно также, что производительными также являются плазменные методы получения простых веществ, например, способ производства кремния, применяемого в солнечных элементах, включающий генерирование газовой плазмы при помощи электродов и подачу в плазму двуокиси кремния и твердой восстанавливающей добавки. Данным способом невозможно получить особо чистые вещества, т.к. поверхность электродов, находящихся в прямом контакте с химически активной реакционной средой под действием высоких температур и электрического разряда, подвергается эрозии. Микроскопические частицы материала электродов, попадая в плазменную дугу, загрязняют ее.

Сравнивая варианты получения чистого кремния, следует отметить, что двухстадийный режим получения кремния высокой чистоты дает возможность подобрать для каждой стадии оптимальные условия, что в конечном итоге позволит оптимизировать в целом технологию производства кремния высокой чистоты.

Уменьшение эрозии электродов за счет создания вокруг них защитной оболочки из аргона, служащего в качестве плазмообразующего газа, а также возможности выведения их из зоны реакции предложено в способе получения молибдена из молибденита. Однако и в нем не решена полностью проблема загрязнения готового продукта. Известно получение бора из газообразного фторида BF_3 или хлорида BCl_3 в высокотемпературной плазме, однако чистота бора, получаемого таким методом, принципиально ограничена чистотой исходного галида [6]. Таким образом, и в плазменных способах получения простых веществ чистота конечного продукта определяется чистотой исходных соединений.

В данной статье рассматривается плазменно-дуговая технология очистки кремния, технологическая суть которой основана на процессах более глубокого улучшения карботермического получения чистого кремния за счет двухстадийного проведения процесса с получением в виде самостоятельного продукта карбида кремния и его кислотной отмывкой от примесей, а также физико-механические свойства кремния после такой обработки.

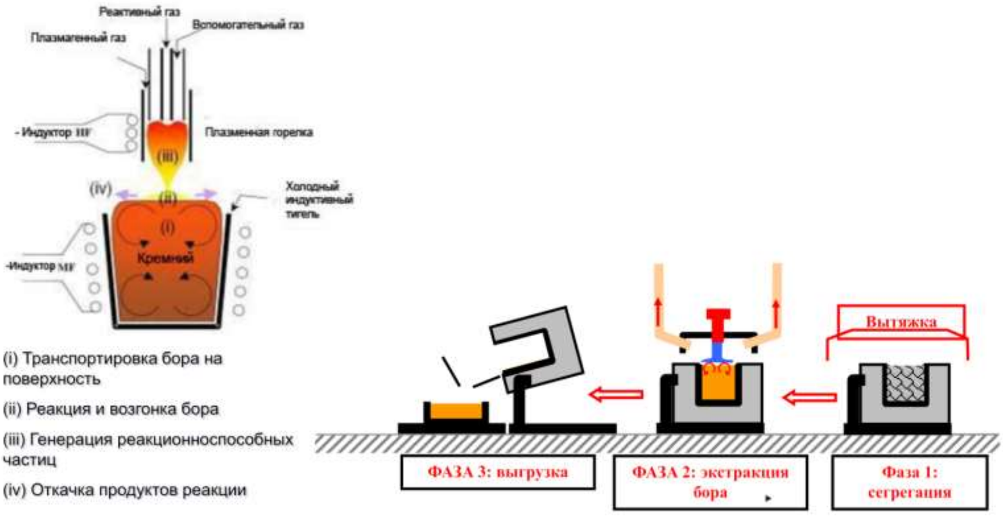


Рисунок 1 – Общая экспериментальная схема плазменно-дуговой очистки кремния

Выбор плазменно-дуговой технологии (рисунок 1) основан на таких преимуществах использования низкотемпературной плазмы, как возможность легко управлять температурой ведения процессов в диапазоне 2000-3000°С, так и обеспечение более однородного температурного поля в зоне реакции сравнительно с традиционно используемыми электродуговыми технологиями.

Хотя вопросы получения кремния солнечного качества различными методами с использованием самых разных видов исходного сырья и методы очистки кремния (металлургические, химические, кристаллизационные, не говоря уже об очистке в газовой фазе) хорошо исследованы в научном плане, практическая реализация различных маршрутов очистки кремния до уровня солнечного качества и определение примесей в кремнии является весьма актуальной задачей.

Методы и материалы исследования

Процесс плазменного синтеза карбида кремния был осуществлен на специализированной плазменной печи, которая представляет собой плазменный химический реактор прямоточного типа с нисходящим плазменным потоком. Плазменная электропечь на основе горячего полого катода имеет следующие основные преимущества по сравнению с существующими технологиями: получение компактных слитков любых тугоплавких и редких металлов непосредственно из порошков или шихт на их основе; подача исходных материалов непосредственно в плазменный разряд, что обеспечивает проведение эффективных рафинировочных процессов до попадания металла в ванну жидкого расплава; одним переплавом достигается качество первого электронно-лучевого переплава; возможность плавить относительно «грязные» порошки с содержанием примесей внедрения до 3%; возможность проведения процесса плавки в широком диапазоне по остаточному давлению от 300 мл.рт.ст. до 1×10^{-3} мл.рт.ст.; простая схема автоматизации основных технологических параметров (скорость плавки, напряжение, ток, вытяжка слитка) и как следствие стабильность всего технологического процесса. Исходный материал в виде гранулированной мелкодисперсной шихты подается в реактор вибропитателем сверху в струе транспортирующего газа (аргона). После синтеза, конечный продукт проходит через систему холодильников и собирается в мешочном фильтре.

В качестве грануляции в лабораторных условиях были использованы усредненные пробы чистого *кварцевого песка*, поваренной соли и маршалита (таблица 1). Грануляция образцов исследования проводилась на тарельчатом грануляторе с плавной регулировкой высоты борта от 90 до 150 мм, углом наклона тарели от 30 до 60^0 и скоростью вращения от 15 до 25 оборотов в минуту.

Таблица 1 – Характеристика используемых материалов

Материалы	Хим. состав, %		Гранулометрический состав, %			
	SiO_2	Сумма примесей	0,4 мм	0,2 - 0,4 мм	0,1 - 0,2 мм	0,1 мм
Кварцевый песок заводской	98,7-99,5	0,5-1,3	1,30	68,95	24,10	5,65
Соль	98,2 - 99,0	1,0-1,8	-	0,75	29,23	70,02
Маршалит	92,00	8,0	1,34	0,35	0,86	97,45

Для определения микротвердости образцов кремния был использован микротвердомер ПМТ-3 при нагрузке на индентор P=100 г (0,98Н) и времени выдержки при этой нагрузке 10 сек. В качестве индентора при измерениях микротвердости использовали правильную четырехгранную алмазную пирамиду с углом при вершине 136°, аналогично методу определения твердости по Виккерсу. Микротвердость H_μ определяли в соответствии с требованиями ГОСТ 9450-60 с использованием следующей формулы:

$$H_\mu = \frac{1854P}{d_{\text{отп}}^{\;2}}[\text{ кгс/мм}^2] = \frac{18{,}2\cdot 10^3\,\mathrm{P}}{d_{\text{отп}}^{\;2}}[МН/м^2 = МПа] \qquad (1)$$

где нагрузка Р выражена в граммах, а диагональ отпечатка $d_{\text{отп}}$ в микрометрах.

С помощью контрольно-измерительного прибора для измерения удельного электрического сопротивления полученных слитков кристаллического кремния четырехзондовым методом в автоматическом режиме было также определено удельное электросопротивление образцов кремния до и после плазменно-дуговой обработки с заданным химическим составом.

Для определения основных структурных параметров необходимо было провести трудоемкий процесс пробоподготовки. Поскольку в существующей литературе отсутствует информация по подбору электролитов для полирования образцов кремния, необходимый раствор подбирался экспериментальным путем, при этом, использовался электролит состава 10%-хлорной кислоты и 90%-ледяной уксусной кислоты при напряжении 20 В (время 1-2 мин).

Требования к методикам анализа кремния по набору определяемых примесей и пределам их обнаружения зависят от назначения методик. В большинстве случаев методики должны быть многоэлементными и с низкими пределами обнаружения примесей. Требования к примесному составу высокочистого кремния зависят от использования его в конкретных электронных устройствах и достигают по основным электрически активным примесям В и Р концентраций 10^{-10}-10^{-9} % ат. Поскольку содержание примесей в образцах кремния очень мало, был использован атомно-эмиссионный метод анализа с индуктивно связанной плазмой на спектрометре высокого разрешения SpectroArcos (SPECTRO, Германия). Данный метод включает в себя следующие этапы: исследование влияния стадий пробоподготовки и измерения на результат анализа; построение градуировочных характеристик и их статистическая обработка; описание методики АЭС-ИСП определения содержания примесей в образцах кремниевого производства. Метод основан на возбуждении атомов пробы в индукционной высокочастотной плазме и измерении интенсивности аналитических спектральных линий определяемых элементов при распылении раствора анализируемой пробы и градуировочных растворов в плазму. Для проведения исследований применяли комплект ГСО состава веществ и материалов VSM1.3 (таблица 2).

Таблица 2 - Паспортные данные состава ГСО комплекта VSM1.3

Элемент	Индекс СО							
	VSM1.3-2	VSM1.3-3	VSM1.3-4	VSM1.3-5	VSM1.3-6	VSM1.3-7	VSM1.3-8	VSM1.3-9
Fe	0,0142	0,00312	0,095	0,00130	0,0183	0,057	0,0072	0,0361
Al	0,00194	0,0031	0,0117	0,0048	0,290	0,0364	-	0,098
Ca	0,0045	0,00105	0,306	0,00304	0,0100	0,0241	0,107	0,00151

Результаты исследований

Гранулированный кремний, подвергнутый плазменно-дуговой обработке в специализированной печи при постепенном увеличение мощности от температуры ~1130^{0}С до 1500^{0}С был исследован по ряду физико-механических свойств. Для определения одного из аспектов механических свойств обработанного кремния, были проведены измерения микротвердости образцов (таблица 3).

Таблица 3 – Характеристики механических свойств образцов кремния после плазменно-дуговой обработки

№ образца	Размер зерна, мкм	Карбидный балл зерна	Микротвердость, МПа
1	103,1	2	2424
2	92,9	1	3040
3	105,58	2	2645
4	97,04	2	2550
5	97,76	1	2935
6	99,23	1	2684

Результаты механических испытаний образцов кремния показывают, что незначительные изменения температуры при плазменно-дуговой обработке с 1050°С до 1160°С приводят к некоторому уменьшению разброса по механическим свойствам образцов, но при этом наблюдается снижение показателей ударной вязкости и микротвердости. Кроме этого, повышение температуры привело к уменьшению балла зерна, то есть к укрупнению зерен (таблица 3). При варьировании режимов термообработки у образцов кремния наблюдается корреляция между микротвердостью и величиной зерна: чем мельче зерно, тем выше микротвердость образца. На твердость влияет карбидный балл зерна (карбидные включения), увеличение карбидного балла зерна существенно снижает ударную вязкость.

При систематизации полученных данных испытаний удельного электросопротивления образцов кремния видно, что удельное электрическое сопротивление образцов до и после плазменной обработки может находиться в интервале примерно от 24,00 до 34 Ом·см, но при этом величина сопротивления зависит от химического состава образцов, а следовательно, от микропримесей (попадание в кристалл кремния дополнительных примесей, обеспечивающих заданное удельное электрическое сопротивление) (таблица 4). Так, в образце кремния №1, обработанного при минимальной варьированной температуре при 1050°С, наблюдается максимальное электросопротивление 34,65 Ом·см.

Таблица 4 - Результаты испытаний физических параметров образцов кремния

№ образца	Удельное электросопротивление образцов кремния после обработки плазмой, Ом·см	Время травления, мин	Время окисления τ, с
№ 1	34,65	4	5
№ 2	37,3	4	3,5
№ 3	43,56	12	11,7
№ 4	38,12	15	13,9
№ 5	39,33	7	5
№ 6	24,66	9	8,5

Из таблицы 4 видно, что для кремния с удельным электросопротивлением в интервале 24,5-34,0 Ом·см, время окисления зависит от толщины сформированного слоя пористого кремния, что используют для определения толщины сформированного слоя пористого кремния непосредственно в процессе его изготовления, при этом погрешность определения толщины составляет в среднем 3,5-5%.

Также с целью установления возможности применения методики атомно-эмиссионного метода анализа с индуктивно связанной плазмой для аналитического контроля кремния было определено содержание всех примесных элементов в ГСО комплекта VSM1.3. Полученные результаты в сравнении с аттестованными значениями для каждого элемента представлены в таблице 5.

Таблица 5 – Результаты АЭС-ИСП определения содержания Fe, Al, Ca в образцах кремния и ГСО состава веществ и материалов комплекта VSM1.3

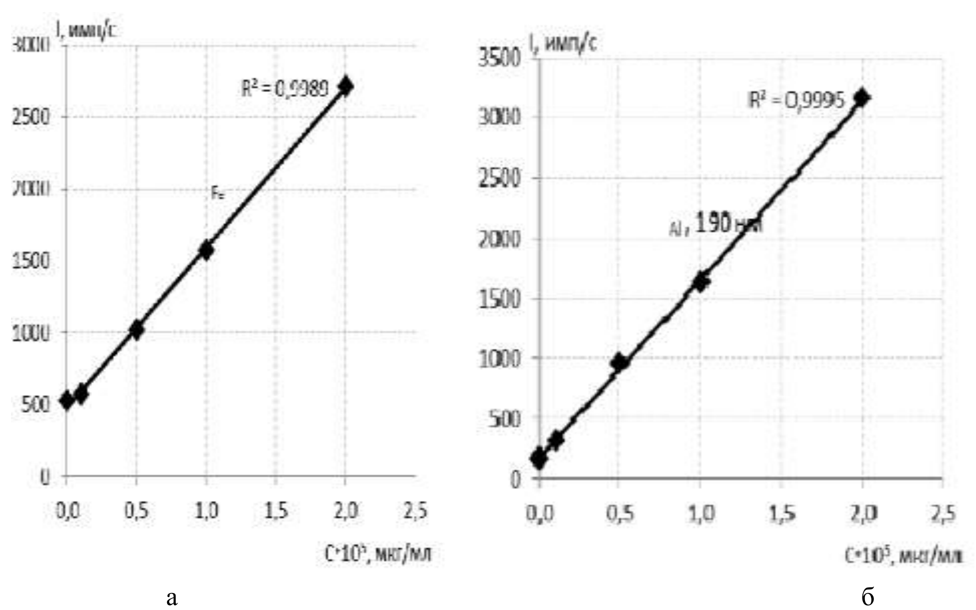
Шифр образца	Определяемый элемент	Аттестованное содержание аналита, %	$\bar{C}$, %	S_r, %	$\delta = \pm \frac{S_r t_p}{\sqrt{n}}$, %
VSM 1.3 - 3	Ca	0,00158 ± 0,00012	0,00158	0,004	0,0015
O-1		-	0,0264	0,0487	0,0186
VSM 1.3 - 7		0,110 ± 0,009	0,111	0,012	0,0045
O-2		-	0,1360	0,0613	0,0243
1	2	3	4	5	6
O-3		-	0,2860	0,0220	0,0085
VSM 1.3 - 6	Al	0,0364 ± 0,0022	0,0363	0,002	0,00074
O-1		-	0,0280	0,0495	0,0187
VSM 1.3 - 8		0,098 ± 0,010	0,0983	0,003	0,0010
O-2		-	0,1440	0,0609	0,0242
O-3		-	0,2234	0,0209	0,0080
VSM 1.3 - 3	Fe	0,095 ± 0,008	0,0951	0,001	0,00046
O-1		-	0,0965	0,0318	0,0121
O-2		-	0,3200	0,0414	0,0163
O-3		-	0,5300	0,0150	0,0526

Для определения содержания этих элементов, мы применяли градуировочные растворы, приготовленные путем растворения чистых металлов по стандартной методике. Были построены две серии градуировочных характеристик: первая серия – для элементов в области низких концентраций, вторая серия – для элементов в области относительно высоких концентраций: первая серия - 0,2-2,0 мкг/мл Fe, Al; вторая серия - 2,0-50,0 мкг/мл Ca, Fe. Исходные данные, необходимые для построения градуировочных характеристик в диапазоне концентраций аналита от 0,2 мкг/мл до 2,0 мкг/мл, представлены в таблице 6.

Таблица 6 – Результаты АЭС-ИСП определения примесей в градуировочных растворах (0,2-2,0 мкг/мл)

N	λ, нм					
C_{Me_N}, мкг/мл	-	0	0,1	0,5	1,0	2,0
$\bar{I}_{Te,N}$, имп/с	238,578	527,011	569,966	1018,01	1574,74	2717,85
$\bar{I}_{Bi,N}$, имп/с	190,241	164,547	321,052	953,085	1624,63	3161,52
$\bar{I}_{Cd,N}$, имп/с	214,438	7740,2	12174,5	30346,5	35156,6	98854,8
$\bar{I}_{Fe,N}$, имп/с	238,204	37753,4	35941,7	66339,7	102825	177141
$\bar{I}_{Zn,N}$, имп/с	206,200	1896,6	2883,14	7898,78	27759	12577,2
Примечания 1 C_{Me_N} – содержание металла в N-ом градуировочном растворе, мкг/мл; 2 $\bar{I}_N$ - среднее значение интенсивности аналитического сигнала металла, имп/с.						

Измерение интенсивности аналитического сигнала (количество импульсов в секунду) проводили 6 раз на каждый элемент и для каждого градуировочного образца. Используя полученные значения, построили две серии градуировочных характеристик, отражающих зависимость интенсивности аналитического сигнала от содержания аналита в градуировочных растворах (мкг/мл). Градуировочные характеристики первой серии представлены на рисунке 2.



а б

Рисунок 2 - Зависимость интенсивности аналитического сигнала от концентрации аналита (0,1-2,0 мкг/мл): а) железо; б) алюминий

Значения коэффициента корреляции, рассчитанные для представленных на рисунке 2 градуировочных характеристик, близки к единице, что свидетельствует о жесткой корреляции между значениями концентраций аналита (мкг/мл) и интенсивностями аналитических сигналов $\overline{I}_N$. Поскольку среднеарифметическое значение относительных стандартных отклонений $\overline{\gamma} \leq 0{,}4$, то статистическую обработку градуировочных характеристик проводили с применением метода наименьших квадратов.

Заключение. Анализ литературных данных показывает, что в мировом производстве накоплен богатый опыт в вопросе технологий получения кремния высокой чистоты. Однако для освоения технологии массового производства солнечных батарей необходимо уделить особое внимание к качеству готовой продукции, а также безопасности производства. Метод плазменно-дуговой технологии получения кремния солнечного качества полностью отвечает этим требованиям за счет двухстадийного проведения процесса очистки кремния из предварительно гранулированных компонентов исходного сырья с получением в виде самостоятельного продукта карбида кремния и его кислотной отмывкой от примесей.

Результаты механических испытаний образцов кремния после плазменно-дуговой обработки, осуществленной на специализированной плазменной печи, показали, что при варьировании режимов термообработки у образцов кремния наблюдается корреляция между микротвердостью и величиной зерна: чем мельче зерно, тем выше микротвердость образца. Кроме того, увеличение карбидного балла зерна (карбидные включения) существенно снижает ударную вязкость.

Результаты измерения удельного электрического сопротивления образцов кремния, проведенного с помощью контрольно-измерительного прибора четырехзондовым методом в автоматическом режиме, показали, что удельное электрическое сопротивление образцов до и после плазменной обработки может находиться в интервале примерно от 24,00 до 34 Ом·см, но при этом величина сопротивления зависит от химического состава образцов, а, следовательно, от микропримесей. Используя полученные значения коэффициента корреляции, построили две серии градуировочных характеристик, а также установили жесткую корреляцию между значениями концентраций аналита и интенсивностями аналитических сигналов.

1. Технология полупроводникового кремния / под ред. Э. С. Филькевича. - М.: Металлургия, 1992. – 408 с.
2. Nimtchinova N. V. High purity silicon carbonthermal production : ecological advantages. Materials of 15 International Congress of Chemical and Process Engineering, Prague (Czech Republic), 2002. - С. 224.
3. Андреев А. А. Способ получения особо чистого кремния. Пат. 2355634 РФ, МПК[51]С 01 В 33/02, С25В 1/00. - заявитель и патентообладатель ГОУ ВПО Томский политехнический университет. 2008111396/15. - заявл. 24.03.2008; опубл. 20.05.2009. - Бюл. - № 14. – 4с.
4. Дьяченко А.Н. Способ получения диоксида кремния. Пат. 2357925 РФ, МПК[51] С 01 В 33/02. - заявитель и патентообладатель ГОУ ВПО Томский политехнический университет. 2007145565/15, заявл. 07.12.2007; опубл. 10.06.2009. - Бюл. - № 16. – 4 с.
5. Абдюханов И. М. Разработка основ технологии производства металлургического кремния повышенной чистоты для наземной фотоэнергетики. Журнал российского химического общества им. Д.И. Менделеева, 2001, т. XLV, № 5-6, - С. 107.
6. Бельский С.С. Совершенствование процессов рафинирования при получении

кремния высокой чистоты. автореф. дисс. канд. техн. наук.: 5.16.02: защищена 02.12.2009: утв. 12.03.2010. – Иркутск. - 2009.-138 с.

Аңдатпа. *Негізгі шикізаттың алдын ала ұсақталған компоненттерінен алынған кремнийді, кремний карбидін плазмалық синтездеу және карбид пен кремний қос қышқылының қоспасын вакуумдық-иінді тәсілмен қалпына келтіру арқылы екі сатылы тазалау процесінен кейін, кремнийдің құрылымдық параметрлері мен физикалық-механикалық қасиеттерінің комплекстік зерттеуі өткізілді. Мақалада, кремний негізгі матрицасының құрылымдық бөлігі мен физикалық-механикалық сипаттамасы арасындағы қарымқатынас, сондай-ақ, плазмалық-иінді тәсілмен өңдеуден кейінгі үлгілерінің электр қуатын өткізу қасиеті қарастырылуда. Сонымен қатар, плазмалық-иінді өңдеуден кейін, үлгілердегі қоспалы элементтерді аналитикалық бақылау үшін, атомдық-эмиссиондық саралау тәсілі қолданылып көрілді.*

Түйін сөздер: *күн сапасындағы кремний, қоспалар, плазмалық-иінді технологиясы, микроқаттылық, концентрация.*

Abstract. *A comprehensive study of structural parameters and physical-mechanical properties of silicon was undertaken after two-step silicon purification process, consisting of pregranulated components of feedstock, through plasma synthesis of silicon carbide and vacuum arc recovery of carbide and silicon dioxide mixture. The article deals with the relationship of structural component of the main silicon matrix with physical and mechanical characteristics, as well as the conductive properties of the samples after plasma-arc treatment. In addition, atomic emission analysis method with inductively coupled plasma was approved for analytical control of impurities in the samples after plasm-arc treatment.*

Keywords: *solar grade silicon, impurities, plasm*-arc technology, micro-hardness, concentration.

ӘОЖ 621.382-022.532:538.975

К.Т. Бажиков, М.Қ. Ибраимов, А.С. Серік *, М.Б. Құрмансейіт *

КЕУЕКТІ КРЕМНИЙ ДИОКСИДІ ҚАБЫРШАҚТАРЫН ЗЕРТТЕУ

(Алматы қ., әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, * магистрант)

Аңдатпа. *Кеуекті диэлектрлік қабыршақтар микро-, нано- және оптоэлектрониканың болашағы бар материалы болып саналады. Бұл материалдар жарық диодтарында, фотодетекторларда, ваккумды микроэлектроника катодтарында, биологиялық имплантаттарда, газ тетіктерінде, мембраналарда қолданылады. Оның ылғалдылық тетіктерін, газдық, химиялық және биологиялық сенсорларды жасауда, сонымен қатар басқа да қолданысқа үлкен болашағы бар.*

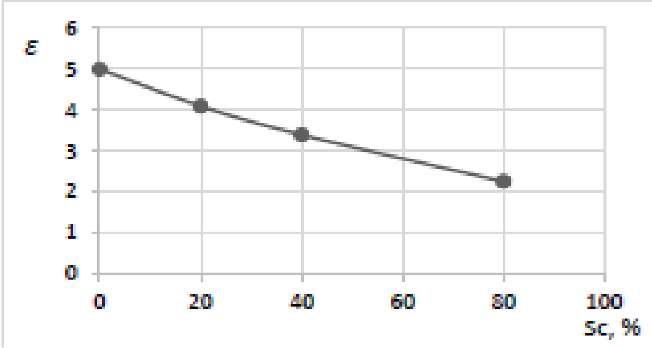
Түйін сөздер: *көміртегі, кеуекті қабыршақтар, кремний диоксиді, диэлектрлік өткізгіштік.*

Тәжірибелік бөлімі. Кремний диоксидінің кеуекті қабыршақтары - кремний мен көміртектің құрамдас нысанасын магнетронды бүрку арқылы алынды. Қабыршақтар құрамына көміртекті қосу нәтижесінде олардың құрылымында қайтымсыз өзгерістер болады, нәтижесінде қуыстықтар пайда болады.

Қабыршақтардағы қуыстықтар саны магнетронның кремнийлік нысанасындағы графиттің алып жатқан ауданына тәуелді. Құрамдас нысананы бүркудің сандық сипаттамсы үшін Sc параметрі енгізіледі, ол графитті дисктардың алып жатқан ауданының кремнийлі нысана ауданына қатынасына тең [1].

Бүрку ауа ортасында, ваккумдық камерадағы қысым 10^{-3}мм рт. ст. деңгейінде және разрядтық ток мәні 200 мА кезінде жүргізілді. Алынған кеуекті кремний диоксиді қабыршақтарының қалыңдыңы 100-110 нм.

Жұмыс нәтижесінде әйнек төсемедегі Sc әр түрлі мәніндегі төрт МДМ құрылым алынды және олардың диэлектрлік өткізгіштігі есептелді. (1-сурет). Төменгі және жоғарғы электродтар ретінде қалыңдығы 100 нм алюминий қабыршақтары қолданылды.

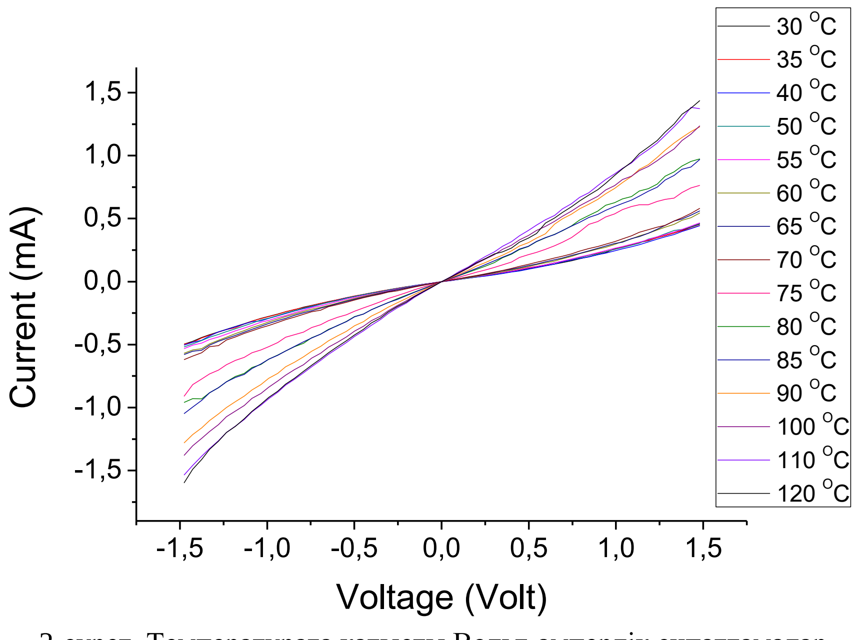


1-сурет. SiO_2+C қабыршақтары диэлектрлік өткізгіштігінің Sc-ға тәулділігі

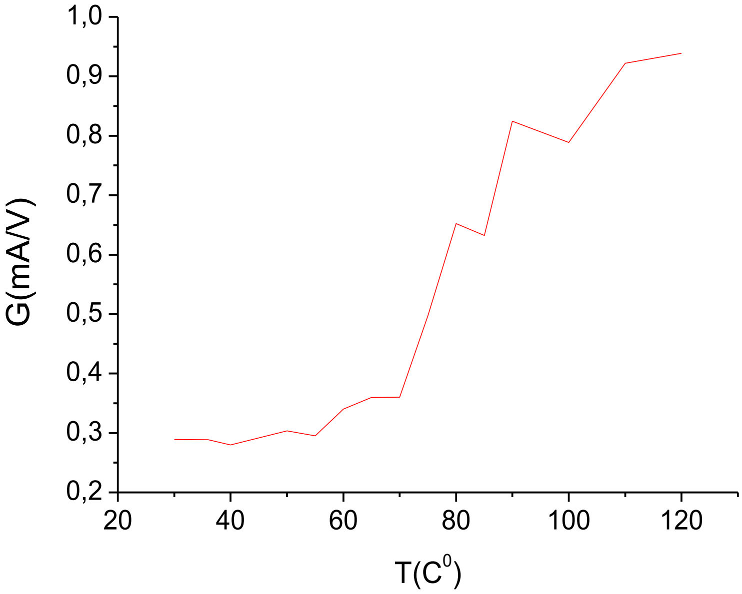
1-суреттегі тәуелділік - Sc өскен сайын SiO_2 қабыршақтары диэлектрлік өткізгіштігі кемитінін көрсетеді [1].

Вольт-амперлік сипаттамалар (ВАС) Shimadzu UV-3600 спектрофотометрінде арнайы сұлба бойынша өлшенді. Екі полярлықтың сыртқы ығысуының ауқымы 1.5 В құрады, өлшеулер 0.05 В қадаммен жүргізілді. Температуралық өлшеулерді жүргізу барысында «үлгі» оқшауланған камерада орналастырылды [2].

2-суретте n-Si-да, 30-120^{O} С температура аралығында қалыптасқан кеуекті кремнийдің ВАС құрылымы көрсетілген. Ең жоғарғы температураларда сызықты емес қасиеттер жоғалады, және ВАС қисықтары екі бағытта да симметриялы болып қалады. Бірақ, нано қабыршақтың дифференциалды электрлік өткізгіштігі температураға қатысты сызықтық емес өзгереді (3-сурет).

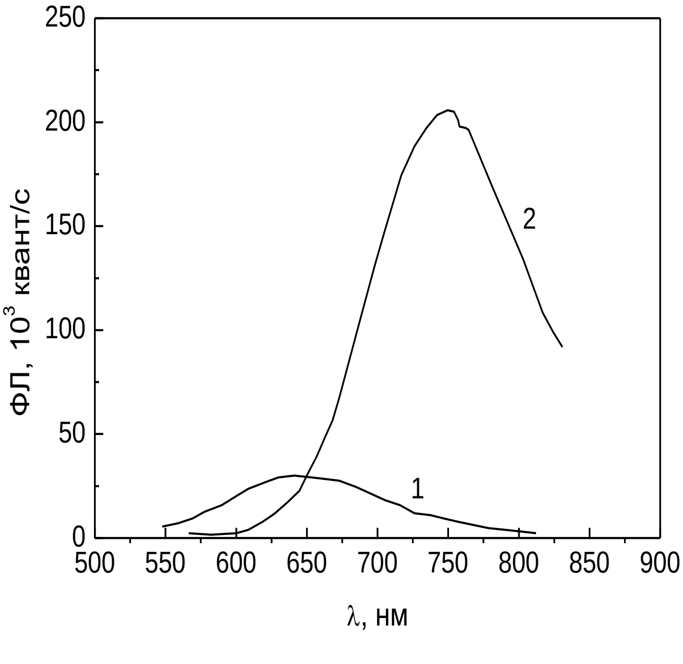


2-сурет. Температураға қатысты Вольт-амперлік сипаттамалар



3-сурет. Кеуекті кремний нано қабыршағы өткізгіштігінің температураға қатысты өзгеруі

Сонымен қатар, 4-суретте балқытылған кварцқа имплантирленген кремнийдің жарық өткен кездегі фотолюменисценсия (ФЛ) спектрінің диаграммасы көрсетілген.



1-имплантациядан кейінгі, 2- T = 1100°С-да имплантациядан кейінгі
1 сағат суару барысында
4-сурет. Балқытылған кварцқа имплантирленген кремнийдін
фотолюменисценсия (ФЛ) спектрі (E = 400 кэВ, $D = 6 \times 10^{17}$ см$^{-2}$, $T_{комн}$)

Суреттен көріп отырғанымыздай имплантациядан кейін жолақ ені Δλ=100 нм. болды. Ал T = 1100°С-да имплантациядан кейінгі 1 сағат суару барысында жолақ ені Δλ=70 нм.

$$C_{Si-O}(SiO_2) = -\frac{\lg(T)}{\varepsilon d} = 1{,}57 * 10^{22}\ \text{см}^{-3}$$

SiO_2+C қабыршағындағы Si–O байланыстарының концентрациясы:

$$C_{Si-O}(SiO_2 + C) = -\frac{\lg(T)}{\varepsilon d} = 1{,}17 * 10^{22}\ \text{см}^{-3}$$

Есептеуден көріп тұрғанымыздай Si–O байланыстарының концентрациясы кеуекті қабыршақта, кеуекті емес қабыршаққа қарағанда аздау. Бұл - қабыршақ ауданының кей бөлігін қуыстар мен газдық қосылымдар алып жатуына байланысты. Олар 20%-ға дейін аумақты алып жатуы мүмкін. Кеуекті қабыршақ тығыздығы төмен деп бекітуге болады.

Жұмыс барысында SiO_2 – нің жұқа пленкасынның ИҚ –облысында құрылымы мен құрамы зерттелді. Зерттеу автоматталған Shimadzu UV-3600 спектрофотометрінің ASR камерасында жүргізіледі. Сезімталды спектрлік диапазоны 185-3300 нм.

Молекуланың ИҚ-спектрі қандай да бір атом тобының белгілі тербелісіне сәйкес келетін жіңішке жұтылу жолағының қатарын көрсетеді. Спектрде жеке тербелістерді белгілі жолағына тағайындау әр түрлі типті тербелістердің ықтималдықты жиілігінің жалпылама заңы негізінде жүзеге асырылады. ИҚ-спектрлерді, химиялық қосылыстар құрылымы мен теориялық есептеулерді салыстыру арқылы әр түрлі молекула құрамына кіретін белгілі атомдар тобындағы атомдар тербелісі аз ғана өзгеше болатыны дәлелденген, яғни берілген атом тобы қандай қосылысқа енетініне байланысты емес. Мұндай жұту жолақтарын сипаттамалық деп атайды. Бұл тербелмелі спектрлерде (өткізу, бейнелеу, жұту спектрлерінде) сапалы әрі толық анализ жүргізуге мүмкіндік береді [3].

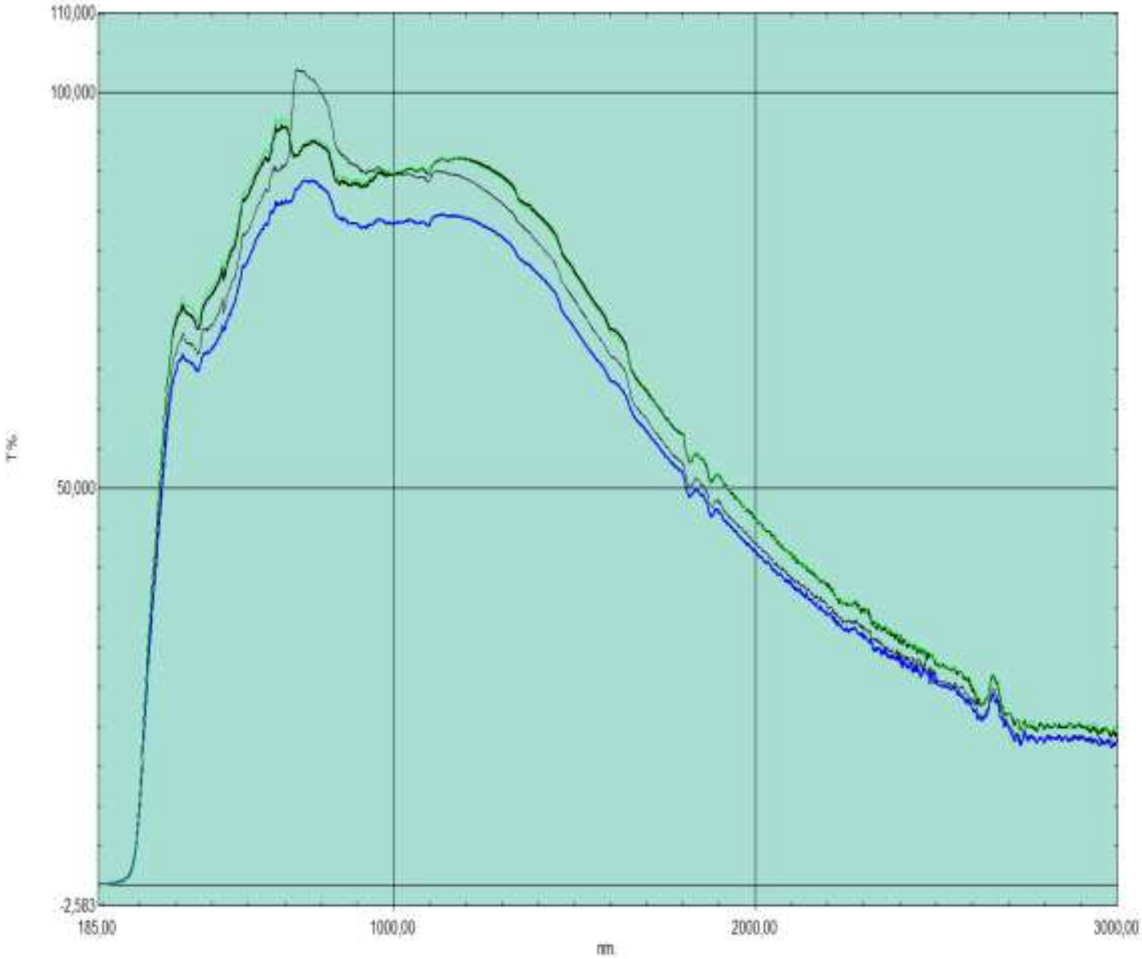
Заттарға сапалық анализ, олардың идентификасы тіркелген спектр банкадағы мәліметтермен (ақпараттық-іздеу жүйесі) салыстыру кезінде “саусақ таңбасы” әдісін қолдану арқылы спектрі белгілі қосылыстарға да және спектрлік сипаттамалық жолақ (эксперттік жүйе) арқылы молекулада әр түрлі құрылымдық топтың бар екендігін табуға негізделген құрылымдық-топтық анализ әдісін қолдані арқылы спектрі белгісіз қсылыстарға да жүргізіледі.

ИҚ – спектроскопия сапалы анализ ғана жүргізіп қоймай, толық анализ жүргізуге де мүмкін береді. Оптикалық спектрлар үшін жұту шамасы мен жұтатын зат саны қатынасын беретін жұту және жарық шығарудың жалпы заңдары бар. Жұту коэффициентінің толқындық санға тәуелділігін жұту жолағының ауданы байланыс концентрациясына пропорционал болғандықтан әр түрлі заттардың байланыс концентрациясын бағалау үшін қолдануға болады. Анықтамалық спектр бар болғандықтан, бақыланып отырған үлгінің байланыс концентрациясының сандық мағынасын алуға болады. Спектрге қарай отырып, оксидтің кеуектілігі туралы қорытынды шығаруға болады. Егер оксидтар жеткілікті борпылдақ болса, онда олардың спектрлерінде жұтылу жолақтары кең екенін байқауға болады [4].

ИҚ-спектроскопия әдісі үлкен жан-жақтылығымен ерекшеленеді, ол заттардың барлық агрегаттық күйін бақылауға мүмкіндік береді. Спектральдық әдістің мынадай маңызды артықшылықтарын айтуға болады: жоғары сезімталдық (тіпті бірлік молекулалардың спектірін тіркеуге мүмкіндік береді), зерттелетін заттың беріктігі.

Мысалы, негізгі жолақ үшін бұл шартта әдеттегідей 500-700 нм жартышары болып табылады. Жеткілікті тығыз және салыстырмалы аяқталған термиялық өсірілген оксид үшін жолақ ені $\Delta\lambda$=120 нм.

Жұмыс барысында кремний диоксидінің өткізуші пленкасының спектрі алынған. 5-суретте SiO_2 пленка өткізгіштігінің ИҚ спектрі көрсетілген. Спектрге сапалық анализ жасау спектрде әр түрлі енді сипаттамалық жолақтар және Si-O, C-O және OH байланыстарының интенсивтілігі бар екенін көрсетеді. Бұл олардың аморфтық құрылым бар екенін дәлелдейді. Сонымен қатар пленкаларға сапалық анализ жүргізілді және үлгілердігі Si-O d байланысының концентрациясы есептелді. Сандық анализ үлгіге түсетін I_0 және ол арқылы өтетін I монохроматты жарық ағымы мен молярлық жою коэффициенті ε - экстинция коэффициентін байланыстыратын Бургер-Ламберт заңын пайдалана отырып өткізілді.



5-сурет. SiO_2 – нің ИҚ спектрі

Қорытынды. Осы жұмыс нәтижесінде кеуекті кремний қабыршақтары алынды, қабыршақтардың диэлектрлік өткізгіштігі және қабыршақ құрамы зерттелді.

Алынған нәтижелер бойынша келесідей қорытынды жасауға болады: магнетрон нысанасына көміртекті қосу – алынатын қабыршақтың кеуектілігінің артуына және газдық қосылулардың пайда болуына әкеп соғады. Бұл – оттегі және көміртек арасындағы химиялық реакция үшін болады. Ол CO немесе CO_2 ұшпа байланысының пайда болуына әкеп соғады және ол диэлектрика қабыршағынан ұшып шығу нәтижесінде өтпелі қуыстар және газдық қосылулар пайда болады. Осы кезде оның диэлектрлік өткізгіштігі және тығыздығы азаяды.

1. Смит, А. Прикладная ИК-спектроскопия: Пер. с англ. / А. Смит. - М.: Мир, 1982. – 328 с.
2. Троян, П.Е. Электронные процессы в тонкопленочных структурах металл-диэлектрик- металл в сильных электрических полях: дис. … д.т.н.: 01.04.04 / Троян Павел Ефимович – Томск, 2005. – 348 с.
3. Ковтонюк, Н.Ф., Измерения параметров полупроводниковых материалов / Н.Ф. Ковтонюк, Ю.А. Концевой. – М.: Энергия, 1970. – 432 с.

4. Гавриленко В.И., Грехов А.М. Оптические свойства полупроводников. Справочник. - Киев: Наукова думка, 1987. - 570 с.

Аннотация. *Пористые диэлектрические пленки являются перспективным материалом микро-, нано - и оптоэлектроники. Эти материалы используются в светодиодах, фотодетекторах, катодах вакуумной микроэлектроники, биологических имплантатах, в датчиках газов, мембранах. На их основе возможно изготовление не накаливаемых источников электронов, элементов энергонезависимой памяти. Одним из таких материалов является пористый диоксид кремния. Он имеет большие перспективы для создания датчиков влажности, газовых, химических и биологических сенсоров, а также для других применений.*
Ключевые слова: *углерод, пористые пленки, диоксид кремния, пробой, диэлектри- ческая проницаемость.*

Abstract. *Porous dielectric films are a promising material for micro-, nano - and optoelectronics. These materials are used in LEDs, photo detectors, cathodes for vacuum microelectronics, biological implants, in sensors of gases, membranes. On their basis it is possible to manufacture nonacademic sources of electrons, elements of non-volatile memory. One such material is porous silicon dioxide. He has a great potential to create humidity sensors, gas, chemical and biological sensors and other applications.*
Keywords: *carbon, porous films, silicon dioxide, disruption, permittivity.*

УДК 531+539.376

К. Бисембаев, К. Насилбек *

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУМЕРНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВИБРОЗАЩИЩАЕМОГО ОБЪЕКТА НА ОПОРАХ КАЧЕНИЯ СО СПРЯМЛЕННЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ МЕТОДОМ ПЕРЕРАЗЛОЖЕНИЯ

(г.Алматы, КазНПУ имени Абая, *- магистрант)

Аннотация. *В настоящей работе изучаются двумерные движения твердого тела на кинематических опорах качения, ограниченных поверхностями вращения высокого порядка. Исследованы двумерные свободные колебания виброзащищаемого объекта. Получены амплитудно-частотные характеристики для различных значений порядка поверхности опоры качения. Установлено, что амплитудно-частотные характеристики двумерных систем практически не отличаются от одномерных колебаний. Для решения уравнения движения применяется метод переразложения.*
Ключевые слова: *виброзащитные устройства**,** опора качения, свободные колебания, двумерные колебания, метод переразложения.*

1.Введение. Во многих сейсмозащитных и виброзащитных устройствах в качестве основного элемента используются тела качения различного вида [1], [2],[3].

Исследованию эффективности виброзащиты опорами качения без учета трения качения посвящены работы [4].

Представляет интерес задача о двумерных колебаниях твердого тела на опорах качения со спрямленными поверхностями.

В работе исследованы двумерные нелинейные колебания виброзащитных систем с кинематической виброизоляцией при различных резонансных режимах

В статье содержатся результаты исследования влияния двух взаимно перпендикулярных направлений кинематических возмущений на резонансные режимы виброзащитных устройств на опорах качения.

2.Уравнения движения. Схема виброзащитных устройств, основными элементами которых являются опоры качения ограниченных поверхностями вращения высокого порядка, показана на рис.1.

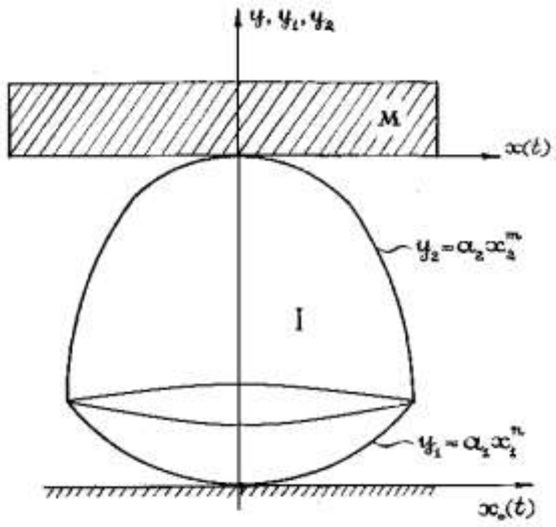


Рисунок 1 - Схема опоры качения с опорными поверхностями высокого порядка

Опора качения ограничена снизу и сверху поверхностями, заданными уравнениями $z_1 = a_1(x_1^2 + y_1^2)^{\frac{n}{2}}$ и $z_2 = a_2(x_2^2 + y_2^2)^{\frac{n}{2}}$ соответственно. При $n = m$ уравнение движения тела на опорах качения со спрямленными поверхностями с учетом трения качения на релаксирующих грунтах в безразмерной форме вид:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 \left\{ N_n \left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right]^{-\frac{n-2}{2(n-1)}} - 1 + P_n \left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right]^{\frac{n}{2(n-1)}} \right\} \left(1 + \frac{\ddot{z}_0}{g} \right) (x - x_0) = 0 \qquad (1)$$

$$\ddot{y} + \omega_0^2 \left\{ N_n \left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right]^{-\frac{n-2}{2(n-1)}} - 1 + P_n \left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right]^{\frac{n}{2(n-1)}} \right\} \left(1 + \frac{\ddot{z}_0}{g} \right) (y - y_0) = 0$$

где

$$N_n = \frac{1}{(\mathrm{H}n)^{\frac{1}{n-1}}} \left(\frac{1}{\sqrt[n-1]{a_1}} + \frac{1}{\sqrt[n-1]{a_2}} \right), P_n = \frac{1}{\mathrm{H}(\mathrm{H}n)^{\frac{1}{n-1}}} \left(\frac{1}{\sqrt[n-1]{a_1}} + \frac{1}{\sqrt[n-1]{a_2}} \right) \qquad (2)$$

Введем обозначения

$$\hat{O} = x + iy, \qquad \hat{O}_0 = x_0 + iy$$

Тогда систему дифференциальных уравнений (1) запишем в виде одного уравнения:

$$\tilde{O} + \omega_0^2 \left\{ \left[\frac{Nn}{(\hat{O} - \hat{O}_0)^{\frac{n-2}{n-1}}} - 1 \right] + P_n (\hat{O} - \hat{O}_0)^{\frac{n}{n-1}} \right\} \left(1 + \frac{\ddot{z}_0}{g} \right) (\hat{O} - \hat{O}_0) = 0 \qquad (3)$$

3.Свободные колебания. Рассмотрим решение уравнения пространственных колебаний виброзащищаемого тела (3) $\ddot{z}_0 = 0$. Представляет интерес колебания виброзащищаемого тела на опорах качения со спрямленными поверхностями при отсутствии возмущения, т.е. колебания системы при $\hat{O}_0 = 0$.

Однородное дифференциальное уравнение пространственного движения виброзащищаемого тела имеет вид

$$\ddot{O}+\omega_0^2\left\{\left[\frac{N_n}{\Phi^{\frac{n-2}{n-1}}}-1\right]+P_n\hat{O}^{\frac{n}{n-1}}\right\}\hat{O}=0 \tag{4}$$

В соответствии с методом переразложения приближенное решение уравнения (4) ищется в виде

$$\hat{O}=\sum_{k=1}^{\nu}A_{2k-1}\sin\left(2k-1\right)\omega t \tag{5}$$

Нелинейный член уравнения приближенно представим в виде тригонометрического ряда

$$\omega_0^2\left[N_n\hat{O}^{\frac{1}{n-1}}+P_n\hat{O}^{\frac{2n-1}{n-1}}\right]=\sum_{k=1}^{\nu}B_{2k-1}\sin\left(2k-1\right)\omega t \tag{6}$$

Подставляя (5), (6) в (4), получим следующие системы алгебраических уравнений относительно

$$\begin{aligned}&-\left(\omega^2+\omega_0^2\right)A_1+B_1\left(A_1,A_3,...,A_{2k-1}\right)=0\\&-\left(9\omega^2+\omega_0^2\right)A_3+B_3\left(A_1,A_3,...,A_{2k-1}\right)=0\\&-\left(25\omega^2+\omega_0^2\right)A_5+B_5\left(A_1,A_3,...,A_{2k-1}\right)=0\\&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\&-\left[\left(2k-1\right)^2\omega^2+\omega_0^2\right]A_{2k-1}+B_{2k-1}\left(A_1,A_3,...,A_{2k-1}\right)=0\end{aligned} \tag{7}$$

Из системы уравнений (7) находим

$$\begin{aligned}&\omega^2=\frac{B_1\left(A_1,A_3,...,A_{2k-1}\right)}{A_1}-\omega_0^2\\&A_3=\frac{B_3\left(A_1,A_3,...,A_{2k-1}\right)}{9\omega^2+\omega_0^2}\\&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\&A_{2k-1}=\frac{B_{2k-1}\left(A_1,A_3,...,A_{2k-1}\right)}{\left(2k-1\right)^2\omega^2+\omega_0^2}\end{aligned} \tag{8}$$

Ограничиваясь до четвертого члена тригонометрического ряда (6) определим методом коллокации коэффициенты $B_1\left(A_1,A_3,A_5\right),B_3\left(A_1,A_3,A_5\right)$ $B_5\left(A_1,A_3,A_5\right)$ при значениях $\varphi=\omega t=\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}$.

$$B_1=\frac{1}{\sqrt{3}}\left\{\left[\omega_0^2N_n\left(\frac{1}{2}A_1+A_3+\frac{1}{2}A_5\right)^{\frac{1}{n-1}}+\omega_0^2P_n\left(\frac{1}{2}A_1+A_3+\frac{1}{2}A_5\right)^{\frac{2n-1}{n-1}}\right]+\left[\omega_0^2N_n\left(\frac{\sqrt{3}}{2}A_1-\frac{\sqrt{3}}{2}A_5\right)^{\frac{1}{n-1}}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\omega_0^2P_n\left(\frac{\sqrt{3}}{2}A_1-\frac{\sqrt{3}}{2}A_5\right)^{\frac{2n-1}{n-1}}\right]+\left[\frac{1}{\sqrt{3}}\omega_0^2N_n\left(A_1-A_3+A_5\right)^{\frac{1}{n-1}}+\omega_0^2P_n\left(A_1-A_3+A_5\right)^{\frac{2n-1}{n-1}}\right]\right\}$$

$$B_3=\frac{2}{3}\left[\omega_0^2N_n\left(\frac{1}{2}A_1+A_3+\frac{1}{2}A_5\right)^{\frac{1}{n-1}}+\omega_0^2P_n\left(\frac{1}{2}A_1+A_3+\frac{1}{2}A_5\right)^{\frac{2n-1}{n-1}}\right]-\frac{1}{\sqrt{3}}\left[\omega_0^2N_n\left(\frac{\sqrt{3}}{2}A_1-\frac{\sqrt{3}}{2}A_5\right)^{\frac{1}{n-1}}+\right.$$

$$\left.+\omega_0^2P_n\left(\frac{\sqrt{3}}{2}A_1-\frac{\sqrt{3}}{2}A_5\right)^{\frac{2n-1}{n-1}}\right]+\frac{1}{\sqrt{3}}\left[\omega_0^2N_n\left(A_1-A_3+A_5\right)^{\frac{1}{n-1}}+\omega_0^2P_n\left(A_1-A_3+A_5\right)^{\frac{2n-1}{n-1}}\right]$$

$$B_5=\frac{1}{3}\left[\omega_0^2N_n\left(\frac{1}{2}A_1+A_3+\frac{1}{2}A_5\right)^{\frac{1}{n-1}}+\omega_0^2P_n\left(\frac{1}{2}A_1+A_3+\frac{1}{2}A_5\right)^{\frac{2n-1}{n-1}}\right]-\frac{1}{\sqrt{3}}\left[\omega_0^2N_n\left(\frac{\sqrt{3}}{2}A_1-\frac{\sqrt{3}}{2}A_5\right)^{\frac{1}{n-1}}+\right.$$

$$\left.+\omega_0^2P_n\left(\frac{\sqrt{3}}{2}A_1-\frac{\sqrt{3}}{2}A_5\right)^{\frac{2n-1}{n-1}}\right]-\frac{1}{\sqrt{3}}\left[\omega_0^2N_n\left(A_1-A_3+A_5\right)^{\frac{1}{n-1}}+\omega_0^2P_n\left(A_1-A_3+A_5\right)^{\frac{2n-1}{n-1}}\right]$$

(9)

Предполагая, что $A_1\neq 0, A_3=0, A_5=0$, из выражений (9) получим

$$\begin{aligned}B_1&=\omega_0^2N_nK_1A_1^{\frac{1}{n-1}}+\omega_0^2P_nF_1A_1^{\frac{2n-1}{n-1}}\\B_3&=\omega_0^2N_nK_3A_1^{\frac{1}{n-1}}+\omega_0^2P_nF_3A_1^{\frac{2n-1}{n-1}}\\B_5&=\omega_0^2N_nK_5A_1^{\frac{1}{n-1}}+\omega_0^2P_nF_5A_1^{\frac{2n-1}{n-1}}\end{aligned}\qquad(10)$$

где

$$\begin{aligned}F_1&=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2n-1}{n-1}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{\frac{2n-1}{n-1}}+\frac{1}{3}\\F_3&=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2n-1}{n-1}}-\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{\frac{2n-1}{n-1}}+\frac{1}{3}\\F_5&=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2n-1}{n-1}}-\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{\frac{2n-1}{n-1}}+\frac{1}{3}\end{aligned}\qquad(11)$$

Подставляя (10) в (8), получим

$$\omega^2=\omega_0^2\left[\left(N_nK_1\frac{1}{A_1^{\frac{n-2}{n-1}}}-1\right)+P_nF_1A_1^{\frac{n}{n-1}}\right]\qquad(12)$$

$$A_3=\omega_0^2\frac{N_nK_3A_1^{\frac{n}{n-1}}+P_nF_3A^{\frac{n-2}{n-1}}}{9\omega^2+\omega_0^2}$$

$$A_5=\omega_0^2\frac{N_nK_5A_1^{\frac{n}{n-1}}+P_nF_5A^{\frac{n-2}{n-1}}}{25\omega^2+\omega_0^2}$$

Решение уравнения (4) примет вид

$$\hat{O}=A_1\sin\omega t+\omega_0^2\frac{N_nK_3A_1^{\frac{n}{n-1}}+P_nF_3A^{\frac{n-2}{n-1}}}{9\omega^2+\omega_0^2}\sin 3\omega t+\omega_0^2\frac{N_nK_5A_1^{\frac{n}{n-1}}+P_nF_5A^{\frac{n-2}{n-1}}}{25\omega^2+\omega_0^2}\sin 5\omega t\qquad(13)$$

4.Результаты и анализ. На рисунке 2 показан график, характеризующий зависимость частоты свободного колебания от амплитуды для различных значений порядка n поверхности опоры качения.

На рисунке 3 построен график решений уравнений (1), полученных численным и аналитическим методами. Вычисления проводились при следующих значениях параметров:

$$n = 4, N_n = 41.497\text{ñì}^{\frac{2}{3}}, K_1 = 1.148, \text{a}_1 = 6.25\cdot 10^{-8}\,\text{ñì}^{-3}, a_2 = 1.481\cdot 10^{-7}\,\text{ñì}^{-3},$$

$$P_n = 0.138\text{ñì}^{-\frac{1}{3}}, F_1 = 0.812, \text{A}_1 = 0.60937\text{ñì}$$

В этом рисунке кривые 2 построены по результатам численных решений, а кривая 1 представляет второе приближение аналитического решения. Близость кривой 2 и кривой 1 дает представление о близости решений полученных численными и аналитическими методами.

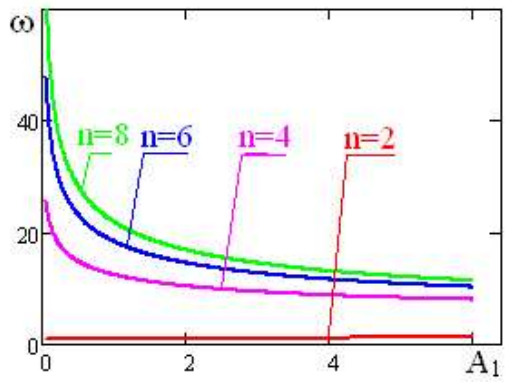


Рисунок 2 - график, амплитудно-частотные характеристики для различных значения порядка поверхности опоры качения

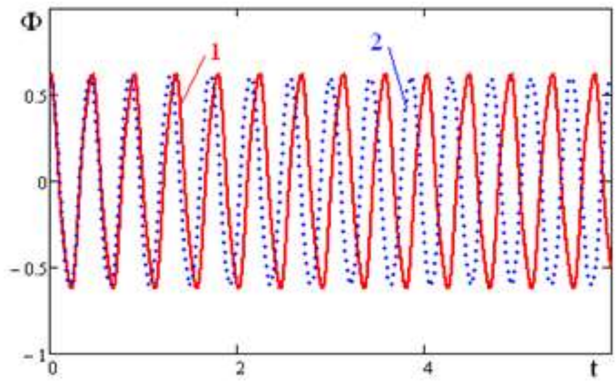


Рисунок 3 - График решений уравнения движения

5.Выводы. • Исследованы двумерные свободные колебания виброзащищаемого тела на опорах качения со спрямленными поверхностями методом переразложения.

• Обнаружено, что частота двумерных свободных колебаний виброзащищаемого тела на опорах качения со спрямленными поверхностями зависит от амплитуды.

• Установлено, что виброзащитные устройства, основными элементами которых являются опоры качения, существенно нелинейны, для этих систем проявляется явление «дребезга»

1. Зеленский Г. А., Шевляков Ю.А. Сейсмоизоляция зданий // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1976, №4. с.19-24.
2. Зеленский Г. А. , Назин В. В. Гашение резонансных колебаний здания на кинематическом фундаменте.// Новости технической литературы. Строительства и архитектура, 1975. №1.
3. Черепинский Ю. Д. К сейсмостойкости зданий на кинематических опорах // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1972. №3. С 12-13.
4. Бисембаев К. Колебания тела на опорах со спрямленными поверхностями // Изв. АН КазССР. сер. физ.-мат. 1988. №3. с. 65-69.

Аңдатпа. *Бұл жұмыста жоғары дәрежелі беттермен шектелген кинематикалық теңселмеі тірекке орнатылған қатты дененің екі өлшемді қозғалысы, қарастырылған. Дірілден* *қорғалатын дененің екі өлшемді еркін тербелісі зерттелген. Теңселмелі тірек беттері дәрежесінің әртүрлі мәндері үшін амплитуда-жиеліктік сипаттамасы алынған. Екі өлшемді жүйенің амплитуда-жиеліктік сипаттамасы бір өлшемді тербелістікінен айырмашылығы аз болатыны тағайындалды. Қозғалыс теңдеуін шешу үшін қайта жіктеу әдәсі қолданды.*

Түйін сөздер: *дірілден қорғайтын қондырғы, теңселмелі тірек, еркін тербеліс, екі өлшемді тербеліс, қайта жіктеу әдісі.*

Abstract. *In this paper we study two-dimensional motion of a rigid body on kinematic on legs of a rolling, limited higher order surfaces of revolution. Two-dimensional free vibrations of vibration – protected object were examined. Frequency response for various values of the order of the rolling bearing surfaces were received. It is found that the amplitude-frequency characteristics of two-dimensional systems do not differ from the one-dimensional vibrations. To solve the equations of motion re-expansion method has been applied.*

Keywords: *Vibration device, Rolling Bearing, free oscillation, dimensional fluctuations, re-expansion method*

УДК 533.15:536.25

1)Ю.И. Жаврин, 2)В.Н.Косов, 1)С.А. Красиков, 2)А.К. Шоканов

КОМПЛЕКСНЫЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ИСПЫТАНИЯ МОДУЛЯ ОПЫТНОГО УСТРОЙСТВА ДЛЯ РАЗДЕЛЕНИЯ ПРИРОДНЫХ ГАЗОВ

(г. Алматы, [1]Научно-исследовательский институт экспериментальной и теоретической физики при Казахском национальном университете им. Аль-Фараби,
[2]Казахский национальный педагогический университет им. Абая)

Аннотация. *Описаны проведенные комплексные гидравлические испытания модуля опытного устройства для разделения природных углеводородсодержащих газов. Подтверждены выбранные допустимые параметры работы опытного устройства.*

Ключевые слова: *Газы, диффузия, смеси, конвекция, разделение, опытное устройство разделения, сменные модули типовых диффузионных каналов*

Изучение изотермического многокомпонентного массопереноса в газовых смесях показало, что при концентрационной гравитационной конвекции возникают условия, связанные с преимущественным переносом самого тяжелого по плотности компонента смеси [1, 2]. В реальных условиях для природных углеводородных газовых смесей такой механизм разделения может быть применен для очистки от экологически опасных примесей. На основе инновационных подходов [3-5] был разработан модуль опытного многоступенчатого устройства для разделения смесей [6]. В данной работе приводятся результаты гидравлического испытания модуля опытного устройства (рис. 1), созданного на заводе "Машсвар" г. Алматы.

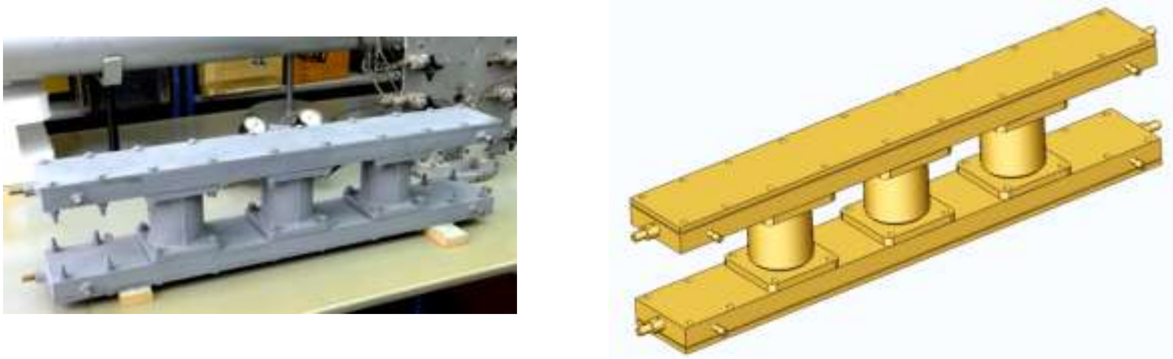


Рисунок 1 - Модуль опытного устройства по разделению природных газов
(изготовленный экземпляр и численная виртуальная модель)

Как и всякое устройство, работающее при повышенных давлениях, модуль разделения углеводородных газовых смесей требуют обеспечения прочности при рабочих давлениях на всех возможных режимах работы. Для проведения расчетов на прочность выберем подводящий канал как самый нагруженный элемент в установке с точки зрения прочности (рис. 2). Выбранная конструкция диффузионного канала заведомо выше по прочностным характеристикам и поэтому его прочность проконтролируем только методом конечных элементов.

Размеры внутренней полости подводящего канала равны 50 x 17 x 770 мм. Толщины стенок 8 мм, с торцов стенки 25 мм. В инженерной практике решение задачи прочности, т.е. определение допустимых давлений при выбранных характерных размерах устройства или необходимых толщин при назначенных давлениях проводятся на основе норм и методов расчета на прочность, приведенных в национальных стандартах [7, 8], принятых к использованию на территории Республики Казахстан.

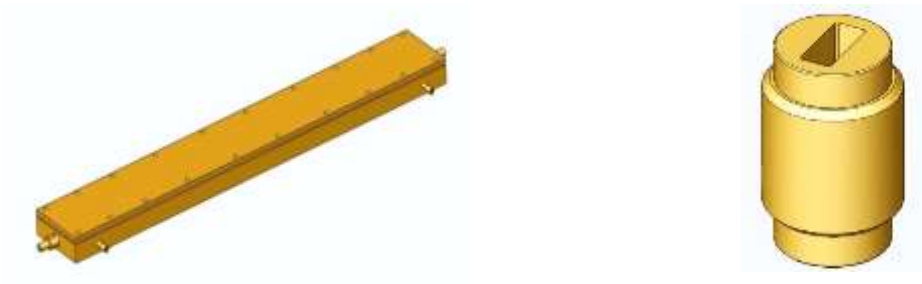


Рисунок 2 - Подводящий и диффузионные каналы

Для нашего случая принят диапазон рабочих давлений от 0 до 0,7 МПа при рабочих температурах до 353 К. Для изготовления устройства была выбрана сталь *Ст3сп ГОСТ 380,* как материал, обладающий высокой технологичностью и обеспечивающий необходимый уровень прочности и коррозионной стойкости. Характеристики материала при допускаемых температурах до 353 К [7]:

Допускаемое напряжение [$\sigma_{\text{п}}$] = 140 МПа;

Предел текучести 210 МПа; Модуль упругости $E = 1{,}9 \cdot 10^{-5}$ МПа

В соответствии с евразийским стандартом [8] необходимая минимальная толщина стенки

$$S_1 = K \cdot K_0 \cdot D_p \sqrt{\frac{p}{\varphi[\sigma]}},$$

где

К – конструктивный коэффициент (табл. 4 [8]), в нашем случае 0,4;

$К_0$ – коэффициент, учитывающий наличие отверстий, в нашем случае 1;

расчетный размер [9] $D_p = d \cdot (Z)^{0,5}$, не может быть больше 2,5;

фактор отношения пролетов, коэффициент некруглости [9]: $Z = 3,4 - \frac{2,4d}{D}$, где D и d – большой (770 мм) и малый (72 мм по центрам уплотнения) размеры прямоугольной панели;

p – давление в полости;

φ – коэффициент прочности сварных швов, в нашем случае 1.

Требуемая толщина стенки $S = S_1 + C$, где C – допуск на изготовление детали, в нашем случае 0,1.

Подставив необходимые параметры, получим требуемую толщину равную 4 мм. Учитывая то, что конструктивно минимальная толщина стенки была выбрана равной 8 мм, можно гарантировать возможность безаварийной работы установки при давлениях до 0,7 МПа и рабочих температурах до 353 К с коэффициентом запаса прочности равным 2.

Более точно задачу прочности можно решить методом конечных элементов, решая систему уравнений описывающих связь в узлах элемента вычисляемых величин (перемещения, деформации, напряжения и т.д.) от свойств элемента (жесткость, прочность материала, плотность и т.д.) с помощью пакета *Solid Works Simulation* [10]:

1. Поле перемещений Δ посредством интерполяционных функций $[N]$, выражается через узловые перемещения или $\Delta = [N]\cdot\{\Delta\}$.

2. Поле деформаций ε выражается через степени свободы (перемещения) $\{\Delta\}$ посредством дифференцирования поля перемещений согласно соотношениям, собранным в матрицу $[D]$ и связывающим деформации с перемещениями $\varepsilon = [D]\cdot\{\Delta\}$.

3. С учетом уравнений состояния, в основе которых лежит закон Гука, и коэффициенты, которых образуют матрицу $[E]$, устанавливается связь сначала между полем напряжений и полем деформаций; $\sigma = [E]\cdot\varepsilon$, и напряжениями и степенями свободы в узлах $\sigma = [E]\cdot[D]\cdot\{\Delta\}$.

4. Выражения для сил $\{F\}$, действующих в вершинах элемента, в зависимости от поля напряжений σ, формулируются с использованием матрицы преобразования напряжений в узловые силы [A]; $\{F\} = [A]\cdot\{\sigma\}$.

5. Выражения для сил и перемещений в узлах $\{F\} = [k]\cdot\{\Delta\}$, где $[k] = [A]\cdot[E]\cdot[D]$ матрица жесткости конечного элемента.

6. Для придания матрице $[k]$ свойства симметрии заменяем матрицу преобразования жесткости матрицей, транспонированной к матрице преобразования перемещений в деформации $[D]$: $[k] = [D]^t\cdot[E]\cdot[D]$.

Перечисленные зависимости позволяют, зная перемещения в узлах, получить величины сил или решить обратную задачу: по силам найти перемещения, деформации и напряжения в пределах конечного элемента.

Решая перечисленные зависимости методом конечных элементов с помощью пакета *Solid Works Simulation* для начальных условий, аналогичных решению в соответствии с национальными стандартами мы получаем эпюры напряжений, изображенных на рисунке3 для подводящих и диффузионных каналов. Проведенный расчет показывает возможность безаварийной работы установки при давлениях до 0,7 МПа и рабочих температурах до 353 К с коэффициентом запаса прочности порядка 12.

Учитывая безусловную необходимость соблюдения национальных стандартов на территории Казахстана за базовые допустимые параметры работы, принимаем расчетные параметры, полученные в соответствии с национальными стандартами (запас прочности 2).

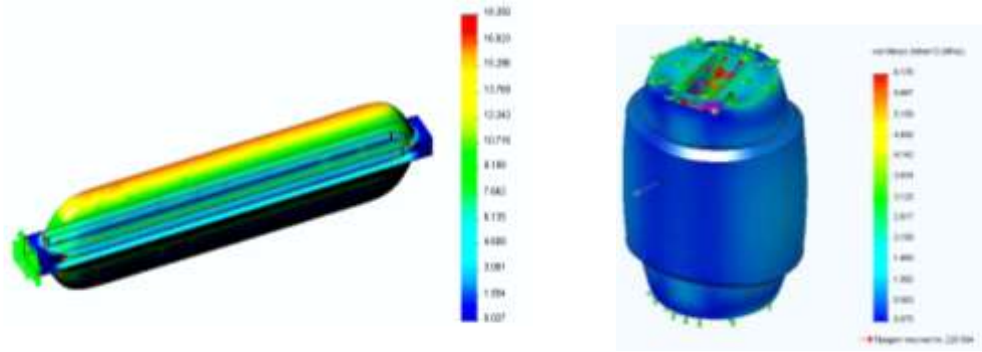
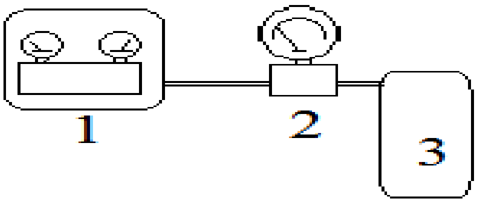


Рисунок 3- Эпюра напряжений (МПа) подводящих и диффузионных каналов

Правильность инженерных решений, принятых на основе прочностных расчетов, подтверждаются проведением гидравлических испытаний. Гидравлические испытания обосновывают возможность безопасной работы устройства при выбранных давлениях и температурах. Схема проведения гидравлических испытаний элементов устройства разделения углеводородных газов приведена на рисунке 4.



1 – гидронасос; 2 – манометр; 3 – испытуемое устройство.

Рисунок 4 - Схема проведения гидравлических испытаний

Для проведения гидравлических испытаний была выполнена сборка подводящих магистралей с имитаторами диффузионных каналов, вид которой приведен на рисунке 5.

Рисунок 5 - Сборки для проведения гидравлических испытаний
подводящих каналов и комплексных гидравлических испытаний

Были проведены гидравлические испытания верхнего и нижнего подводящих каналов, собранных вместе с помощью имитаторов диффузионных каналов, и комплексные гидравлические испытания. В соответствии с ГОСТ 52857.1 [7] испытания осуществлялись при пробном давлении 0,86 МПа (1,25 $p_{раб}$) с выдержкой 15 мин. Полученные положительные результаты подтверждают возможность безопасной эксплуатации подводящих каналов экспериментального устройства по разделению газов, содержащих углеводородные компоненты при давлениях до $p_{раб}$ = 0,7 МПа и рабочих температурах до 353 К.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Комитета Науки МОН РК № 3482/ГФ4.

1. Косов В.Н., Селезнев В.Д., Жаврин Ю.И. Эффект разделения компонентов при изотермическом смешении тройных газовых смесей в условиях свободной конвекции // ЖТФ. – 1997. – Т. 67, Вып. 10. – С. 139-140.
2. Косов В.Н., Кульжанов Д.У., Жаврин Ю.И., Красиков С.А., Федоренко О.В. Особенности разделения углеводородных изотермических газовых смесей при конвективной диффузии / Под ред. чл.- корр. НАН РК, проф. В.Н. Косова. – Алматы: MV- Принт, 2014. – 144 с.
3. Патент РК № 26884. Устройство разделения газовой смеси / Жаврин Ю.И., Косов В.Н., Красиков С.А., Федоренко О.В. // Промышленная собственность. – 2013. – Бюл. №12 б. – С. 129.
4. Патент РК № 26885. Способ разделения газовой смеси / Жаврин Ю.И., Косов В.Н., Красиков С.А., Федоренко О.В. // Промышленная собственность. – 2013. – Бюл. №12 б. – С. 129-130.
5. Инновационный патент РК №30416. Устройство для разделения газовой смеси/ Жаврин Ю.И., Косов В.Н., Красиков С.А., Федоренко О.В. // Промышленная собственность. – 2015. – № 10 (I). – С. 49.
6. Жаврин Ю.И., Косов В.Н., Красиков С.А., Шоканов А.К. Экспериментальное трехступенчатое устройство по очистке углеводородных газовых смесей от тяжелых примесей // Вестник КазНПУ, серия физ.- мат. – 2014. – №3 (51). – С. 158-166.
7. ГОСТ 52857.1-2007 Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность. Общие требования. – М.: Издательство стандартов, 2008.
8. ГОСТ 52857.2-2007 Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность. Расчет цилиндрических и конических обечаек, выпуклых и плоских днищ и крышек. – М.: Издательство стандартов, 2008.
9. ASME VIII-1(4) / Стандарт ASME по котлам и сосудам давления, VIII, Раздел-1, правила строительства сосудов давления, UG-34 Плоские днища и крышки без стяжек. Американское общество инженеров механиков. Комитет ASME по котлам и сосудам давления. Подкомитет по сосудам давления.
10. SolidWorks. Компьютерное моделирование в инженерной практике / А.А. Алямовский, А.А. Собачкин и др. – СПб.: BXB-Петербург, 2008.

Аңдатпа. *Тәжірибелік құрылғы жұмысының таңдалған параметрлері дәлелденді. Табиғи көмірсутегі бар газдардың бөлінуіне арналған тәжірибелік құрылғы модуліне өткізіген кешенді гидравликалық сынақтар сипатталған.*

Түйін сөздер: *Газдар, диффузия, қоспалар, конвекция, бөлінгіштер, құрылғы, типтік диффузиялық каналдардың ауыспалы модульдері.*

Abstract. *Comprehensive hydraulic tests of the module of experimental device for the separation of natural hydrocarbon gases are described. Chosen acceptable parameters of the action of experimental device are confirmed.*

Keywords: *Gases, diffusion, mixtures, convection, separation, separation laboratory device, replacement modules of standard diffusion channels.*

УДК 621.01

Д.А. Кинжебаева, А.С. Сарсекеева

ДИНАМИКА СИСТЕМЫ «ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ДВИГАТЕЛЬ – МЕХАНИЗМ IV КЛАССА С ВЫСТОЕМ ВЕДОМЫХ ЗВЕНЬЕВ» РЕЖИМЕ РАЗГОНА ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ

(г.Алматы, Казахский национальный педагогический университет имени Абая,
Казахский национальный университет имени аль-Фараби)

Аннотация. *В статье рассматривается электромеханическая система. Решается задача по определению неопределенных коэффициентов уравнения движения системы и тока якоря электрического двигателя постоянного тока с независимым возбуждением. Процесс работы электродвигателя состоит из трех режимов: разгон, установившийся и торможение. В этой работе исследуется режим разгона электродвигателя. Задача решается в программе Matlab. Составлена программа и получены графики неопределенных коэффициентов уравнений движения системы и тока якоря электрического двигателя.*

***Ключевые слова**: электромеханическая система, дифференциальные уравнения движения, механизм IV класса, уравнения Лагранжа второго рода с неопределенными множителями, уравнения связей, ток якоря электрического двигателя.*

1. Введение. Механизмы высоких классов с выстоем звена являются выгодными и простыми с точки зрения технического изготовления и значительно упрощают рабочие схемы, в частности систему управления ими. Механизмы с выстоями ведомых звеньев относятся к механизмам переменной структуры. Структура механизма изменяется за счет мгновенного изменения количества звеньев и кинематических пар. Анализируемый механизм может быть использован для замены кулачковых механизмов.

В монографии излагаются графоаналитические, аналитические и численные методы анализа и синтеза плоских рычажных механизмов высоких классов [1].

В данном учебном пособии изложены методы исследования и проектирования современных машин и механизмов [2].

Исследована динамика двигателя постоянного тока с независимым возбуждением, вращающего произвольный четырехзвенный механизм. Постановка задачи основана на принципах аналитической механики и приводит к уравнениям движения первого порядка, а также к уравнениям первого порядка для связей неопределенных множителей и их производных. Уравнения связей получены из уравнений соотношений скоростей, вместо общеприменяемых уравнений замыкания контура. Приведен пример. [3].

В статье приведен вывод и решение дифференциальных уравнений движения механической системы с использованием интегрированной среды Maple 10 [4].

В учебном пособии изложены основы математического моделирования динамики механизмов и машин. Освещаются основные понятия теории механизмов, особенности анализа положения и динамики сложных рычажных механизмов высоких классов [5].

2. Уравнения движения системы «электрический двигатель – механизм IV класса с выстоем ведомых звеньев» на основе уравнений Лагранжа 2 рода

Из уравнений Лагранжа получаем

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right)-\frac{\partial L}{\partial q_i}+\sum_{j=1}^{m}\left(\dot{\lambda}_j\frac{\partial \Phi_j}{\partial \dot{q}_i}+\lambda_j\left(\frac{d}{dt}\frac{\partial \Phi_j}{\partial \dot{q}_i}-\frac{\partial \Phi_j}{\partial q_i}\right)\right)=F_i, \quad i=1,...,n, \tag{1}$$

где Φ_j является функцией q_i и $\dot{q}_i$, λ_i – неопределенный множитель; q_i – обобщенная координата механизма; $\dot{q}_i$ – первая производная обобщенной координаты или угловая скорость звеньев механизма.

На рисунке 1 показан макет механизма IV класса

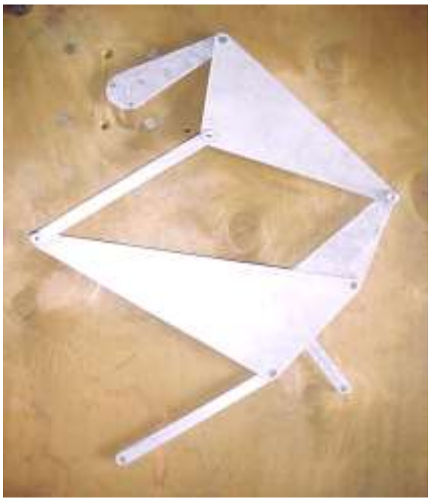


Рисунок 1 - Макет механизма IV класса

Приводной двигатель. Уравнения двигателя имеют вид

$$\dot{q}_8 = \frac{1}{L_я}\left[U_T - r_я q_8 - kp\dot{q}_1\right],$$
$$T_L = kp' q_8 - J\ddot{q}_1 - f\dot{q}_1, \qquad (2)$$

где $L_я$ – индуктивность якоря; $r_я$ – сопротивление якоря; U_T – напряжение на клеммах; $i_я$ – ток якоря; $\omega_{дв}$ – скорость двигателя; J – момент инерции ротора; f – коэффициент демпфирования ротора; T_L – момент, соответствующий координате q_1.

Ведомый механизм. В качестве ведомого механизма выбран механизм IV класса с выстоем ведомых звеньев (рис.1).

Зависимости скоростей звеньев механизма таковы:

$$\frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{\ell_1}{\ell_2}\frac{\sin(\varphi_5-\varphi_1)}{\sin(\varphi_2-\varphi_5)}\cdot\frac{d\varphi_1}{dt},\ \frac{d\varphi_3}{dt} = \frac{\ell_1}{\ell_3}\frac{\sin(\varphi_2-\varphi_1)\sin(\varphi_5-\varphi_6)}{\sin(\varphi_2-\varphi_5)\sin(\varphi_6-\varphi_3)}\cdot\frac{d\varphi_1}{dt},$$
$$\frac{d\varphi_4}{dt} = \frac{\ell_1}{\ell_4}\frac{\sin(\varphi_2-\varphi_1)\sin(\varphi_5-\varphi_7)}{\sin(\varphi_2-\varphi_5)\sin(\varphi_4-\varphi_7)}\cdot\frac{d\varphi_1}{dt},\ \frac{d\varphi_5}{dt} = \frac{2\ell_1}{\ell_5}\frac{\sin(\varphi_1-\varphi_2)}{\sin(\varphi_2-\varphi_5)}\cdot\frac{d\varphi_1}{dt}, \qquad (3)$$
$$\frac{d\varphi_6}{dt} = \frac{\ell_1}{\ell_6}\frac{\sin(\varphi_2-\varphi_1)\sin(\varphi_3-\varphi_5)}{\sin(\varphi_2-\varphi_5)\sin(\varphi_6-\varphi_3)}\cdot\frac{d\varphi_1}{dt},\ \frac{d\varphi_7}{dt} = \frac{\ell_1}{\ell_7}\frac{\sin(\varphi_2-\varphi_1)\sin(\varphi_4-\varphi_5)}{\sin(\varphi_2-\varphi_5)\sin(\varphi_4-\varphi_7)}\cdot\frac{d\varphi_1}{dt}$$

Здесь и далее используются следующие выбранные обобщенные координаты:

$$q_1 = \varphi_1;\ q_2 = \varphi_2;\ q_3 = \varphi_3;\ q_4 = \varphi_4;\ q_5 = \varphi_5;\ q_6 = \varphi_6;\ q_7 = \varphi_7;\ q_8 = i_я. \qquad (4)$$

Энергия механизма. Кинетическая энергия механизма IV класса запишется

$$T = \frac{1}{2}\Big[I_1\dot{q}_1^2 + I_2\dot{q}_2^2 + I_3\dot{q}_3^2 + I_4\dot{q}_4^2 + I_5\dot{q}_5^2 + I_6\dot{q}_6^2 + I_7\dot{q}_7^2 + m_2\left(\ell_1^2\dot{q}_1^2 + \ell_{S_2}^2\dot{q}_2^2 + 2\ell_1\ell_{S_2}\dot{q}_1\dot{q}_2\cos\left(-q_1+q_2+\theta_2\right)\right) +$$
$$+ m_3\left(\ell_2^2\dot{q}_2^2 + \ell_{S_3}^2\dot{q}_3^2 + 2\ell_2\ell_{S_3}\dot{q}_2\dot{q}_3\cos\left(-q_2+q_3+\theta_3\right)\right) + m_4\left(\ell_3^2\dot{q}_3^2 + \ell_{S_4}^2\dot{q}_4^2 + 2\ell_3\ell_{S_4}\dot{q}_3\dot{q}_4\cos\left(-q_3+q_4+\theta_4\right)\right) +$$
$$+ m_5\left(\ell_5^2\dot{q}_5^2 + \ell_{S_2}^2\dot{q}_2^2 + 2\ell_5\ell_{S_2}\dot{q}_2\dot{q}_5\cos\left(-q_2+q_5+\theta_5\right)\right)\Big]. \qquad (5)$$

Уравнение потенциальной энергии механизма IV класса имеет вид

$$V = m_1 g\ell_{S1}\sin(q_1+\theta_1) + m_2 g\left(\ell_1 \sin q_1 + \ell_{S_2}\sin(q_2+\theta_2)\right) + m_3 g\left(\ell_2\sin q_2 + \ell_{S_3}\sin(q_3+\theta_3)\right) +$$
$$+ m_4 g\left(\ell_3\sin q_3 + \ell_{S_4}\sin(q_4+\theta_4)\right) + m_5 g\left(\ell_2\sin q_2 + \ell_{S_5}\sin(q_5+\theta_5)\right) +$$
$$+ m_6 g\left[\ell_{S_6}\sin(q_6+\theta_6) + \ell_{KO}\sin\Theta_1\right] + m_7 g\left[\ell_{S_7}\sin(q_7+\theta_7) + \ell_{KO_1}\sin\Theta_2 + \ell_{OO_1}\sin\Theta_3\right]. \tag{6}$$

Уравнения состояния.

$$p_1 = \dot q_1;\ p_2 = \dot q_2;\ p_3 = \dot q_3;\ p_4 = \dot q_4;\ p_5 = \dot q_5;\ p_6 = \dot q_6;\ p_7 = \dot q_7. \tag{7}$$

Уравнения

$$\begin{gathered}
A_1\dot p_1 + B_1\dot p_2 + C_1\dot\lambda_1 + D_1\dot\lambda_2 + F_1\dot\lambda_3 + L_1\dot\lambda_4 + M_1\dot\lambda_5 + N_1\dot\lambda_6 + E_1 = 0,\\
B_1\dot p_1 + A_2\dot p_2 + B_2\dot p_3 + B_5\dot p_5 + C_2\dot\lambda_1 + E_2 = 0,\\
B_2\dot p_2 + A_3\dot p_3 + B_4\dot p_4 + D_3\dot\lambda_2 + E_3 = 0,\\
B_4\dot p_3 + A_4\dot p_4 + F_4\dot\lambda_3 + E_4 = 0,\\
B_5\dot p_2 + A_5\dot p_5 + L_5\dot\lambda_4 + E_5 = 0,\\
A_6\dot p_6 + M_6\dot\lambda_5 + E_6 = 0,\\
A_7\dot p_7 + N_7\dot\lambda_6 + E_7 = 0.
\end{gathered} \tag{8}$$

$$\dot p_1 - \frac{1}{G_i}\cdot\dot p_i = -\frac{\dot G_i}{G_i}p_1 = -H_i,\ i=\overline{2,7}.$$

составляют линейную систему уравнений относительно переменных $\dot p_1 \div \dot p_7$, $\dot\lambda_1 \div \dot\lambda_6$ или в матричном виде:

$$\left|A_{p,\lambda}\right| = \begin{vmatrix}
A_1 & B_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_1 & D_1 & F_1 & L_1 & M_1 & N_1\\
B_1 & A_2 & B_2 & 0 & B_5 & 0 & 0 & C_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & B_2 & A_3 & B_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_3 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & B_4 & A_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_4 & 0 & 0 & 0\\
0 & B_5 & 0 & 0 & A_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_5 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_6 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_7\\
1 & J_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
1 & 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
1 & 0 & 0 & J_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
1 & 0 & 0 & 0 & J_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix}\dot p_1\\ \dot p_2\\ \dot p_3\\ \dot p_4\\ \dot p_5\\ \dot p_6\\ \dot p_7\\ \dot\lambda_1\\ \dot\lambda_2\\ \dot\lambda_3\\ \dot\lambda_4\\ \dot\lambda_5\\ \dot\lambda_6\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}-E_1\\ -E_2\\ -E_3\\ -E_4\\ -E_5\\ -E_6\\ -E_7\\ -H_2\\ -H_3\\ -H_4\\ -H_5\\ -H_6\\ -H_7\end{vmatrix}, \tag{9}$$

где для удобства введено

$$J_2 \equiv -\frac{1}{G_2};\ J_3 \equiv -\frac{1}{G_3};\ J_4 \equiv -\frac{1}{G_4};\ J_5 \equiv -\frac{1}{G_5};\ J_6 \equiv -\frac{1}{G_6};\ J_7 \equiv -\frac{1}{G_7}.$$

Добавляя уравнения двигателя, получаем двадцать одно дифференциальное уравнение первого порядка (тринадцать из которых нелинейны), описывающих систему «двигатель –многозвенник»:

$$\dot x = f(x),$$

где

$$x^T = \left[q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, q_8\right]$$

Первые семь уравнений системы таковы:

$$\dot{q}_1 = p_1,\ \dot{q}_2 = p_2,\ \dot{q}_3 = p_3,\ \dot{q}_4 = p_4, \dot{q}_5 = p_5,\ \dot{q}_6 = p_6,\ \dot{q}_7 = p_7,$$

добавим к ним уравнения для угловых скоростей механизма $\dot{p}_1 \div \dot{p}_7$, уравнения для множителей Лагранжа $\dot{\lambda}_1 \div \dot{\lambda}_6$, приведенные ниже, и уравнение для тока

$$\dot{q}_8 = \left[U_я - r_я q_8 - kpp_1\right] / L_я \ . \quad (10)$$

Пример. Уравнения проинтегрированы с помощью схемы Рунге-Кутта четвертого порядка (ode45) при разгоне. Заметим, что начальные значения λ не требуются. Анализ коэффициентов уравнений (8) показывают, что при *t=0*в силу $p_1(0) = \omega_1(0) = 0$ все члены, содержащие неопределенные множители, равны нулю.

Физические характеристики механизма. Пример механизма показан на рисунке 1. В расчетах менялись демпфирование и суммарный момент инерции ротора и ведущего звена. Первоначальные параметры механизма приведены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры механизма

Звено	KE	OA	ED	EP	PD	BD	AD	AB
Длина звена l_{ij},м	0,04	0,05	0,09	0,041	0,072	0,04	0,06	0,03
ℓ_{S_i}, м	0,02	0,025	0,045	0,0205	0,036	0,02	0,03	0,015
Звено	CB	PN	NB	NC	O_1C	KO	KO_1	OO_1
Длина звена, l_{ij}, м	0,047	0,072	0,115	0,1	0,065	0,1425	0,1525	0,0875
ℓ_{S_i}, м	0,024	0,036	0,0575	0,05	0,0325	0,0712	0,076	0,0437
Номер звена		1	2	3	4	5	6	7
Момент инерции звена I_i *10^{-4} кг·м^2		1,28	80	21,97	176	3,73	2,5	5,49

Физические характеристики двигателя. Выбранный двигатель имеет следующие данные: *kp=0,678 Н·м/А =0,678 В·с; rя=0,4 Ом; r=0,125 м; Lя=0,05 Гн; J=0,0565 Н·м·с*^{2}, *D=0,226 Н·м·с* (коэффициенты демпфирования ротора и ведущего звена объединены). Рабочее напряжение *Uя=15 В* при нулевом начальном токе якоря $i_a(0) = 0$.

Результаты. На рис. 2 показан соответствующий график потребляемого тока в процессе разгона. Величина ток якоря составляет *12 А* за 0,1 с.

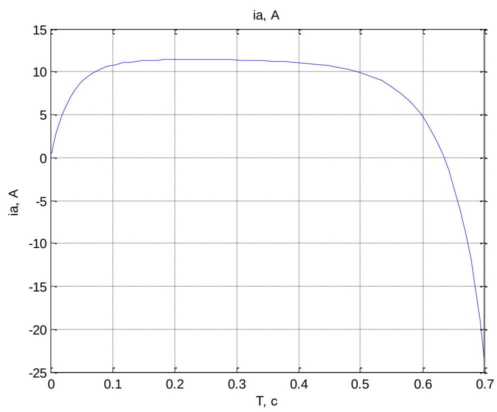


Рис. 2. Ток якоря

На рис. 3 приведены графики зависимостей неопределенных множителей от времени. Множители характеризуют реакции связей и возрастают до максимума по мере приближения системы к стационарному состоянию. Отрицательный знак у неопределенных множителей Лагранжа говорит о смене направления движения звеньев механизма.

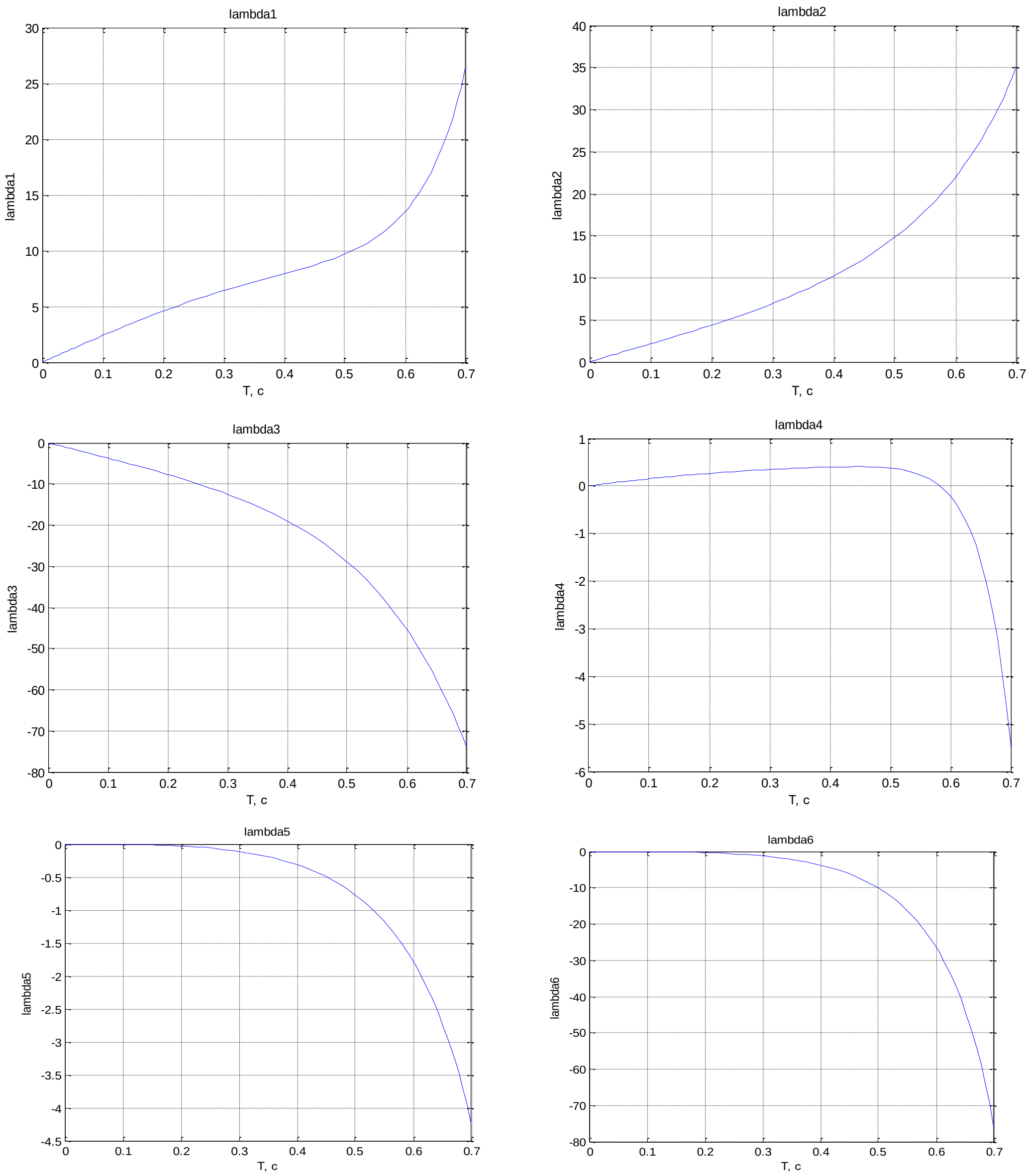


Рисунок 3 - Множители Лагранжа

4. Выводы. Предложенный в работе [3] метод избыточных дифференциальных уравнений, вероятно, может быть применен к описанию этой задачи четырьмя уравнениями, но здесь использованы восемь уравнений (плюс одно для двигателя). Однако общая эффективность вычислений зависит от многих факторов (например, среднего шага по времени, выбора контролирующих ошибку параметров числа оцениваемых производных по времени и т.д.). Множители характеризуют реакции связей и возрастают до максимума по мере приближения системы к стационарному состоянию.

1. Джолдасбеков У.А. Теория механизмов высоких классов, Алматы: Ғылым. 2001. 427 с.

2. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. М.: Наука. 1990. 592с.
3. Майкбаст, А. 1982. Dynamic Response of an Electric Motor-Linkage System During Start, J. Mech.Des.104(1): 137-142. http://dx.doi.org/10.1115/1.3256303.
4. Дракунов, Ю. М.; Тулешов, А.К.; Воронкова, Л.И. Вывод и решение дифференциальных уравнений движения механической системы с использованием интегрированной среды Maple 10.Наука, техника, технология. Бишкек: 2007. С. 55-58.
5. Молдабеков М.М.; Тулешов А.К., Уалиев Г., Математическое моделирование динамики механизмов и машин, Almaty: KazakhUniversity. 1998. 204 с.

Аңдатпа. *Мақалада электромеханикалық жүйесі қарастырылған. Тәуелсіз қоздырумен тұрақты тоқ электр қозғалтқыштың зәкір тоғы мен жүйенің қозғалыс теңдеулерінің анықталмаған коэффициенттерін анықтау мәселесі шешілген. Электр қозғалтқышының жұмыс процесі үш тәртіптен тұрады: жеделдету, орнықты және тежелу. Бұл мақалада электр қозғалтқыштың жеделдету тәртібі зерттелген. Мәселе Matlab бағдарламасында шешілген. Бағдарлама құрастырылған және электр қозғалтқыштың зәкір тоғы мен жүйенің қозғалыс теңдеулер анықталмаған коэффициенттерінің графиктері алынған.*

Түйін сөздер: *электромеханикалық жүйе, қозғалыс дифференциалдық теңдеулері, IV класты механизмі, белгісіз көбейткіштерімен екінші текті Лагранж теңдеулері, байланыс теңдеулері, электр қозғалтқыштың зәкір тоғы.*

Abstract. *In this article electromechanical system is considered. The problem of determining the indefinite coefficients of the motion equation of systems and current of the anchor of constant current electric motor with independent excitation is solved. The process of work of the motor consists of three modes: acceleration, steady and braking. In this paper the motor acceleration mode is investigated. The problem in Matlab program is solved. The program is made up and the graphs of indefinite coefficients of the motion equations of system and current of the anchor of electric motor are obtained.*

Keywords: *the electromechanical system, differential equations of motion, IV class mechanism, the second type Lagrange equations with indefinite multipliers, constraint equations, current of the anchor of electric motor.*

УДК 551.507.362.2

Ж.М. Омиржанова, М. Елгондина, Н.Б. Калиева*, Г.Е. Ибраев**

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ВРАЩЕНИЯ СПУТНИКА ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ И РАЗМЕРА ОТ МАГНИТНЫХ МОМЕНТОВ

(г. Алматы, Казахский национальный университет имени аль-Фараби,
*- докторант, **- магистрант)

Аннотация. *В связи с быстрыми темпами развития космических технологии, в космическом пространстве в последние годы растет количество не функционирующих искусственных объектов и их фрагментов. На сегодняшний день проблема утилизации космического мусора является весьма актуальной из-за возможности столкновения этих объектов с действующими космическими аппаратами и в следствии выхода их из строя. В статье рассматривается как одно из возможных решений проблемы космического мусора и загрязнение космического пространства, запуска достаточно сильно намагниченного спутника и исследования его динамики, а именно динамики его вращения из-за «прилипающих» к нему частиц. Результаты исследования были реализованы в среде Maple, в частности были получены изменения угловой скорости и ускорения при различных значениях внутренного магнитного момента.*

Ключевые слова: *космический мусор, спутник переменной массы, магнитный момент,*

вращательное движение спутника, магнитное поле Земли.

Проблема засорения околоземного пространства объектами искуственного происхождения, т.е. космического мусора, приобрела особую актуальность в последние 5-10 лет. В настоящее время численность космического мусора, достигла такой величины, что становится неразумно не считаться с реальной опасностью повреждения дорогостоящей космической техники от возможных столкновений с техногенными орбитальными частицами или даже с более крупными фрагментами. Проблема усугубляется особенно для случаев пилотируемых космических полетов, когда к их безопасности предъявляются более жесткие требования. Эта проблема приобретает особую актуальность при исследовании безопасного функционирования долгосрочных орбитальных станций. Размеры подобных конструкций очень велики, что увеличивает вероятность столкновения с ними частиц и даже крупных фрагментов космического мусора. Вероятность столкновения также увеличивается вследствие больших сроков активного существования орбитальных станций, исчисляемых уже десятилетиями.

В настоящее время концентрация частиц космического мусора пока не достигла критической. Однако мелкие частицы, которых на орбитах громадное количество, способны существенно снизить характеристики космического аппарата и его систем. Например, в облаке таких частиц оптика «мутнеет», солнечные батареи «стареют», поверхность конструкции аппарата «эрозирует», фоно-целевая обстановка воспринимается неадекватно действительности и т.д. Эти явления доказывают, что исследования засоренности космоса актуальны уже сегодня.

Статья рассматривает как одно из возможных решений данной проблемы, запуска достаточно сильного намагниченного спутника и исследования его динамики, а именно динамики его вращения из-за «прилипающих» к нему частиц [1].

Постановка задачи. Пусть намагниченный аппарат движется по орбите, эксцентриситет которого близок к окружности. Введем геоцентрическую систему координат - *OXYZ*, ось *Z* которой совпадает с осью вращения Земли и систему координат *Gxyz,* оси которой направлены по главным центральным осям инерции спутника (рисунок 1).

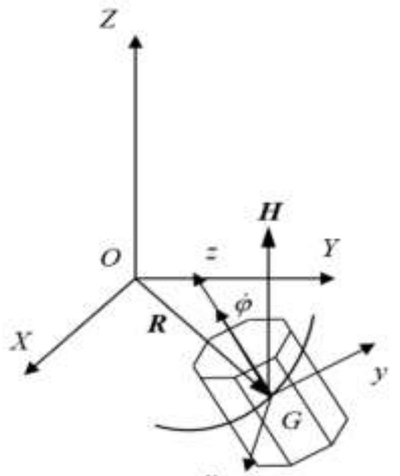


Рисунок 1.Системы координат при движении космического аппарата относительно центра масс

Тогда движение намагниченного спутника относительно центра масс можно описывать

$$\begin{aligned}
&p = \dot{\psi}\sin\theta\sin\varphi + \dot{\theta}\cos\varphi,\\
&q = \dot{\psi}\sin\theta\cos\varphi - \dot{\theta}\sin\varphi,\\
&r = \dot{\psi}\cos\theta + \dot{\varphi},\\
&A\dot{p} + (C-B)qr = M_x,\\
&B\dot{q} + (A-C)rp = M_y,\\
&C\dot{r} + (B-A)pq = M_z.
\end{aligned} \tag{1}$$

Решение задачи. Рассмотрим динамику космического аппарата относительно центра масс, а именно случай вращения намагниченного спутника вокруг одной оси. Для начала будем считать что масса спутника есть величина постоянная, соответственно постоянной будет и момент инерции космического аппарата.

Пусть спутник расположен на средней орбите (порядка около 1000 км), тогда основными возмущениями можно считать гравитационные и магнитные воздействия. Так как размеры спутника малы по сравнению с расстоянием до центра притяжения, гравитационным моментом также можно пренебреч [3]. Т.е.

$$\sum_{i=1}^{n} \bar{M}_i = \bar{M}_{магн}. \tag{2}$$

Учитывая что вращение происходит только по одной оси уравнения Эйлера (1) и (2) можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned}
&p = 0,\ q = 0,\ r = \dot{\varphi},\\
&C\dot{r} = M_{z\,магн}.
\end{aligned} \tag{3}$$

Магнитный момент есть сумма магнитного момента возникающего из-за наличия токовых систем и намагничивания оболочки спутника в магнитном поле Земли [4]. То есть

$$\begin{aligned}
&\bar{I}_0 = \bar{k}' I_0,\\
&\bar{I}_1 = \frac{\mu_0 - 1}{4\pi} V\left(\bar{H}\cdot\bar{k}'\right)\bar{k}',\\
&\bar{M}_{магн} = \bar{H}\times\left(I_0 + \frac{\mu_0 - 1}{4\pi} V\left(\bar{H}\cdot\bar{k}'\right)\right)\bar{k}'.
\end{aligned} \tag{4}$$

где $\bar{I}_0$ - внутренний магнитный момент, $\bar{I}_1$ - момент намагничивания оболочки космического аппарата соответсвенно, μ_0-магнитная проницаемость, V - объем оболочки спутника, H - величина напряженности магнитного поля Земли.

Учитывая

$$\bar{H}\cdot\bar{k}' = Hk\cos\beta, \beta = 0^0, \tag{5}$$

получим

$$C\dot{r} = H\left(I_0 + \frac{\mu_0 - 1}{4\pi} VH\right). \tag{6}$$

Так как угол между вектором напряженности Земли (принята модель прямого диполя) [3] и осью вращенияспутника равен нулю, т.е. $\beta = 0^0$, где $H = \frac{\mu_e}{R^3}$, а μ_e - величина магнитного момента Земного поля, тогда уравнение (6) приметследующий вид

$$\dot{r} = \frac{1}{C}\frac{\mu_e}{R^3}\left(I_0 + \frac{\mu_0 - 1}{4\pi} V\frac{\mu_e}{R^3}\right). \tag{7}$$

Анализ полученных результатов. Для расчетов и анализа рассмотрим экваториальный (наклонение орбиты $i = 0^0$)спутникв форме правильного восьмигранника. Начальная масса - 100 кг,длина ребра –0,5 м,высота - 1 м.

Учитывая, что масса и размеры спутника переменные, высчитав момент инерции согласно теореме Гюйгенса-Штейнераи подставив в (7), получим

$$\dot{r}(t) = \frac{1}{m(t)\left(a(t)\right)^2\left(\frac{9}{2}+\frac{2}{9}\left(15+\left(3+\sqrt{5}\right)^2\right)\right)}\frac{\mu_e}{R^3}\left(I_0+\frac{\mu_0-1}{4\pi}V\frac{\mu_e}{R^3}\right). \quad (8)$$

Подставив значения в (8), и учитывая, что масса и размеры спутника величины переменные, при разных значениях внутренних магнитных моментов можно получить графики зависимости вращения спутника от магнитных моментов (рисунки 2-7).

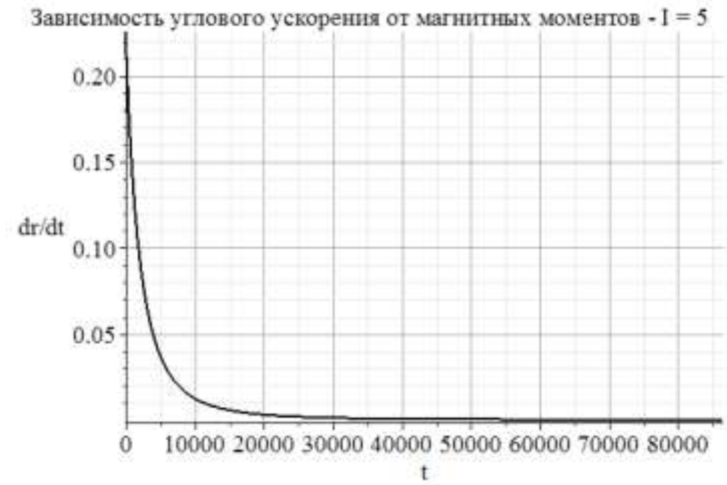


Рисунок 2 – График изменения углового ускорения спутника при постоянных магнитных моментах где масса и размер есть функции линейно зависящие от времени при внутренном магнитном моменте $I_0 = 5\ A \cdot м^2$

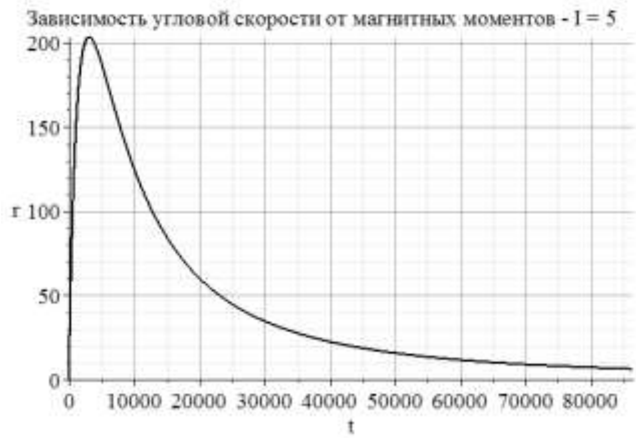


Рисунок 3 – График изменения угловой скорости спутника при постоянных магнитных моментах где масса и размер есть функции линейно зависящие от времени при внутренном магнитном моменте $I_0 = 5\ A \cdot м^2$

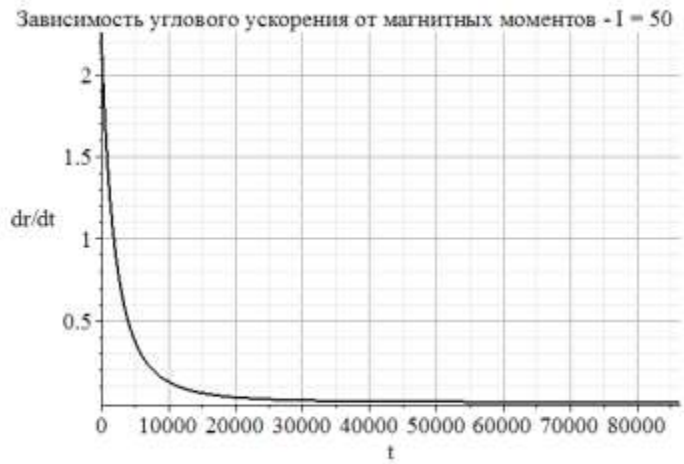


Рисунок 4 - График изменения углового ускорения спутника при постоянных магнитных моментах где масса и размер есть функции линейно зависящие от времени при внутреннем магнитном моменте $I_0 = 50\ A \cdot м^2$

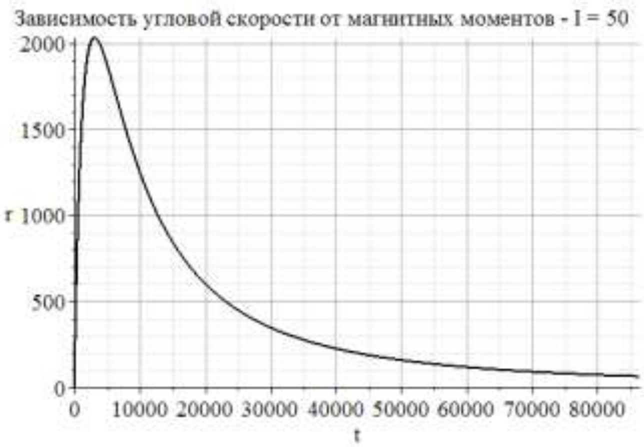


Рисунок 5 – График изменения угловой скорости спутника при постоянных магнитных моментах где масса и размер есть функции линейно зависящие от времени при внутреннем магнитном моменте $I_0 = 50\ A \cdot м^2$

Рисунок 6 - График изменения углового ускорения спутника при постоянных магнитных моментах где масса и размер есть функции линейно зависящие от времени при внутреннем магнитном моменте $I_0 = 100\ A \cdot м^2$

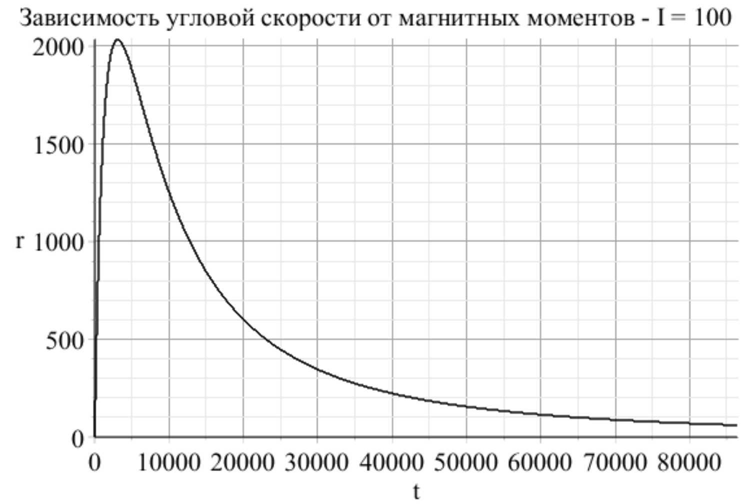


Рисунок 7 - График изменения угловой скорости спутника при постоянных магнитных моментах где масса и размер есть функции линейно зависящие от времени при внутреннем магнитном моменте $I_0 = 100\ A \cdot м^2$

Выводы. По полученным результатам можно заключить, что скорость вращения спутника относительно центра масс за одну треть первого оборота (т.е. 2000 с) достигает своего пика, при этом далее видим что за 2 полных оборота вокруг Земли, т.е. примерно за 12600 с скорость существенно замедляется, и что со временем становиться величиной постоянной. Объяснить это можно конечно же действием «прилипающих» частиц, где реактивными силами этих частиц мы пренебрегаем из-за их незначительной массы. К тому же скорость вращения зависит от внутренного магнитного момента. То есть, чем меньше внутренний магнитный момент, тем стремительней падает скорость вращения. Отсюда можно заключить что быстрое вращение спутника обусловливается более большим магнитным моментом, что естественно требует более больших затрат.

Масса и размеры спутника значения переменные, а именно меняются как функции линейно зависящие от времени. То есть, $a(t) = a_0 + a_1 t$ и $m(t) = m_0 + a_2 t$ где a_1 и a_2 коэффициенты, а a_0 и m_0 начальные значения размера и массы. Стоит учесть что мы в качестве главного меняющегося параметра размера приняли ребро космического аппарата.

Также следует учесть, что данный анализ был произведен на короткий промежуток времени.Далее для полного исследования динамики вращения и изменения высоты космического аппарата необходимо учитывать дополнительные возмущающие факторы.

1 Иванов В.Л., Меньшиков В.А., Пчелинцев Л.А., Лебедев В.В. Космический мусор, проблемы и пути ее решени, т.1. М.: Патриот, 1996.
2 Маркеев А.П. Теоретическая механика. М.:ЧеРо, 1999.
3 Белецкий В.В. Движение спутника относительно центра масс в гравитационном поле. Издательство Московского университета, 1975.
4 Белецкий В.В., Хентов А.А. Вращательное движение намагниченного спутника. М.: Наука, 1985.

Аңдатпа. *Ғарыштық технологияның қарыштап дамуына байланысты, соңғы жылдары ғарыш кеңістігінде істен шыққан жасанды нысандар мен олардың бөліктерінің саны артуда. Бүгінгі таңда ғарыштық қоқысты жою өте өзекті мәселе болып табылады, себебі бұл нысандардың жұмыс істеп тұрған ғарыш аппараттармен соқтығысып, істен шығару қаупі бар. Мақалада ғарыштық қоқыс мәселесінің бір шешімі ретінде жеткілікті магниттелген серікті ұшыру ұсынылған және оның оған «жабысатын» бөлшектер әсерінен айналу* *динамикасы зерттелген. Зерттеу нәтижелері Maple бағдарламасында жүзеге асты, ішкі магниттік моменттердің әртүрлі мәндерінде бұрыштық жылдамдық пен үдеулердің өзгерісі анықталды.*

Түйін сөздер: *ғарыштық қоқыс, массасы айнымалы серік, магниттік момент, серіктің айналмалы қозғалысы, Жердің магнит өрісі.*

Abstract. *In recent years, due to the rapid development of space technology in outer space the number of non-functioning of artificial objects and their fragments is increasing. Today the problem of utilization of debris is very relevant because of the possibility of collision of the objects with operational spacecraft and as a consequence of the release of their failure. The paper is considered launching strongly enough magnetized satellite as one of the possible solutions to the problem of space debris and pollution of outer space, and study its dynamics, namely the dynamics of its rotation due to "stick" to it particles.The results of research was implemented in Maple software, in particular the change of the angular velocity and acceleration for different values ofinternal magnetic moments are obtained.*

Keywords*: space debris, satellite with variable mass, magnetic moment, rotational motion of satellite, Earth’s magnetic field.*

ӘОЖ 538.9:004.738.5

Т. Сапарбаев, Э.О. Құткелдиева

ФИЗИКА КУРСЫНЫҢ «ТҰТАС ОРТА МЕХАНИКАСЫ НЕГІЗДЕРІ» ТАРАУЫН ОҚЫТУДЫҢ ЖАҢА ТЕХНОЛОГИЯЛАРЫ

(Астана қ., Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, магистрант)

Аңдатпа. *Зерттеуде ҚР-нің жалпы білім беретін орта мектеп, кәсіптік-техникалық және жоғары оқу орындарының бағдарламаларымен оқулықтары, оқу-әдістемелік құралдары және Интернет желісіндегі арнайы бағдарламалар талқыланды. Сонымен қатар негізгі ұғымдарымен физикалық шамаларына ғылыми талдау жасалды. Физика курсының «Тұтас орта механикасы негіздері» бөліміндегі тақырыптар қарастырылып, білім берудің кемшіліктері мен жетістіктері анықталды.*

Стокс әдісімен сұйықтың тұтқырлық коэффициентін анықтауда виртуалды зертханалық жұмыс құрастырылып, оны қолдану сипаттамасы жазылды. Көзделген тақырып ПБҚ-мен толықтырылды және жетілдірілді, оны орындау әдістемесі қазақ, орыс және ағылшын тілдеріне аударылды.

Түйін сөздер: *сұйықтар, шарлар, сұйықтың тұтқырлық коэффициенті, бағдарламалар, тәжірибелер, виртуалды зертханалық жұмыс, анимациялар.*

Қазақстан Республикасында білім беруді дамытудың 2011 – 2020 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасында «Ақпараттық-коммуникациялық технологияларды (бұдан әрі АКТ) – педагогтардың құзыреттіліктерін қамтамасыз ету үшін электрондық оқыту жүйесін пайдаланушыларды ұйымдастыру және даярлау, сонымен қатар, олардың біліктілігін арттыру қажет» деп көрсетілген [1].

Болашақ инженер-техник және медицина саласындағы мамандарға физикадан білім беруде ақпараттық технологиялар (АТ) мен бірге жаңа педагогикалық технологияларды (ЖПТ), виртуалды зертханалық жұмыс (ВЗЖ) -тар, физикадан тәжірибелер мен процесстерді компьютер көмегімен модельдеп оқыту анағұрлым болашағы бар актуалды мәселелерден бірі болып табылады. Виртуалды – анимациялық компьютерлік модельдер мұғалімге компьютер экранында көптеген физикалық эффекттермен процесстерді қайталап көрсетуіне, студенттердің жаңа дәстүрлі емес оқу іс - әрекетін ұйымдастыруға мүмкіндіктер береді. Студенттер оқытушының жетекшілігімен немесе өздігінен физика сабағынан зертханалық жұмыстарды орындау кезінде физикалық шамаларды өлшеу әдістерімен, тәжірибелер мен процесстерді зерттеумен, өз бетімен физикалық құралдардан да пайдаланады және оларды құрастыру жолдарымен танысады, өздігінен тәжірибе жұмысын жүргізуге мүмкіндік алады.

Қазіргі таңда дәрістік және зертханалық сабақтардың көбі физиканы үйренуге арналған әртүрлі педагогикалық бағдарламалық құралдарды (ПБҚ) немесе физика бойынша ВЗЖ-ды жетілдіруге бағытталған болып, мұнда олар компьютерлік бағдарламалардің көмегімен өткізіледі. Заманауи ғылымның даму сатысында оның әдістемелік бағытталуы ғылыми ойлау стилінің беделді ерекшелігі болып келеді. Есептеу құралдармен ПБҚ-ның қарқынды дамуына сай көзделген пәнді оқыту бойынша кейбір зертханалық жұмыстар, программаланған виртуалды – анимациялық технологиялармен жүргізіледі. Физикалық құбылыстар, тәжірибелер менен процесстердің математикалық және физикалық модельденуі қарқынды дамып, білім берудің негізгі әдістемелік тәсілдерінің біріне айналып келеді. Сол себепті, физиканың заманауи дамуы кезеңінде дәстүрлі таным әдістермен қатар оның жаңа құрылымы да танылған болып есептеледі.

Оқу процессіндегі анимациялық ВЗЖ-тард оқытушы басқаруымен болашақ инженер-техник, дәрігер мамандарға төмендегі мүмкіншіліктерді береді:

- тәжірибелік құрал-жабдықтардың қауіптілігінен сақтандырады;
- түрлі дәрежедегі күрделі құбылыстарды қайталап көре біледі;
- нысан параметрлерінің өзгеруін көре алады;
- күрделі техникалық тәжірибелерді экологиялық таза орындайды;
- қалыпты жағдайда қан тұтқырлығын анықтайды.

Сондай-ақ, кәсіптік-техникалық және жоғарғы оқу орындарында физика бойынша білім берудің жаңа әдістемесінің дамуымен жаңалануы әртүрлі бағыттарда жүргізіліп келеді. Бір-бірінен көлемі, құрылымы мен мазмұны бойынша ерекшеленетін әртүрлі бағдарламалардың пайда болуы, заманауи АТ мен ЖПТ-дің оқу процесін компьютерлендіру идеясы физикадан білім беру әдістемесіне өз әсерлерін тигізеді. Дегенмен, ВЗЖ толығымен физикалық зертхананы ауыстыра алмайды, бірақ бірін-бірі өздігінен толықтырады. Оларды орындауға көп уақыт кетпейді, сондықтан белгіленген тақырыптағы шынайы эксперименттерге, виртуалды-анимациялық түрдегі жұмыс, қосымша тапсырма ретінде де ұсынылуы мүмкін.

Физика курсының оқулықтары менен бағдарламаларына, сонің ішінде сұйықтың тұтқырлық коэффициентін анықтауға арналған тақырыптарға талдау жасағанымызда, жалпы білім беретін орта мектептің 10 сынып жаратылыстану-математика бағытына арналған оқулықтың «Сұйықтар мен газдардың қозғалысы» тарауында «Тұтқыр сұйық» [2, б.100-101], қоғамдық-гуманитарлық бағытына арналған оқулықтың «Сұйықтар мен газдардың қозғалысы» тарауында «Тұтқыр сұйықтың ағысы» тақырыптарынан сұйықтың тұтқырлығын анықтауға болатыны туралы алғашқы мәліметтерді мектеп табалдырығынан игереді [3, б.80-82]. Бірақ бұл тақырыптарға арналған зертханалық жұмыстар мектеп оқулықтарында кездеспейді. Сұйық қозғалысының заңдылықтары, ламинарлы және турбулентті ағыстың түрлері, сондай-ақ, сұйықтардағы молекулалық құбылыстар, молекулалық қысым, Стокс заңы, сұйықтардың тұтқырлық коэффициенті, ішкі үйкеліс күштері туралы анықтамаларды ЖОО-ның техникалық бағыттағы мамандықтары білім алушы студенттермен магистранттары терең түрде дәстүрлі және дәстүрлі емес әдістермен оқу типтік бағдарлама бойынша үйренеді.

Студенттерге арналған оқулықтарға зерттеулер жүргізгенімізде болашақ мамандар, Т.Бижігітовтің «Жалпы физика курсы» оқулығындағы «Тұтас орталар механикасының элементтері» тарауында «Тұтқырлық және оны анықтаудың әдістері» тақырыбы [4, б.211-217], Ж.Абдулаевтың «Механикаға кіріспе» оқулығындағы «Сұйықтың қозғалысы» тарауында «Тұтқыр сұйықтың қозғалысы» және «Стокс заңы» тақырыптары [5, б.66-72], Ж.Ақылбаев, В.Гладков, Л.Ильина, А.Тұрмұхамбетов «Механика» оқулығындағы «Тұтас орта механикасының негіздері» тарауы бойынша «Ішкі үйкеліс күштері», «Құбырдағы тұтқыр сұйықтың ағысы» тақырыптары [6, б.265-269], «Механика» бөліміне арналған«Жалпы физикалық практикум» оқулығындағы «Сұйықтың тұтқырлығын Стокс әдісімен анықтау» зертханалық жұмысы [7, б.129-137], Н.Қадіров, Н.Қойшыбаев «Механика. Молекулалық физика» оқулығындағы «Сұйықтар мен газдардың қозғалысы» тарауында «Тұтқырлық. Пуазейль өрнегі» [8, б.127-131] тақырыптары бойынша тереңірек қарастырып кетеді.

Интернет желісіндегі физика пәнін оқытуға арналған электронды оқулықтарға, физика бойынша ғылыми эксперименттерге, интерактивті ресурстар жинағымен т.б. қызықты материалдарға, сондай-ақ, физика оқытушыларына арналған, физикалық процесстерді түсіндіруге көмек бере алатындай, көруге және көшіріп алуға болатындай мәліметтермен жабдықталған материалдарына талдау жүргізілді. Физика курсының *«Тұтас орта механикасы негіздері»* бөлімін оқытуға тиісті жаңа АТ-ды қолданудың мүмкіндіктері, ВЗЖ-тар мен анимациялар, электронды оқулықтарға талдау жасағанымызда төмендегі мәліметтер анықталды. Мұнда:

– Физика бойынша және басқа да пәндерге арналған электронды танымдық қорлар (http://www.umu.ukgu.kz/book/);

– мектепке қабырғасына арналған әртүрлі пәндер бойынша электронды қорлар (http://gdegde.kz/elektronnye_uchebniki_kargtu); Бұл сайтта физика саласынан теориялық механика бойынша ғана электронды оқулықтар мен анимацияларды кездестіруге болады;

– жалпы білім беретін орта мектеп оқушыларына және ЖОО-ның студенттеріне арналған http://barsic.spbu.ru/www/lab_dhtml/ сайтта жалпы физиканың барлық тарауларының негізгі заңдылықтарына ВЗЖ жасалынған. Бірақ, бұл сайтта сұйықтардың тұтқырлық коэффициентін анықтауға байланысты бірде-бір жұмыс көрсетілмеген;

– физика бойынша және басқа да пәндерге арналған (http://www.umu.ukgu.kz/book/) электронды танымдық қордың ішіндегі мына сілтемеде http://www.kaznpu.kz/docs/disert/disser_Sharm.pdf виртуалды аспаптарды мұғалім демонстрациялық құрал-жабдықтар болмаған жағдайда ғана пайдалану керектігіне тоқталады;

– физика пәніне арналған сайт. Анимациялар австралиялық аниматормен жасалған (http://physics1.ucoz.net/); Бұл жерден тек оқушыларға арналған анимациялар мен зертханалық жұмысты көруге болады. Ал, сұйықтардың тұтқырлық коэффициенті туралы мәлімет бұл сайтта көрсетілмеген;

– үш тілдегі физика (http://sanatez.ucoz.ru/). Бұл сайттан оқушылар мен студенттерге арналған оқулықтарды, мақалаларды және физик ғалымдар туралы мәліметтерді үш тілде кездестіре аласыз. Бірақ, бұл сайтта да сұйықтардың тұтқырлық коэффициенті, Стокс заңы қарастырылмаған;

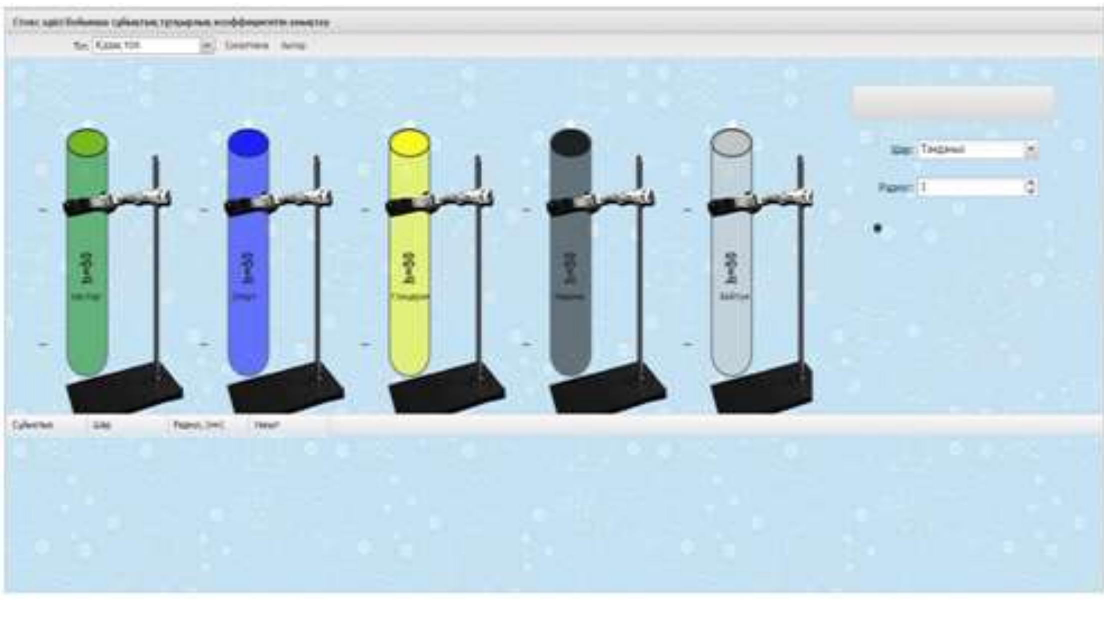
– ҚР-нің (http://www.physic.kz) физиктерді қолдау сайтында физиканы оқытуда жаңа ақпараттық технологияны қолдануды насихаттау, электрондық оқулықтарды пайдалана отырып, ойын элементтерін қолдану және «Физика курсы», «Электростатика», «Теориялық механика», «Физика сабағында оқытудың ақпараттық-коммуникациялық технологияларын пайдалану», «Ядро және элементар бөлшектер физикасы» бойынша электрондық оқулықтар көрсетілген;

– тегін онлайн сабақтар физика пәні бойынша http://bilimland.kz/kk/home сайтында «Физика негізі», «Механика», «Молекулалық физика», «Электродинамика», «Оптика», «Кванттық физика» бөлімдеріне арналған электронды оқулықтар, соның ішінде «Молекулалық физика» электронды оқулығында «Молекулалық -кинетикалық теория негізі», «Термодинамика» және «Газ және сұйық, қатты денелердің қасиеттері» тарауларына арналған видео сабақтар қарастырылған. Ал «Тұтқырлық. Ішкі үйкеліс» тақырыбына анимация келтірілгенімен, ВЗЖ қарастырылмаған;

– «Стокс әдісі бойынша сұйықтардың ішкі үйкеліс коэффициентін анықтау» тақырыбындағы ВЗЖ http://www.all-fizika.com/ сайтында ашып көрсетілген.

Осы ВЗЖ–та, жұмыстың мақсаты, керекті құрал-жабдықтары, жұмысты орындау ережесі және қандай бағдарламамен кімдер жасағаны туралы мәліметтер келтірілген. Бұл виртуалды зертханада ацетон, бензол, су, керосин сұйықтарының тұтқырлық коэффициенттерін анықтауға болады. Жоғарыда көрсетілген сұйықтар биіктігі 150 см болатын цилиндр тәрізді ыдысқа құйылған, жанына шкала орнатылған. Бұл жерде қорғасын шар таңдалған сұйық ішінде орналасқан, оның қозғалысы жұмысты орындау кезінде арнайы түймені курсор көмегімен басқан кезде қозғалысқа келеді. Сұйықтарды таңдау кезінде олардың түсі өзгереді. Бірақ-та осы ВЗЖ –тың бірден-бір кемшілігі қорғасын шардың сұйық ішіндегі қозғалыс жылдамдығы түзусызықты бірқалыпты қозғалысқа ерісуі қарастырылмаған. Сонымен қатар бұл виртуалды жұмыс тек орыс тілінде білім алушыларға арналған.

Жүргізілген зерттеулермен талдаулар нәтижесінде физика курсының «Тұтас орталар механикасының элементтері» тарауын жетілдіру карастырылып, авторлар құрастырған «Стокс әдісі бойынша сұйықтың тұтқырлық коэффициентін анықтау» тақырыбындағы жаңа виртуалды зертханалық жұмыс, арнайы Java Script анимациялық программа көмегімен құрастырылды және оны орындау әдістемесі жасалды (1-сурет).



1-сурет. «Стокс әдісі бойынша сұйықтардың ішкі үйкеліс коэффициентін анықтау» ВЗЖ-тің моделі

Виртуалды тәжірибені орындау үшін электронды құрылғыдағы тіл таңдау түймесін курсор көмегімен басып қазақ, орыс немесе ағылшын тілдеріне ауысуға болады. Мұнда компьютер экранының жоғары бөлігіндегі зертханалық жұмыс тақырыбы қазақ тілінде «Стокс әдісі бойынша сұйықтың тұтқырлық коэффициентін анықтау», орыс тілінде «Определение коэффициента вязкости жидкости методом Стокса», ағылшын тілінде «Determation of the liquidviscosity ratio by Stokes method», сондай-ақ, цилиндрлік ыдыстарға жазылған кастор майы, спирт, глицерин, машин майы және зәйтүн майы сөздері, болат, қорғасын, мыс бытыралары тиісті тілге ауысыда. Цилиндрлік ыдыстардың орта бөлігіне бытыра қозғалыстарының динамикасын бақылау үшін арнайы горизонтал екі белгі қойылған, олардың арақашықтығы 50 см.-ге тең деп алынған. Жұмысты орындаушы осы аралықта бытыраның түзусызықты бірқалыпты қозғалысқа келуін бақылайды және таңдалынған сұйықтардың біреуіне тасталынған шардың осы аралықтан өту уақытын секудомер көмегімен өлшейді. Шарлар сұйықтарға тасталынған кезде электронды құрылғының төменгі бөлігіне арнайы кесте пайда болады. Мұнда, таңдалған сұйық және шардың аттары, шар радиусымен оның арнайы аралақтағы қалыпты қозғалысының уақыты секунтта жазылады, бұл орындаушының тәжірибені қанша рет орындағанын көрсетеді.

Авторлар құрастырған бұл виртуалды жұмыстың жоғарыда баяндалған (көрсетілген) ВЗЖ - тан айырмашылығы:

- жұмыс үш тілде орындалады (қазақ, орыс және ағылшын);
- шар тәрізді болат, қорғасын, мыс бытыралар түрлері және олардың диаметрін таңдау (1см, 1,5см, 2см) мүмкіндiлігі бар;
- жұмыста кастор майы, спирт, глицерин, машина және зәйтүн майы сұйықтарының тұтқырлық коэффициенттер анықталынады;
- ВЗЖ-тың сипаттамасын оқуға және оны көшіріп алуға мүмкіндіктер бар.

Жұмыстың теорялық бөлімі жоғарыда аталған оқулықтарды пайдаланып құрастырылған. «Стокс әдісі бойынша сұйықтың тұтқырлық коэффициентін анықтау» тақырыбына байланысты зертханалық жұмысқа қажетті құрал-жабдықтарды техникада, күнделік тұрмыста кездесетіруге болады және түсті сұйықтардың тұтқырлық коэффициенттері анықталады.

Жалпы білім беретін орта мектеп, кәсіптік-техникалық және жоғарғы оқу орындарында физика пәні бойынша зертханалық сабақты жүргізуді ВЗЖ жетілдіру мақсатында дәстүрленген материалдарды, анимациялар мен виртуалды жұмыстарды тиімді және орынды пайдалану мәселелерін зерттеу негізінде оқу процессін сапалы ұйымдастыру, виртуалды-анимациялық жұмыстарды қолданып оқыту әдістемесі пайда болды.

Осы ұсынылып отырған әдісті, жаратылыстану бағытындағы ЖОО физикасының зертханалық сабағын ВЗЖ-тан пайдаланып оқытуға, физика пәнін оқыту маңыздылығына әсерін, студенттердың игеру дәрежесін тексеру мақсатындағы педагокикалық тәжірибелік-эксперимент жұмыстарын ұйымдастыруға, өткізу әдістері мен мазмұнын таңдап алуға мүмкіншілік береді.

Тәжірибелік-эксперимент жұмыстарын тізбекті түрде өткізу үрдісіне төмендегі негізгі міндеттер қойылды:

- жаратылыстану бағытындағы ЖОО-да физикадан білім беру ісіндегі оқу бағдарламалары бойынша дәстүрлі оқытудағы студенттердың «Тұтас орта механикасы негіздері» тарауы бойынша алған білім дәрежесін үйрену;
- осы білім ошақтарының жиынтық оқу бағдарламасы негізінде физикадан виртуалды-анимацияларды пайдаланып оқытуды ұйымдастыру;
- жаратылыстану пәндер бағыттағы оқу орындарында жиынтық оқу бағдарламасы негізінде физиканы виртуалды-анимацияларды пайдаланып оқыту мүмкіншіліктерін зерттеу және ұсынылған технология бойынша олардың нанымдылығы мен маңыздылығын тексеру.

Тәжірибе нәтижелерін алу үшін ВЗЖ-ты пайдаланып оқыту әдісінен, сондай-ақ, сұрақ-жауап, бақылау мен тестілеу, ауызша және жазба жұмыс түріндегі әр түрлі әдістер пайдаланылды. Өткізілген педагогиклық тәжірибелік-эксперимент жұмыстары, тәжірибе және бақылау топтары студенттерінің «Стокс әдісі бойынша сұйықтың тұтқырлық коэффициентін анықтау» деп аталатын ВЗЖ-ты оқу үрдісіне енгізу, оқыту сапасына маңызды әсер ететіндігі, тәжірибе топтарындағы тиімділік, бақылау топтарымен салыстырғанда орта есеппен 18 пайызға артқанын көрсетті.

Қорыта келгенде зерттеу нәтижесінде ҚР-нің жалпы білім беретін мектеп, кәсіптік-техникалық және жоғары оқу орындарының бағдарламаларымен оқулықтары, оқу-әдістемелік құралдары және Интернет желісіндегі арнайы бағдарламалар талқыланып, негізгі ұғымдарымен физикалық шамаларғағылыми талдау жасалып физика курсының «Тұтас орта механикасы негіздері» тарауының, «Тұтқыр сұйықтың қозғалысы. Стокс заңы» тақырыбына, «Стокс әдісі бойынша сұйықтың тұтқырлық коэффициентін анықтау» атты тақырыпта жаңа виртуалды зертханалық жұмыс Java Script арнайы программасы көмегімен жасалды, көзделген тақырып педагогикалық бағдарламалық құралдармен толықтырылды және жетілдірілді, оны орындау әдістемесі қазақ, орыс және ағылшын тілдеріне аударылды. Басқа да виртуалды зертханалық жұмыстармен салыстырылып, кемшіліктері толықтырылды.

1. Қазақстан Республикасында білім беруді дамытудың 2011 – 2020 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасы.
2. Кронгарт Б., Кем В., Койшыбаев Н. Физика 10. – Алматы.: Мектеп, 2010. -384 бет.
3. Башарұлы Р., Байжасарова Г., Тоқбергенова У. Физика 10.– Алматы.: Мектеп, 2010. -176 бет.
4. Бижігітов Т. Жалпы физика курсы. -Алматы.:ЖШС «Экономика», 2013.-890 бет.
5. Абдулаев Ж. Механикаға кіріспе. -Алматы.:Мектеп, 1988.-95 бет.
6. Ақылбаев Ж., Гладков В., Ильина Л., Тұрмұхамбетов А. Механика.-Астана.: Фолиант, 2011.- 360 бет.
7. Жалпы физикалық практикум. Механика.-Алматы.:Қазақ Университеті 2001.- 176 бет.
8. Қадіров Н., Қойшыбаев Н. Механика. Молекулалық физика.-Алматы.:Қазақ Университеті 2001.- 272 бет.

Аннотация. *В исследовании проанализированы программы, учебники и учебно-методические средства для общеобразовательных школ, профессионально-технических и высших учебных заведений РК и специальные программы с Интернета. А также обсуждались основные понятия физических параметров. В работе определены достижения и недостатки преподавания, обсужденных в разделе курса физики "Основы механики сплошных сред».*

Была выполнена виртуальная лабораторная работа для определения вязкости жидкости по методу Стокса, описана его характеристика использования, а также описано усовершенствование метода обучения. Которое предусмотрела и была дополнена педагогическим программным средством, методика была переведена на казахский, русский и английский языки.

Ключевые слова: *жидкости, шары, коэффициент вязкости жидкости, программы, методы, виртуальная лабораторная работа, анимации.*

Abstract. *This study analyzed the curricula, textbooks and teaching resources for secondary schools, vocational and higher educational institutions of Kazakhstan and special programs from the Internet. Also discussed the basic concepts of physical parameters. Research identified the achievements and shortcomings of teaching discussed in the section of Physics course "Basics of continuum mechanics."*

It has been made a virtual lab to determine the liquid viscosity by the Stokes Method, described its use characteristic, as well as described the improvement of teaching method. Which provided for and has been supplemented by the PPI, a technique has been translated into Kazakh, Russian and English languages.

Keywords: *liquids, balls, liquid viscosity, programs, methods, virtual lab, animations.*

УДК 678.073:661.481

К.Б. Тлебаев, С. Алтыбай, Т.У. Буркутбаев, А.И. Купчишин

ПОЛУЧЕНИЕ И СВОЙСТВА КОМПОЗИТА С РАЗЛИЧНЫМ СОДЕРЖАНИЕМ НАНОПОРОШКА ПОЛИТЕТРАФТОРЭТИЛЕНА

(г. Алматы, Казахский национальный педагогический университет им. Абая)

Аннотация. *В данной работе приведены результаты исследований влияния различной концентрации ультрадисперсного порошка политетрафторэтилена на свойства полимерного композиционного материала с целью получения нового полимерного композиционного материала, характеризующегося улучшенным комплексом эксплуатационных свойств.*

***Ключевые слова*:** *политетрафторэтилен, ультрадисперсный порошок, полимерный композиционный материал, просвечивающий электронный микроскоп, атомно-силовой микроскоп, твердость.*

Политетрафторэтилен (ПТФЭ) известен, как полимер, обладающий своими уникальными механическими, химическими свойствами и являющийся наиболее инертным материалом среди полимеров.

Отмеченные свойства ПТФЭ предопределили его разнообразие практического применения: атомная энергетика, химическая промышленность,\авиация, космонавтика.

Свойства ПТФЭ, обеспечивающие ему широкое применение, обусловлены особенностями его микроскопического и супрамолекулярного строения. Однако, как и любой материал, ПТФЭ имеет и недостатки, регламентирующие эффективность и широту его практического использования [1–3].

Один из них – большое число отходов, как при получении материала, так и при производстве изделий, и сложность их переработки. Уничтожение отходов проблематично из-за химической, термической устойчивости полимера и токсичности продуктов сжигания.

Второй недостаток – полимер имеет слабую адгезию к твердым поверхностям, что не позволяет получать тонкие покрытия и резко ограничивает его использование по сравнению с лакокрасочными покрытиями.

Менее важным недостатком является холодная текучесть массивных образцов ПТФЭ под давлением.

Более эффективного и расширенного применения ПТФЭ можно добиться, модифицируя полимер различными способами.

Наиболее широко применяемым способом модифицирования в настоящее время является композитный метод, в котором полимер используется как составляющая, часто, основная, компонента сложного материала. Как известно [4] свойства наполненных полимерных систем определяются не только количеством наполнителя, но и долей полимера, находящегося в пограничном слое.

В данной работе нами был использован морфологический метод модифицирования, состоящий в получении ультрадисперсного порошка ПТФЭ и использования его в качестве наполнителя различной концентрации.

Методика исследований. Объект исследования: ультрадисперсный порошок ПТФЭ размером частиц 0,5 - 5 мкм, полученный механическим измельчением блочного образца ПТФЭ с использованием струйной мельницы, использующийся в качестве наполнителя с концентрациями 5 и 50%, а в качестве связующего была использована эпоксидная смола.

Образцы композита получали путем смещения порошка с эпоксидной смолой с варьированием концентрации порошка, для прочности композита добавляли отвердитель, которые затем ставили под пресс и держали 5 часов.

Топография образцов исследовались просвечивающим электронным микроскопом марки Leica DM 6000 m и атомно-силовым микроскопом (АСМ). Твердость образцов оценивали на Виккерс-тестере (ГОСТ 2999-75 и ISO 6507).

Результаты экспериментов. Для установления влияния наполнителей на процессы структурообразования в композите и, соответственно, на характер изменения свойств, методом электронной микроскопии были проведены структурные исследования. Введение 5% полимерного наполнителя из ПТФЭ привело к формированию структурных элементов, имеющих нечеткие границы, в виде крупных круглых и вытянутых сферолитов (рис.1), наблюдается их неопределенная ориентация.

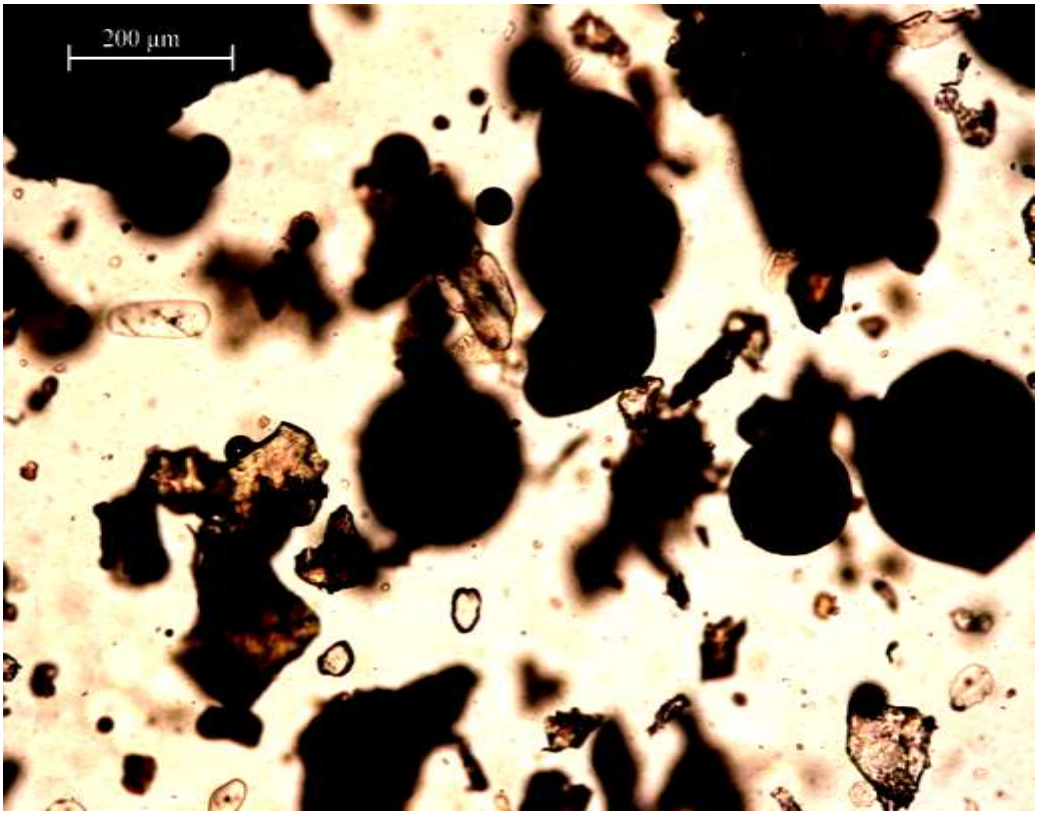


Рисунок 1 - ПЭМ-изображение композита (состав: 5% порошка ПТФЭ и 95% эпоксидная смола) х 10 кратное увеличение

Дополнитльное введение в полимерную смесь наполнителя до 50 % обеспечивает существенное изменение структуры, приведя к образованию уплотненной однородной надмолекулярной структуры в композите (рис.2).

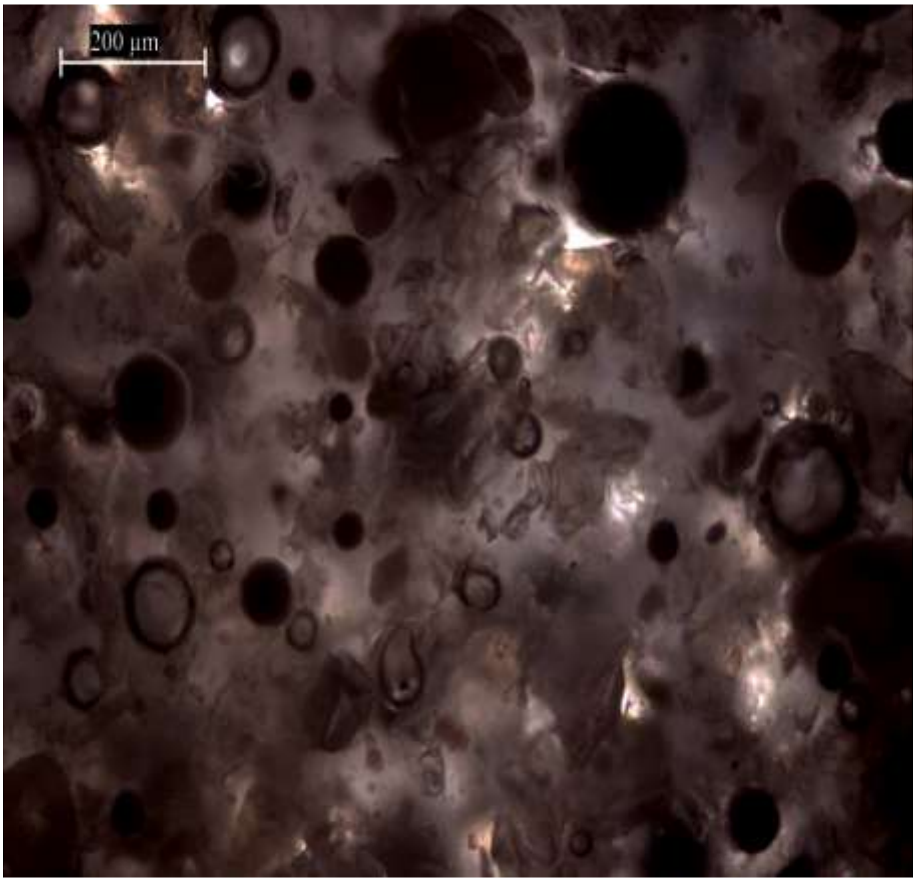


Рисунок 2 - ПЭМ-изображение композита (состав: 50% ультрадисперсный порошок ПТФЭ и 50% эпоксидная смола) х 10 кратное увеличение

Для исследования изменений, происходящих в композите, обусловленного участием частиц ультрадисперсного порошка ПТФЭ, в структурообразовании связующего, проведены исследования изображений поверхностей образцов методом атомно-силовой микроскопии, которые приведены на рис.3-4.

Видно, что микрогеометрическая разность поверхности полимерного композиционного материала (ПКМ) возрастает при наполнении смеси полимера наполнителем.

На изображении смеси полимеров, содержащего 5% ПТФЭ, зарегистрированы контрастные упорядоченные структуры высотой 5 нм (рис.3).

Изменение микрогеометрии поверхности образца соответствует повышению контактной связи на локальных участках поверхности ПКМ.

Наполнение ПКМ до 50 % приводит к значительному однородному изменению микрогеометрии поверхности образца ПКМ до 20 нм.

Уровень максимального изменения значения высоты характеризует максимальные изменения в структуре, увеличение плотности упаковки структурных элементов, что приводит к изменению свойств материала.

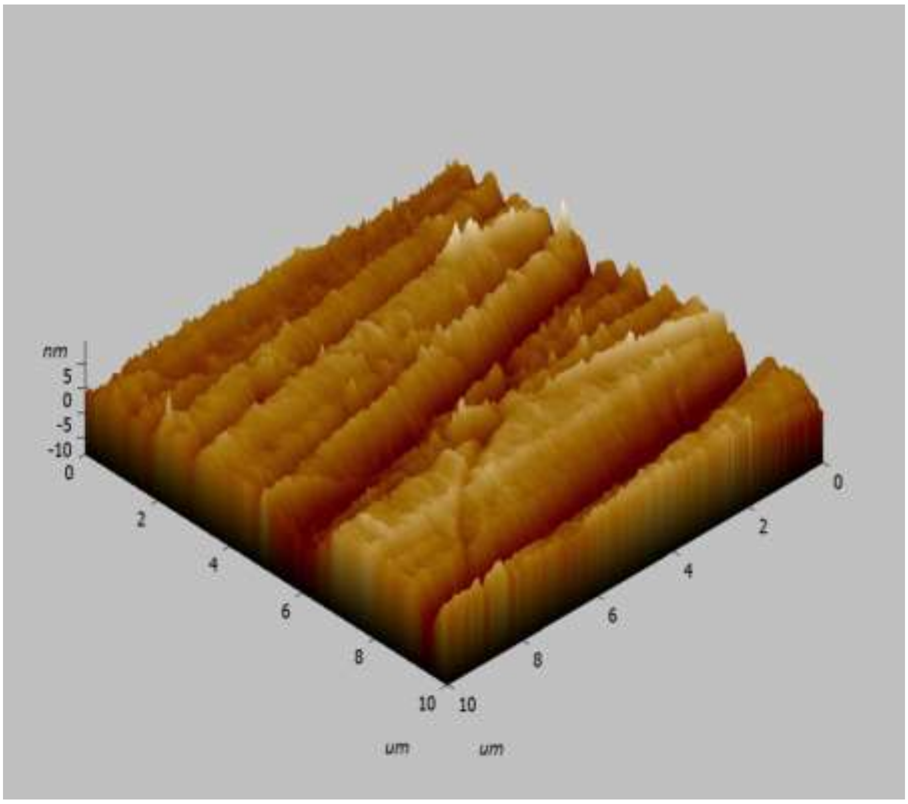


Рисунок 3 - АСМ изображение поверхности композита
(состав 5% ультрадисперсный порошок, 95 % эпоксидная смола).
Поле сканирования 10x10

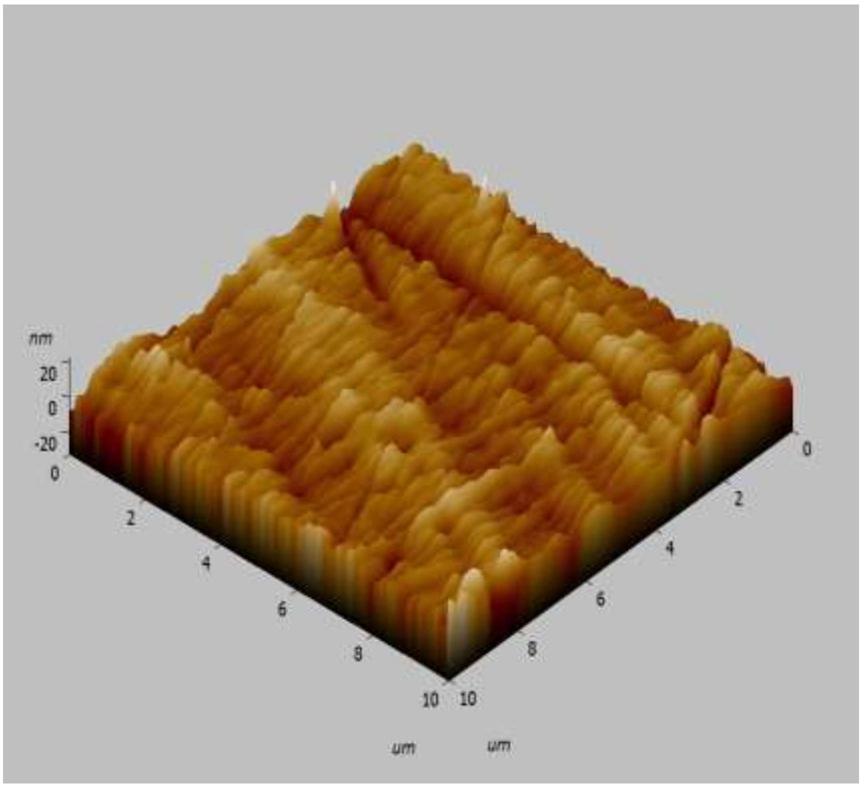


Рисунок 4 - АСМ изображение поверхности композита (состав 50% ультрадисперсный порошок, 50 % эпоксидная смола). Поле сканирования 10x10

Далее приведены экспериментальные исследования твердости изготовленных композитов. Результаты измерений твердости приведены в таблице 1.

Как показали измерения, твердость ПКМ при концентрации наполнителя 5% оказалось выше, чем твердость при концентрации наполнителя 50%.

Большое значение твердости для образца с малой концентрацией, обусловлено, видимо, твердостью связующего.

Уменьшение твердости ПКМ для образца с 50% наполнителем, связано со слабой контактной адгезией частиц ПТФЭ с матрицей связующего, которая приводит к ослаблению прочности химических связей между наполнителем и связующим.

Таблица.1- Результаты измерений твердости в зависимости от различной концентрации наполнителя

Концентрации порошка ПТФЭ/эпоксидной смолы	Единица, HV
5/95	15
50/50	11

Работа выполнена в рамках гранта Министерства образования и науки Республики Казахстан (№ 32349).

1. Охлопкова А.А., Петрова П.Н., Гоголева О.В. Разработка полимерных нанокомпозитов триботехнического назначения для нефтегазового оборудования. // Нефтегазовое дело. – 2009. – с.1–8.
2. Жогова К.Б., Мирясов А.С., Лакеева О.А. // Структура и динамика молекулярных систем. –2007. – вып.1- с.760 – 765.
3. Тлебаев К.Б..// Монография. – Алматы. – 2015. – 118 с.
4. Шелестова В.А., Юркевич О.Р., Гракович П.Н. Влияние модифицирования углеволокон на структуру и теплофизические свойства наполненного политетрафторэтилена. // ВМС серия. Б. – 2002. – том.44. – № 4. – с. 697– 772.

Аңдатпа. *Бұл жұмыста эксплуатациялық қасиеттердің жетілдірілген кешенімен сипатталатын жаңа полимерлі композициялы материалды алу мақсатында әртүрлі концентрациядағы ультрадисперлі ПТФЭ ұнтағының полимерлі композициялы материалдардың қасиеттеріне әсерін зерттеу нәтижелері келтірілген.*

Түйін сөздер: *политетрафторэтилен, ультрадисперлі ұнтақ, полимерлі композициялы материал, жарығы өтетін электронды микроскоп, атомдық-күш микроскопы, қаттылық.*

Abstract. *This paper presents the results of the effect of different concentrations of ultrafine powder of PTFE on the properties of the polymer composite material in order to obtain a new polymer composite, characterized by improved* complex of *operating* properties.

Keywords: *PTFE, ultrafine powder,* polymer composite material, *a transmission electron microscope, atomic force microscope, the hardness.*

ӘОЖ 372.853

У.Қ. Тоқбергенова, Д.А. Турсынбаева, Н. Насыролла***

ФИЗИКАНЫ ОҚЫТУДА ОҚУШЫЛАРДЫҢ ТҮЙІНДІ ҚҰЗЫРЕТТІЛІКТЕРІН ҚАЛЫПТАСТЫРУ

(Алматы қ., Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті,
*- магистрант, **-PhD докторант)

Аңдатпа. *Мақалада жалпы білім беретін орта мектепте физиканы оқытуда құзыреттілік тұрғыдан қарауды жүзеге асырудың мүмкіндігі қарастырылған. Жалпы білім беретін орта мектепте құзыреттілік тәсілді жүзеге асыру үшін оқу үдерісіне жаңа тәсілдерді енгізу қажет. Бұл тұрғыдан мақалада физикадан практикалық бағытталған есептерді шығару мысалында оқушылардың түйінді құзыреттілігін қалыптастырудың кейбір әдістемелік тәсілдері ұсынылған.*

Түйін сөздер: *жалпы білім беретін орта мектептегі құзыреттілік тәсіл, түйінді құзыреттер, физикалық есептер шығару, оқыту әдістері*

Қазақстанның қазіргі кездегі геосаяси жағдайы, елдің әлемдік білім беру кеңістігіне интеграциялану саясаты, қоғамның әлеуметтік-экономикалық және мәдени прогресінің мақсаты жаңа принциптер мен тәсілдер негізінде отандық мектептегі білім беру жүйесін жаңартуды талап етеді. Бұл мектептің жас жеткіншектерді әлеуметтендіруге тиімді дайындауды, оның өмір бойы оқуға қабілеттілігін анықтайтын білім беру жүйесінің негізгі деңгейі болуымен байланысты.

Еліміздегі мемлекеттік білім беру саясатының басым бағыттарының біріне құзыреттілік тұрғыдан қарауға негізделген білім беруді жүзеге асыру болып табылады, ал оның негізгі бағыттары «Қазақстан Республикасында білім беруді дамытудың 2011-2020 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасында» көрсетілген [1].

Құзыреттілік дегеніміз – нақты шынайылылық нысандарына қатысты тұлғалық және әлеуметтік маңызды, әрі өнімді іс-әрекетті жүзеге асыру үшін қажет өзара байланысты мәнділік бағдарлардың, білім, білік, дағдылардың және іс-әрекет тәжірибесінің жиынтығы [2; 3].

Құзыреттілік тұрғыдан қарау аясында «Физика» пәнін зерделеу оқушылардың танымдық қабілеттерін дамытуға, игерген білімдерін оқу және өмірлік жағдаяттарда шығармашылықпен қолдана алуларына, түйінді және пәндік құзыреттерді қалыптастыру арқылы олардың өзін-өзі дамыта алуларына және өзіндік әлеуетін анықтай алуларына бағытталуы тиіс.

Түйінді құзыреттер адамның адамгершілік құндылықтары мен ынталарын қалыптастыруға, сондай-ақ әлеуметтік және мінез-құлықтық әрекеттерінің дамуына алғы шарт болады. Түйінді құзыреттіліктердің қандай жиынтығы болса да, олар басты екі критерийге жауап беруі тиіс: жалпылығы, яғни құзыреттерді іс-әрекеттің әр түрлі аясына және іс-әрекет түрлеріне қолдануға болатыны және қандай да бір әрекет түрімен айналысуды көрсететін функционалдығы.

Әр түрлі авторлардың ұсынған 3-тен 37-ге дейінгі құзыреттер тізімін талдау арқылы физиканы оқытуда оларды үш түйінді құзыреттерге біріктіруге болатынын анықтадық, оларға ақпараттық құзырет; коммуникативтік құзырет; проблемалардың шешімін табу құзыреттері жатады [4].

Оқушылардың түйінді құзыреттерін – проблемалардың шешімін табу, ақпараттық, коммуникативтік құзыреттерін қалыптастырудағы физика пәнінің мүмкіндігі мол, атап айтқанда, оның әлеуметтік-практикалық мәнділік деңгейінің жоғары болуын, оны зерделеу үдерісінде оқушылардың оқу-танымдық әр түрлі іс-әрекет түрлерін пайдалана алуларын, оқу материалы мазмұнының қолданбалы бағытталғандығын, игерген білімдерін оқушылардың тәжірибеде қолдана алуларын жатқызуға болады.

Оқушылардың түйінді құзыреттерін қалыптастыруда физикалық есептерді шығарудың мүмкіндігін қарастырайық. Физиканы оқытуда есептер шығару білім көзі де, оқыту әдісі де болып табылады және оқу жұмысында басты орындардың бірін алады. Физикалық есеп физиканың заңдары мен әдістерін пайдалану негізінде оқушылардың физикадан біліммен қарулануына, оны практикада қолдана алуларына және ой-өрістерінің дамуына қарай бағытталған олардан ойлау және практикалық іс-әрекетті талап ететін жағдаят болып табылады. Физикалық есептерді шығару білімді бекітуге және зерделенген заңдарды қолдану бойынша жаттығуға ықпал етеді, ой іс-әрекетінің ерекше стилін қалыптастырады. Бұл соңғысы ғылым ретіндегі физиканың әдіснамасымен тығыз байланысты.

Дәстүрлі физикалық есептерді шығару тәсілдері белгілі болғанымен, физикадан есептер шығару бойынша оқушылардың іс-әрекетін ұйымдастыру олардың терең әрі берік білімдерін қамтамасыз ету шарттарының бірі болып табылады. Оқушылардың есеп шығара алмауы олардың сабақтағы оқу жетістіктерінің төмендеуіне әкелуі мүмкін. Ар есептер шығару арқылы оқу-танымдық іс-әрекеттің нақты әдістері мен тәсілдерін меңгеру жүзеге асады, ал бұл өз кезегінде, тұлғаның дамуын қамтамасыз етеді.

Мектеп түлектерінің физикалық есептерді шығара алу біліктерін қалыптастыру үшін оқыту үдерісінде игерілген білімі мен біліктерін жаңа жағдаяттарға қолдануды талап ететін және шығармашылық сипаттағы тапсырмаларды кеңінен қолдану қажет. Ал оқушылардың өзіндік іс-әрекетіне мұндай көңіл бөлу оқу уақытын едәуір арттыруды талап етеді. Бұл тұрғыдан жоғары сыныптардағы білім мазмұнын бейінді саралауға және оқушыларды кәсіби бейімдеуге ықпал ететін оқу жоспарының вариативті бөлігі есебінен жүзеге асырылатын оқу курстарының маңызы ерекше [4]. Сондықтан пән мұғалімдері оны ұтымды пайдалану жолдарын да қарастырулары қажет.

Құзыреттілік тұрғыдан қарау аясында физикалық есептерді шығару оқушылардың проблемалардың шешімін таба алу құзыреттерін қалыптастыруға ықпал етеді. Біріншіден, физикалық есептерді шығару өзінің арсеналында дүниені танып-білудің ғылыми таным әдістерін пайдаланады және өзі де, бір жағынан, оларды танып-білудің әдісі болып табылады, өйткені оқу есептерін шығару барысында оқушылар қандай да бір дәрежеде қайсыбір әдістермен қаруланады. Ондай әдістердің қатарына идеалдау, модельдеу, аналогтау, ойша эксперимент, болжам жасау, модельдеу сияқты жеке әдістерді жатқызуға болады. Олар физиканы оқытудың басты мақсаттарының бірі болып табылатын оқушылардың логикалық ой-өрістерінің дамуына, оқу-танымдық біліктерінің қалыптасуына ықпал ететін болады.

Екіншіден, физикалық есептерді шығару барысында білім алушылар өз білімдерін проблеманың шешімін табуға және жүзеге асыруға бағыттайды, ал бұл оқу-танымдық іс-әрекеттің маңызды компоненті болып табылады. Үшіншіден, физикалық есептерді шығару оқушылардың эксперименттік зерттеу жүргізу және шығармашылық жұмыстарды орындай алу біліктерін дамытады.

Физикалық кез келген есепті проблемалық болатындай етіп тұжырымдауға болады. Ондай есептердің қатарына оқушыларды қызықтыратын күнделікті өмірден алынған мәселелер, мәліметтері жетіспейтін немесе артық берілген, тұжырымдалуы айқын емес немесе сұрақтары тіпті берілмеген есептерді де жатқызуға болады. Осылай, мысалы, оқушыларды қызықтыратын мынадай мәселеге аударуға болады: неліктен стайерлердің, яғни алыс қашықтыққа жүгірушілердің орташа жылдамдығы спринтерлердің, яғни 200 м және одан да кіші қашықтыққа жүгірушілердің орташа жылдамдығынан кем болады?

Бұл мәселені шешу барысында олар келесі қорытындыға келуі тиіс: жүгіруші өзінің максимал жылдамдығын ұзақ уақыт бойы сақтай алмауының себебін физикадан емес, физиологиядан іздеуі керек. Денеде оттегінің қоры бұлшық еттерде сақталады, одан әрі тыныс алу кезінде оны толықтырып отырады. Сондықтан жүгіруші өзінің максимал жылдамдығын осы оттегі қорын толық шығындағанға дейін ғана сақтай алады. Оттегі қоры 300 м-дей қашықтыққа дейін жетеді. Сондықтан қашықтық неғұрлым алыс болған сайын оттегі қорын бүкіл қашықтыққа жеткізуі үшін жүгіруші жылдамдығын шектеп отыруы тиіс.

Жарыс кезінде жүгіруші өзінің қарсыласын жеңуге тырысады. Егер жүгіруші рекорд жасағысы келсе, онда оның тиімді стратегиясы – мәреден өтер кезде оттегі қоры таусылатындай етіп, өзінің орташа жылдамдығын реттеуі қажет. Міне, осы жерде оқушылар механикалық қозғалыс заңдарын білудің өмірлік жағдайларға қажеттігін түсінеді. Осындай талқылаудан кейін оларға келесі мазмұндағы есептерді ұсынуға болады:

1. Спринтер 1,8 с ішінде теңүдемелі қозғала отырып, 10,2 м/с жылдамдыққа дейін жете алады делік. Егер спринтер осы жылдамдығын 200 метрлік қашықтыққа дейін сақтай алатын болса, ол мәреге қанша уақытта жетеді?

2. Стайерлік қашықтыққа, мысалы, 1500 м-ге жүгіргенде, жүгірушілердің көпшілігі жолдың орта беліне дейін екпіндерін бәсеңдетіп, содан кейін мәреге қарай екпіндей ұшады. Рекорд жасау үшін осы стратегия дұрыс па? Мұндай стратегия осындай жүгіру кезінде жеңіске жетудің ықтималдығын арттыруға себеп бола ала ма?

Енді сұрақтары берілмеген есепке мысал келтіре кетейік. Мысалы, денелердің еркін түсуі бойынша жаңа материал өтілгенннен кейін құбылысты тереңірек түсіну үшін есеп шығарылады. Мысалы, кинематика бөлімінде қарастырылатын вертикаль жоғары лақтырылған дененің көтерілу биіктігін анықтау бойынша стандартты есепті қарастырайық.

Есеп. 5 м биіктіктен тік жоғары қарай 20 м/с жылдамдықпен қайсыбір дене лақтырылды. Бұл есептің сұрағы жоқ, есептің шарты пайымдау үшін алғы шарт болып табылады. Мұндай есептердің мәні – құбылыстың сырын ашу, оны жан-жақты қарастыру, маңызды тетіктерін айқындау. Талқылаудан кейін оқушылар өздері оларды қызықтыратын сұрақтарды тұжырымдайды. Есепті қарастыру кезінде мынадай сұрақтар талқылануы мүмкін: қандай да бір денені 20 м/с жылдамдықпен жоғары қарай лақтыра аламыз ба? Дене қалай қозғалады? Жоғары қарай? Төмен қарай? Дене қандай биіктікке көтеріледі? Бұл қозғалыс еркін түсу болады ма? Бұл жағдайда нені ескермейміз? Дене жерге қандай жылдамдықпен құлап түседі және т.б.

Оқушылардың өздері дененің көтерілу биіктігін қалай анықтауға болатыны туралы ұйғарым жасайды. Тақтаға координаталар осьтері салынып, оған дененің бастапқы координатасы, бастапқы жылдамдығы, үдеуі көрсетіледі. Қажетті кинематикалық теңдеулер жүйесі жазылады. Дене 1 с, 2 с өткеннен кейін қай жерде және жылдамдықтары қандай болатыны, дененің жерге қандай жылдамдықпен құлап түсетіні туралы сұрақтар талқыланады. $y(t)$ және $\upsilon\ (t)$ графиктері салынып, олар есептеу нәтижелерімен салыстырылады. Сондай-ақ кинематика бөлімі бойынша бірқалыпты түзусызықты және теңүдемелі қозғалысқа, көкжиекке бұрыш жасай лақтырылған денелердің қозғалысына берілген есептерді компьютерлік бағдарламалардың көмегімен модельдеуге болады. Мұның өзі оқушылардың ақпараттық құзыреттіліктерін қалыптастыруға ықпал ететін болады.

Физиканы оқытуда ақпараттық құзыреттілікті қалыптастырудың мәні физикалық теориялардың жүйесіне, сәйкестік принципіне және ол теориялардың қолданылу аясына негізделе құрылатын ғылым ретіндегі физиканың мәнділігімен анықталады. Осылай, мысалы, физикалық есептерді шығаруда дәстүрлі әдістермен қатар ақпараттық технологиялар, ақпараттық модельдер мен процестер, есептеу эксперименті пайдаланылады. «Модель – алгоритм – программа» үштігін пайдалана отырып, оқушылар компьютерлік және математикалық модельдеудің негіздерін игереді.

Физикалық есептерді шығаруда ақпараттық технологияларды пайдалануда пәннің негізгі программалық қамтамасыз етілуіне электрондық анықтамалықтар, *MS* Excel кестелік процессорлары, Mathcad, Maple және т.б. арнайы компьютерлік программалар болуы мүмкін [5; 6].

Физикалық есептерді шығаруда ақпараттық технологияларды пайдалану оқушылардың пән бойынша білімдерін арттыруға, бұл ғылым саласының таным әдістерін саналы түсінуге, әр түрлі көздерден ақпараттық ағынмен жұмыс жасауға үйренеді. Компьютерлік программалар көмегімен оқушылар берілген қатынастар жүйесі мен байланыстар арқылы физикадан есептер шығарады. Программалар көмегімен есептер шығару, негізінен, төрт кезеңнен тұрады: есеп шартын талдау; есеп шығару ретін таңдап алу; қарастырылатын құбылысты сипаттайтын теңдеулер жүйесін құру; алынған теңдеулер жүйесін түрлендіру және ізделінді шамаларды есептеу.

Ақпараттық технологияны қолдану арқылы физикалық есептерді шығаруда келесі мазмұндық материалды ұсынуға болады:

1. Есептеу эксперименті. Қоршаған ортаны танып білудегі эксперименттің рөлі. Зерттеулер мен эксперименттер жүргізудегі компьютерлік техниканың рөлі. Виртуал эксперимент жүргізуге арналған программалық құралдар. Electronic Workbench қосымшасы.

2. Табиғи процестерді математикалық модельдеу үшін қолданылатын кестелік процессорлар, программалау жүйелері, Mathcad математикалық пакеті және т.б. программалық құралдар [5; 6].

3. Сандық және сапалық физикалық есептер. Есеп шығарудың әр түрлі тәсілдері. Есеп шығару сұлбасы. Есеп шығаруда қолданылатын кестелік процессорлар, программалау жүйелері, Eureka математикалық пакеті және т.б. программалық құралдар.

4. Зерттеу нәтижелерін өңдеу. Диаграммалар тұрғызу. Кестелік мәліметтермен жұмыс. Мультимедийлік нысандарды енгізу.

Физикалық есептерді шығару барысында білім алушылардың коммуникативтік құзыреттіліктерін мақсатты дамыту үшін арнайы физикалық есептерді пайдаланған орынды болмақ. Коммуникативтік құзыреттіліктерді қалыптастыру бойынша физикалық есептерді шығару барысында интербелсенді әдістерді пайдалануға болады. Олардың қатарына физикалық есептерді шығаруда пікір-сайыс ұйымдастыру жатады. Ол үшін оқушылардың белсенді қарым-қатынас жасауына ықпал ететін тапсырмалар ұсынылады. Оқушылар қарастырылатын проблема бойынша пікір-сайыста өздерінің көзқарастарын анық және жүйелі айта білуі, сыныптастарының жауаптарын тыңдай алуы, пікір-сайысқа қатынасушылардың талқылау кезіндегі қайшылықты пікірлерін таба білуі, пікір-сайысқа қатынасушыға сауатты сұрақ қоя алуы, өз ойын дұрыс тұжырымдай алуы тиіс.

Мұндай тапсырмаларда коммуникативтік құзыреттіліктің көрініс табуына қарай бағытталған жағдаяттар ұсынылады. Мысалы: Инерция – дос па әлде қас па? Табиғи радиация: өмірге қауіпті ме әлде сөзсіз болатын ақиқат па? Жарық жылдамдығынан артық болатын жылдамдыққа жетуге бола ма? Атомдық энергетиканы дамыту қажет пе? Энергия үнемдеуші лампылар – қыздыру лампыларына балама лампылар ма? Электромагниттік өріс – дос па әлде дұшпан ба? Ұялы телефон – бұл молшылық нышаны ма немесе қарым-қатынас құралы ма? Ғаламдық жылыну: кім кінәлі және не істеу керек? Электр зарядтары – өндірістегі көмекші ме әлде зиянкес пе? тақырыптарындағы мәселелер оқушылардың арасында пікір-сайыс ұйымдастыруға ықпал ететін болады.

Сонымен біз физика пәні мысалында құзыреттілік-бағдарланған білім беру моделін жүзеге асырудағы физикалық есептердің мүмкіндігін қарастырып өттік. Жалпы алғанда, жаңа білім беру моделінің жүзеге асырылуы мектептегі білім берудің мазмұндық та, процессуалдық та негіздерінің шынайы вариативтілігін жүзеге асыруға және білім беру сапасын үздіксіз жетілдіру принципін жүзеге асыруға мүмкіндік беретін болады деп есептейміз.

Қорыта айтқанда, құзыреттілік тәсіл білім берудің іс-әрекеттік сипатын жүзеге асыруға ықпал ете отырып, оқу үдерісін практикалық нәтижелерге қарай бағыттайды. Ал бұл білім алушының әр түрлі мәселелерді шешудегі іс-әрекетінде, игерілген білімінде, адамдармен қарым-қатынасында көрініс таба отырып, оның зияткерлік және әлеуметтік-мәдени маңызды тұлғалық қасиеттерін дамытуға ықпал ететін болады деп қорытынды жасаймыз.

1 ҚР білім беруді дамытудың 2011-2020 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасы. – Астана. – 2010

2 Зимняя И. А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата образования. // Эксперимент и инновации в школе. – 2009. – № 2. –С. 7-14

3 Хуторской А.В. Ключевые компетенции и образовательные стандарты: М.: Центр "Эйдос. – 2002. – 23 апреля

4. Токбергенова У.К., Казахбаева Д.М., Алимбекова Г.Б. Проектирование ожидаемых результатов обучения по образовательной области «Естествознание» // Вестник МГОУ. – 2015– № 2. –С. 95-102

5. Открытая физика. 2.5. Компьютерное обучение, демонстрационные и тестирующие программы. Части 1 и 2, CD-ROM. – Физикон. – 2003

6. Дьяконов В.П., Абраменкова И.В. Mathcad 8 PRO. – М.: «Нолидж». – 2000. – 503 с.

***Аннотация**. В статье рассмотрены возможности реализации компетентностного подхода при обучении физике в средней общеобразовательной школе. Реализация компетентностного подхода в средней общеобразовательной школе требует внедрения новых подходов в образовательный процесс. В этом контексте предложены некоторые методические подходы по формированию ключевых компетентностей учащихся на примере решения практико-ориентированных задач по физике.*

***Ключевые слова**: компетентностный подход в средней общеобразовательной школе, ключевые компетенции, решение физических задач, методы обучения.*

***Abstract.** The article discusses the possibility of the implementation of the competence approach in the course of teaching physics in secondary school. The implementation of competence approach in secondary school requires the introduction of new approaches to the training process. In this context, some methodical approaches to formation of learners' core competencies in solving of practice-oriented tasks in physics were suggested.*

***Keywords**: competence approach in secondary school, core competences, solution of tasks in physics, teaching methods.*

UDC 004.031.6

I.M. Ualiyeva [1], D.A. Ayazbayev[2*], A.T. Mansharipova[3]

THE PORTABLE ELECTROCARDIOGRAPH "KOMEKSHY" AS MEANS OF HEART VASCULAR SYSTEM MONITORING

([1] Almaty, al-Farabi Kazakh National University, [2] Almaty, International Information Technology University, [3] Almaty, Kazakh-Russian Medical University, [*] - graduate student)

Abstract. *In this article authors make overview to portable electrocardiographs, that can be used to observe heart vascular system. Article contains description of components of authors' suggesting electrocardiograph "Komekshy". It allows readers get overview about components, hence understand how electrocardiogram works. In addition, application perspectives and opportunities of suggesting device are shown in article.*

Keywords*: cardiovascular diseases, portable electrocardiographs, portable "Komekshy" electrocardiograph, Arduino,"HeartBIT" kit.*

Medical equipment for a long time have been helping get through various kinds of diseases. Medical equipment have already existed in I century. In XX century were developed medical equipment like echocardiography (ECG) devices (by Karl Theo Dussik in late 1940 by Inge Edler, Helmuth Hertz in 1954), computing tomography (by Godfrey Newbold Hounsfield and Allan McLeod Cormack in 1972), electrocardiograph (by Willem Einthoven in 1903 [1]), that can be used to survey cardiovascular system [2].

Help of electrocardiogram can observe the following information: heart rate and cardiac arrhythmia, defects of cardiac muscle, hypertrophy of left ventricle. In addition, ECG can help identify causes of dyspnea. Since have been developing various platforms and electrodes electrocardiographs become more portable and convenient.

Nowadays electrocardiographs are wide spread over the various countries because a prevalence of the heart diseases is very high in the world like in our country [3, 4, 5].

The survey the functional and technical characteristics of the portable electrocardiographs

Microvit MT-101/200 (Switzerland) [6] is a three-channel ECG register, which can measure ECG from 24 to 72 hours. MICROVIT MT-101/200 is a device of SCHILLER's company. Its mass is equal 110 g. Its interface supports over twenty languages. Microvit MT-101/200 uses culprit coronary artery algorithm to make analysis.

Microvit MT-101 nano (Switzerland) is portable electrocardiograph, which can measure ECG to 72 hours. Its mass equal 70 g. MICROVIT MT-101 nano save data in SD card. User can download saved data using a card reader. Its soft, sticky layings provide accurate ECG measurement.

Medilog AR12 plus (Switzerland) is ECG register, which detect user motion using three-dimensional accelerometer. Medilog AR12 plus is water resistant. In addition, user can record his or her voice to comment feeling. Each channel of device independently can detect apnea, impulses of pacemakers.

CardioJet (Russia) [7] is electrocardiograph, which measure ECG in 12 leads. It measure ECG for not longer than 1 minute. Size of CardioJet is comparable with typical computer mouse. Mass of electrocardiograph equal to 230 gram. CardioJet can be used in the following cases: if man have ischemia disease in heart, an arterial hypertension, diabetes mellitus, heart attack, antiarrhythmic therapy.

CardioJet can send measured ECG to consulting center by mobile or stationary phone. To do it CardioJet user should dial phone number of consulting center, then put device to phone microphone.

The next considering electrocardiograph is “HeartOne”. HeartOne (Israel) is portable, pocket ECG register. To record ECG user should lie two thumbs on device, then press on button. HeartOne can send measured ECG to Heartline receiver station (HRS) by phone.

Heartline receiver station is technology, which receive ECG signals from HeartOne, then analyze them. Heartline receiver station uses Oracle database to keep records about HeartOne user. This database consists of the following data: user’s previous diseases, symptoms of diseases and assigned diagnosis, assigned drugs, user’s course.

HRS from ECG can identify pulse, RR, QT intervals. HRS identifies HeartOne device by code assigned to user in HRS system.

The functional and technical characteristics of the portable "Komekshy" ECG register

"Komekshy" ECG register is HeartBIT platform based. Now “Komekshy” ECG register in developing stage. We are planning "Komekshy" ECG register be able observe heart vascular system. Heart vascular system changes when man changes life style, during high psych emotional load, after somatic or infectious diseases. Authors of this article are going to observe QRS complex of ECG to help heart vascular system work properly.

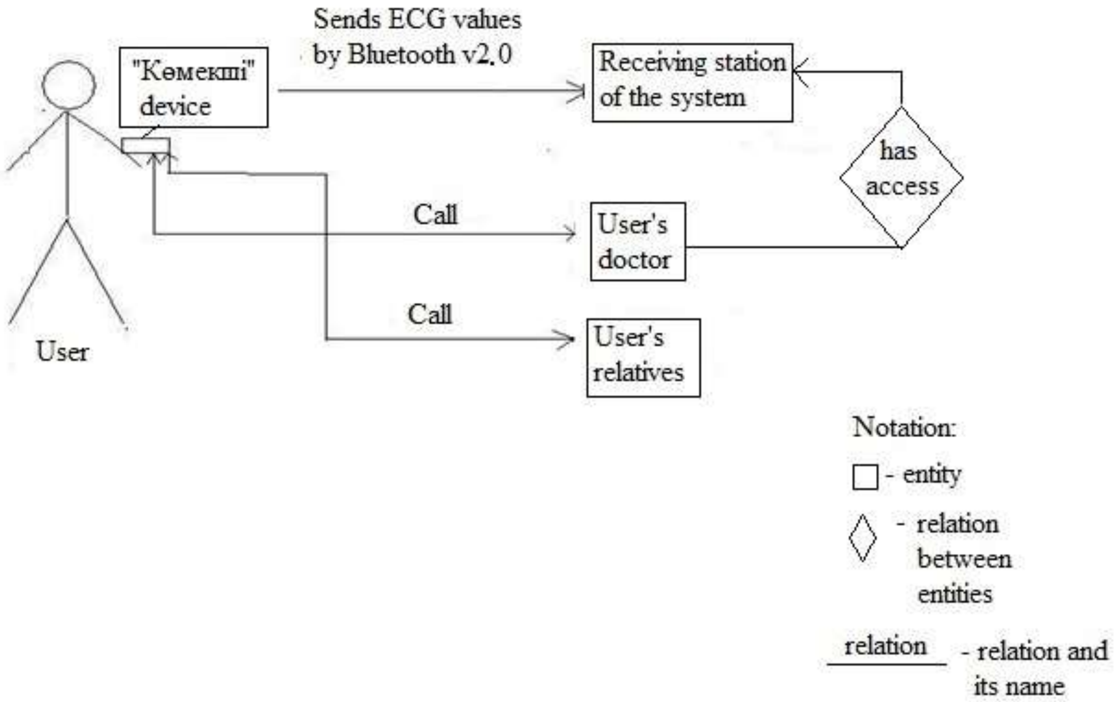
Platform of HeartBIT kit was chosen as a platform of “Komekshy» ECG register, because other sensors like: temperature, electrodermal activity, electromyography can be integrated to the platform and the platform is compatible with Arduino platforms. These sensors can increase functionalities of platform. In our project we would like, that user of “Komekshy” can call to his or her aiding doctor, relatives. Functional characteristics of electrocardiograph are depicted in picture 1.

To build “Komekshy” the following components are need: Arduino Mega 2560, display, charging device or AC-DC adapter (Arduino Mega can be charged by charging device or AC-DC adapter), IComsat GSM\GPRS shield, “HeartBIT” kit.

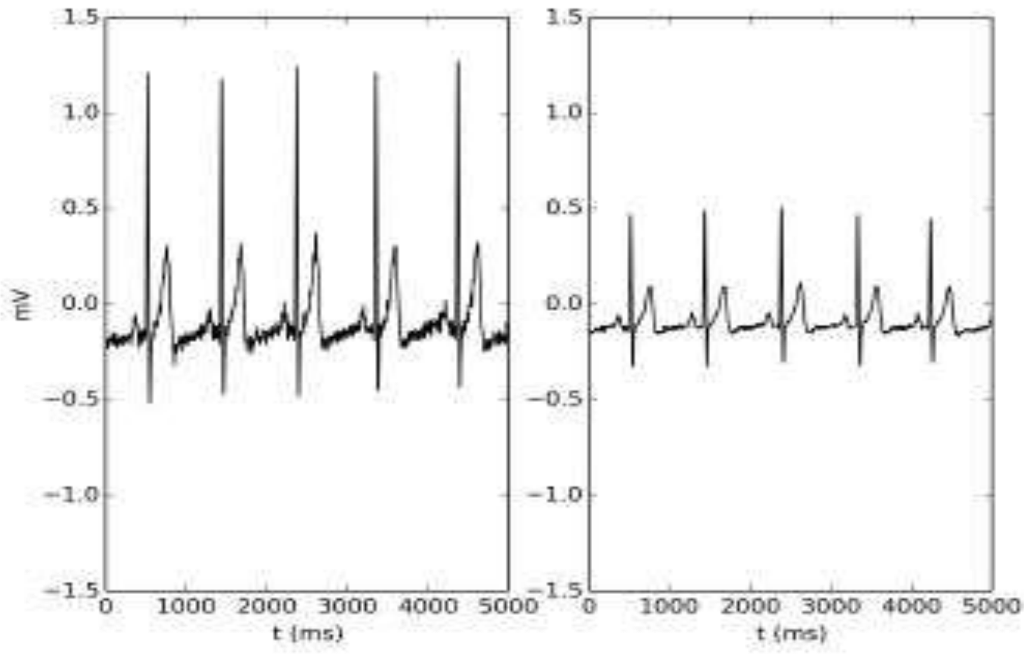
Arduino Mega 2560 is one kind of Arduino platform, which is based on “ATmega2560” chip. The platform has fifty-four digital input and output pins (15 of them can be used as pulse-width modulation outputs), sixteen analog inputs and four universal asynchronous receiver/ transmitters (UARTs). Arduino Mega 2560 can be charged by two ways: by built-in stabilizer, which can take from seven to twelve volts, and by direct current. The second way is by direct current. The platform can supply to external devices with 3.3 volts. Flash memory of Arduino Mega 2560 is equal to 256 KB where 8 KB of them are used by loader. When you program Arduino Mega 2560, you should take into account these features.

The next discussing component is HeartBIT kit. HeartBIT is a toolkit, which can be used in projects, where ECG, proper acceleration informers can be measured. The kit consists of ECG sensor, accelerometer, light emitting diode, rechargeable battery and three electrodes. Mass of kit is equal 320g.

Platform of HeartBIT is compatible with Arduino platforms. For example, you can replace HeartBIT chip with Arduino chip. “OpenSignals” is HeartBIT’ cascade to develop applications. “OpenSignals” can take signals from HeartBIT and visualize them in graphs form. Picture 2 demonstrates graphs, which were drown by “OpenSignals”.



Picture 1 – Functional characteristics of portable "Komekshy" device



Picture 2 – Graphs of OpenSignals. ECG data measured by 2 electrodes at the hands (left) and 3 electrodes at the chest (right)

HeartBIT platform can discretize signals at 1,10,100 or 1000 Hz. HeartBIT platform has the following kinds of ports: Four 10 bit analog inputs, two 6 bit analog inputs, four 1 bit digital inputs, four 1 bit digital outputs. HeartBIT platform sends signals by Bluetooth v2.0 (to 10m) and its actuator is LED. Size of platform is: 87x60mm.

ECG sensor of “HeartBIT” kit works according to differential voltage principle. Bandwidth of “HeartBIT” ECG sensor range from 0.5Hz to 40Hz. CMRR and signal registration range of sensor are respectively equal to 110dB, ±1.5mV.

Now we will describe the next necessary component, which is IComsat GSM\GPRS shield. IComsat GSM\GPRS shield is quad band GSM/GPRS device. The shield can send SMS or make a call at the following frequencies: 850, 900, 950, 1900 MHz. The shield can be controlled by AT commands. The module consumes from 3.4 to 4.5V voltage. At sleep mode, the shield consumes 1.5mA of current, but at sending mode, this indicator can grow to 500mA. The maximum consumption of current is equal to 1.8A. Working temperature of shield range from -30ºC to +80ºC. Communication protocol of device is UART.

Finally, each electrocardiograph has advantages and disadvantages. For example, HeartOne convenient for use, because to record ECG a user just should put thumbs to correspond electrodes then press on button, Medilog AR12plus in turn has display, which allows monitor ECG. The electrocardiograph "Komekshy" will be usable and has many functionalities likes heart vascular system monitoring, calling a doctor or relative, detection QRS complex from ECG.

1. Mehta NJ, Khan IA. Cardiology's 10 greatest discoveries of the 20th century. Tex Heart Inst J 2002; 29: 164–171.
2. Richard A. Meyer. History of Ultrasound in Cardiology. J Ultrasound Med 23:1–11, 2004.
3. Клыпин Д. Н. Прибор для мониторинга функционального состояния человека. // ОНВ. 2012. №1-108. URL: http://cyberleninka.ru/article/n/pribor-dlya-monitoringa-funktsionalnogo-sostoyaniya-cheloveka.
4. Muhamedyev, R.I.; Dmitriyev, V.G.; Maratov, M.M.; Ualiyeva, I.M.; Taishmanov, B.; Muhamedyeva, E.L.; Zagulova, D.V.; Mansharipova, A.T., "The web portal "Active longevity of Kazakhstan population": Actuality, objectives, functions and preliminary results," in Soft Computing and Intelligent Systems (SCIS) and 13th International Symposium on Advanced Intelligent Systems (ISIS), 2012 Joint 6th International Conference on , vol., no., pp.571-576, 20-24 Nov. 2012. URL: http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=6505237&isnumber=6504994
5. Маншарипова А.Т. Эффективность скрининга сельского населения для диагностики возрастзависимых заболеваний// Маншарипова А.Т., Ким З.Г., Ахмад Н., Садуакасова Ф.Д., Ешманова А.К., Шокарева Г.В., Садырова Г.А., Уалиева И.М., Акасова Г.Т. Сборник трудов участников международной научно-практической конференции «Медицинская наука: достижения и перспективы». – М.: ООО «МИА-МЕД», 2014. – 330 с. ISBN 978-5-600-00338-5.
6. Microvit MT-101 Holter and MT-200 Evaluation Software. User Guide. // Technical Data. 2012. URL: http://www.schiller.ch/corp/ru
7. Авдеева Д.К. Новые возможности электрокардиографа на наноэлектродах для индивидуального применения с телекоммуникационным каналом. // Д.К. Авдеева, И.А. Лежнина, М.М. Южаков, А.А. Уваров, И.В. Максимов, С.В. Демьянов, М.В. Балахонова. Вестник науки Сибири. 2012. № 4 (5), Серия Инженерные науки. – с. 54-59. URL: http://sjs.tpu.ru/journal.
8. Prithviraj S. Design and implementation of GSM based and PID assisted speed control of DC motor. // Prithviraj S., Shital S. Bhosale, Amrut U. International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering. Vol. 3, Issue 4, April 2014. URL: http://www.rroij.com/open-access/design-and-implementation-of-gsm-based-andpid-assisted-speed-control-of-dc-motor.pdf

Аңдатпа. *Мақала жүрек қызметін бақылайтын портативті электрокардиографтарға шолу жасайды. Бұл электрокардиографтар арқылы адам өздігімен электрокардиографиясын өлшей алады. Мақалада авторлар ұсынған "Komekshy" электрокардиографтың құраушы бөліктерінің сипаттамалары көрсетілді. Сонымен қатар, мақалада "Komekshy" электрокардиографтың қолданушылар үшін жәрдем мүмкіндіктері, келешектегі дамуы*

сипатталды.

Түйін сөздер: *жүрек-қан тамыр аурулары, портативті электрокардиограф, портативті “Көмекші” электрокардиографы, Arduino,”HeartBIT” жиынтығы.*

Аннотация. *В данной статье показан обзор функциональных и технических характеристик портативных электрокардиографов, используемых для самостоятельного слежения за сердечно сосудистой системой. Авторы также описывают характеристики и отличительные особенности разработанного ими портативного электрокардиографа “Kotekshy”. С помощью статьи читатель может ознакомиться компонентами электрокардиографа “Kotekshy”. Показана перспектива и возможность использования предлагаемого устройства для помощи пациентам.*

Ключевые слова: *сердечно-сосудистые заболевания, портативные электрокардиографы, портативный электрокардиограф “Көмекші”, Arduino, набор ”HeartBIT”.*

ӘОЖ 542.73

Ә.Қ. Шоқанов, Г.Б. Әлімбекова, Н. Искакбаева*

АТОМДЫҚ КҮШТІК ЖӘНЕ ТУНЕЛЬДІК СКАНЕРЛІК МИКРОСКОПТАРЫН ОҚУ ҮДЕРІСІНЕ ҚОЛДАНУ

(Алматы қ., Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, *- магистрант)

Аңдатпа. *Мақалада НАНАЭДЮКАТОР ІІ қондырғысының сызба құрылымы беріледі. Атомдық күштік (АКМ) және сканерлеуші тунельдік микроскоптардың (СТМ) жұмыс істеу үдерісі көрсетіледі. Магистрлер мен PhD-докторанттар осы қондырғы көмегімен бірнеше зертханалық жұмыстар жасайды. Үшкір зондтарды электрохимиялық тәсілдермен алу технологиясын меңгереді. Кері байланыс кезіндегі пайда боладын жоғары жиілікті дабылды алу мүмкіншілігі меңгеріледі. Зертханалық қондырғы НАНОЭДЮКАТОР ІІ-нің көмегімен қатты дене беттерінің нанокескіндері зертеледі.*

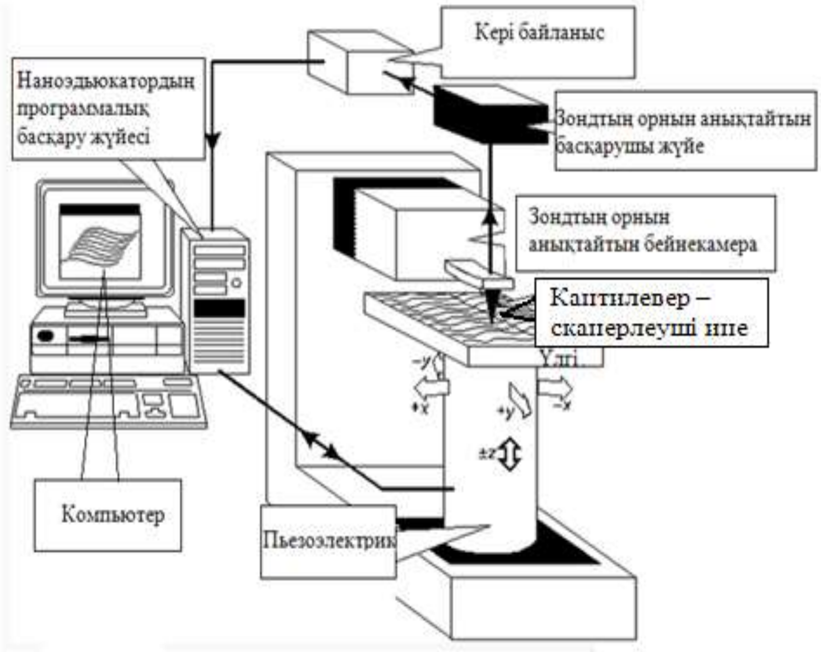
Түйін сөздер: *НАНОЭДЬЮКАТОРА ІІ, атомдық күштік микроскоп, сканерлеуші зондтық микроскоп, гамма темір оксиды нанобөлшектері, магниттік нанобөлшектер, наноқұрылымдар.*

НАНОЭДЬЮКАТОР-дың көмегімен сканерлік зондтық микроскоптардың құрлысын қарастырып, әртүрлі нанообъектілер мен наноқұрылымдарды зерттеуге болады. Оқу зертханаларда студенттер наноэдьюкатордың жұмыс істеу принципімен танысады. Наноэдькатордың көмегімен әртүрлі нанообьектілердің бет бейнесін зерттейді [1-3]. Осы ғылыми-оқу кешені Университетте PhD докторанттарды және магистрлерді дайындау үшін оқу үдересінде кең колданылады.

НАНОЭДЬЮКАТОР ІІ –атомдық-күштік және тунельдік сканерлік микроскопиялардың әдістерін қолдануға мүмкіндік беретін көп функционалды оқу және ғылыми қондырғы (1 сурет).

1-сурет. Оқу жүйесінде қолданылатын наноэдьюкатор II қондырғысы

Оның өлшеуіш жүйесі күрделі аспаптардан тұрады. Құрамында - сандық бейнекамера, арнайы зонд, басқарушы программасы бар электрондық жүйе, пьезоэлектрик, сканерлеуші ине, кері байланыс үшін қолданылатын электрондық аспап және компьютер блоктары бар (2 – сурет).Бұл жүйелер бір бірімен тікелей байланысқан.



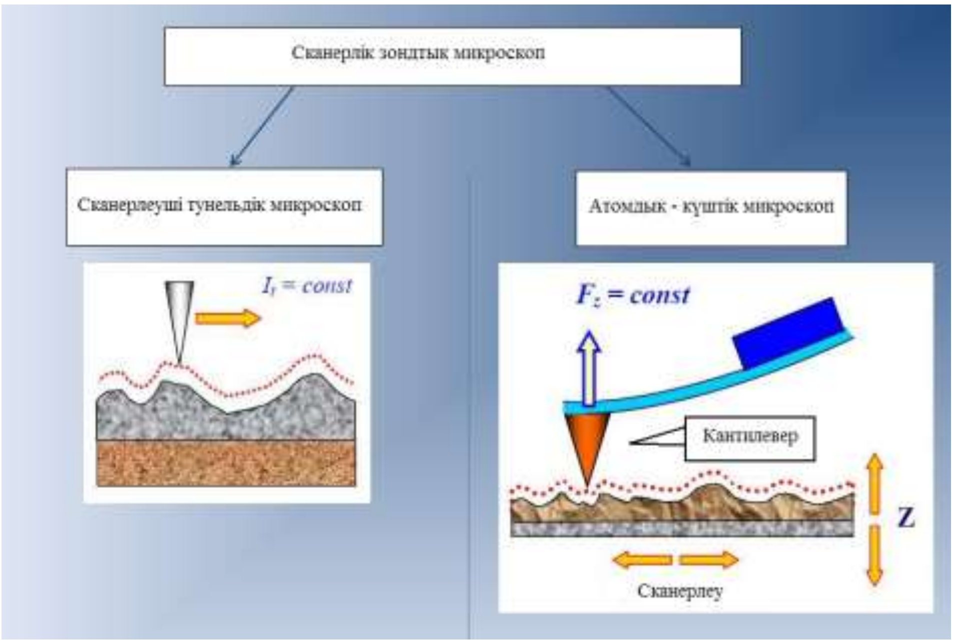
2-сурет. Сканерлік зондтық микроскоптың кескіні

Сканерлік зондтық микроскопия қатты дене бетінің морфологиялық және аймақтық қасиеттерін жоғары ажырату қабілетімен зерттейтін қазіргі заман әдістерінің ішіндегі негізгі әдістерінің бірі болып табылады [4-5]. Соңғы 10 жыл ішінде сканерлеуші зондтық микроскоп тек шектелген зерттеу топтарының қолы жете алатын, өте сезгіш әдістен, қатты денелердің беттерінің қасиеттерін зертеуге арналған кеңінен таралған құралға айналды. Бүгінгі күні практикада қатты денелердің беттерінің рельефінің зерттеудегі қолданылатын тәсілдердің бір де біреуі сканерлік зондық микроскопия әдісінсіз жүргізілмейді. Атомдық сканерлік зондтық микроскопия нанотехнологиядағы жаңа басқа да технологиялардың ашылуына негіз болды. Олар: тунельдік, магниттік-күштік, электр-күштік және жақын өрісті оптикалық сканерлік микроскопиялар болып табылады [6-8].

Сканерлік зондтық микроскопты 1981 жылы швейцариялық ғалымдар Герд Бинниг және Генрих Рорер ашты.Өздерінің жұмыстарында олар бұл әдіс үлгінің бет бедерлерін зерттеудегі, нанодеңгейдегі қарапайым нәтижелі әдіс болып табылатындығын көрсетті. Бұл жетістік ғылымдағы үлкен жаңалық болды. Осы жұмыстары үшін Герд Бинниг пен Генрих Рорерке 1986 жылы Нобель сыйлығы тапсырылды.

Қазіргі кезде зондтық микроскопия қарқынды дамып отырған физикалық тәсіл. Сканерлеуші зондтық микроскопияда беттің микробедерін (20-100) нм және оның қасиеттерін зерттеу, арнайы әдістермен жасалынған ине түрінде келетін, зонд арқылы жүзеге асады. (3 - сурет).

Зондтық микроскоп жұмыс істеу принциптері негізінде зонд пен үлгі бетінің арасындағы әсерлесу негізі алынады.



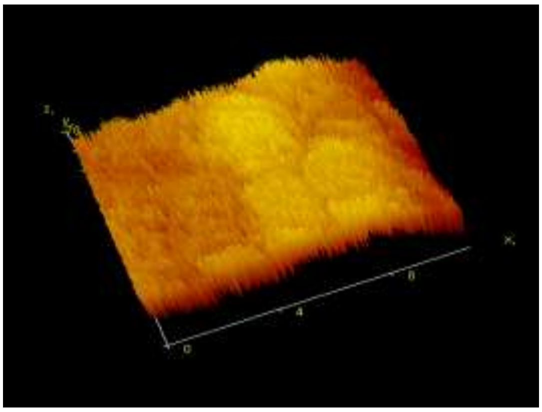
а) б)

3- сурет. Сканерлік зондтық микроскоптағы физикалық процестер;
а) сканерлік тунельдік микроскоп, б) атомдық – күштік микроскоп

Тунельдік сканерлік микроскопта металл инемен өткізгіш үлгі арасындағы тунельдік токтың өзгеру шамасы анықталады. Ал, атомдық-күштік сканерлік және магниттік-күштік, электр-күштік сканерлік микроскоптарда инемен үлгі арасындағы әсерлесу кезіндегі күштік өзгерістер қарастырылады . Осы кезде зондпен зерттелетін үлгі арақашық шамамен 0,1 нм құрайды. Кері байланыс нәтижесінда бұл шама тұрақты болып қала береді.

Инеден дабылды сканерлік зондтық микроскоптарда түтік тәріздес пьезоэлементтер қабылдайды. Осы алынған дабыл генератордан шыққан дабылмен қабаттасып кері байланыс жүйесі арқылы басқарушы дабылды туғызады.

Келесі 4-суретте наноэдьюкатордың көмегімен алынған мата үлгінің (10х10) мкм 3D бейнесі көрсетілген. Беттік ауытқу биіктігі 7нм шамасында. Бірлік аймақтағы өлшеу дәлдігі 256 нүктені құрайды.

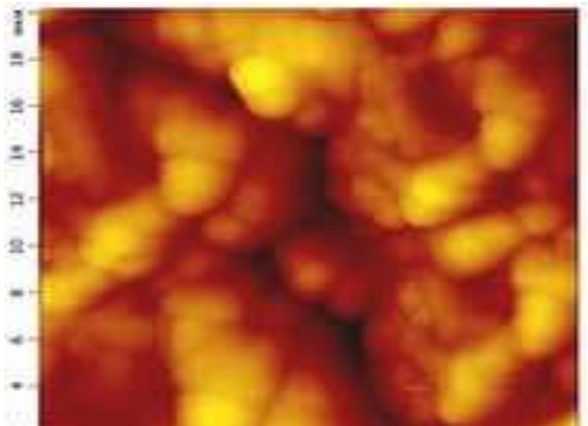


4-сурет. Атомдық - күштік микроскоп наноэдьюкатор II көмегімен
алынған мата үлгісінің 3D бейнесі

Келесі суретте нанобөлшектердің беттік бейнесі келтіріледі. Магниттік нанобөлшектер қазіргі жаңа технология саласында жиі қолданылады. Нанотехнология жетістіктері болашақта медицина саласында, әсіресе онкологияда кең орын алады [4-6].

Онкологияда магниттік нанобөлшектер диагностика және гипертермия үшін теңдесі жоқ материал болып табылады [5-8].

5-суретте аймағы (20х20) мкм өлшемдегі темірдің гамма- оксидінің магниттік нанобөлшектерінің құрылымы көрсетілген



5-сурет. Темірдің гамма оксидінің наномагниттік бөлшектерінің құрылысын
атомдық - күштік микроскоп наноэдьюкатор II көмегімен зерттеу

Біз байқағандай нанобөлшектердің беттік бейнелері суретте жақсы ажыратылған. Олардың орташа өлшемі 20 нм шамасында.Осы нанобөлшектердің көмегімен емге қолданатын дәрі-дәрмектерді тікелей қатерлі ісікке тасымадап жеткізуге болады.Сонымен қатар гипертермия процесін іске асыруға мүмкіншілік туады.

Магистранттар мен PhD-докторанттар Наноэдьюкатор II қондырғы көмегімен лабораториялық жұмыстарды орындау кезінде оқу үдерісіндегі пәнаралық байланысты көрсете алады. Жоғары технологиялардағы жетістіктерді оқып үйренеді. Сондықтан жас мамандарды дайындауда наноэдьюкатордың алатын орны осы кезде өте ерекше. Мектеп оқушыларына, бакалавр, магистр және PhD докторанттарына нанотехнологияның негізгі принциптерін таныстырып, айқын тәжірибе жүзінде көрсетуге, заттардың атомдық, молекулалық құрлымдарын зертханада анықтауға мүмкіндік туды.

1. Миронов В. Мир физики и техники. Основы сканирующей зондовой микроскопии. Учебное пособие для студентов страшых курсов ВУЗ. «ТЕХНОСФЕРА», Москва 2013 ж. ст.143.
2. Панов В.С. – Сканирующая туннельная микроскопия и спектроскопия поверхности.// УФН., т.155, № 1, с.155-158 (1988).
3. Бахтизин Р.З., Галлямов Р.Р. – «Физические основы сканирующей зондовой микроскопии», Уфа, РИО БашГУ, 2003, 82с.
4. Шоканов А.К., «Исследования новых биопрепаратов на основе магнитных наночастиц для визуализации и терапии злокачественных опухолей»// Вестник Казахского Национального педагогического университета имени Абая, серия физико-математическая, 2012 г.с.161-167.
5. Шоканов А.К., Касенова М.С., «Перспективы применения магнитных наночастиц оксидов железа в онкологии» // «Physics Medi», Физиология и медицина, высокие технологии, теория, практика. Сборник статей пятой международной научно-практической конференции «Высокие технологии, фундаментальные и прикладные исследования в физиологии и медицине» Санкт-Петербург 2013г. Том 1.с.189-192
6. Shokanov A.K., Tlebaev K.B., «Mossbauer study of nano magnetic particles promising in the oncology»// «International Conference on the Applications of the Mossbauer Effect», Congress Center at the Grand Hotel Adriatic, Opatija, Croatia, September 1st-6th , 2013.p.216.
7. Шоканов А.К., Кенжаева А, Способ получения наномагнитных частиц гамма-оксида железа.// Авторское свидетельства на изобретение № 85747 от 06.02.2014г.
8. Шоканов А.К., Кенжаева А, Способ получения наномагнитных частиц гамма-оксида железа.// Инновационный патент №29249 от 06.02.2014г.

Аннотация. *В статье описана структурная схема установки - НАНОЭДЮКАТОР II. Излагается принцип работы атомного силового микроскопа (АСМ) и сканирующего туннельного микроскопа (СТМ). На практике, обучающейся на установке НАНОЭДЮКАТОР II получают различные АСМ и СТМ изображения поверхности твердых тел. В статье даны изображения поверхности плотного материала из хлопка и магнитных наночастиц гамма-оксида железа. В работе показана возможность применения НАНОЭДЬЮКАТОРА II в учебном процессе для исследованиий наноструктур различных материалов.*

Ключевые слова: *НАНОЭДЬЮКАТОРА II, атомный силовой микроскоп, сканирующий зондовый микроскоп, гамма оксид железа, магнитные наночастицы, наностроения.*

Abstract. *The article describes a block diagram installation - NANOEDUCATOR II. It outlines the principles of operation of an atomic force microscope (AFM) and scanning tunneling microscope (STM). In practice, the learning in the laboratory at the facility NANOEDUKATOR II are prepared various AFM and STM images of the surface of solids. The article presents the image of the surface of dense material of cotton and magnetic nano-particles of gamma ferric oxide. In the work showed the possibility of nanomaterials using NANOEDUCATOR II at the base of a university laboratory.*

Keywords: *NANOEDUKATOR II, atomic force microscope, scanning probe microscope, gamma iron oxide, magnetic nanoparticles, nanomaterials.*

ИНФОРМАТИКА. ИНФОРМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ. БІЛІМ БЕРУДІ АҚПАРАТТАНДЫРУ
ИНФОРМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ИНФОРМАТИКИ. ИНФОРМАТИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

ӘОЖ 519.7

Ө.Ж. Мамырбаев, А.Е. Ибраимкулов, А. Самбетбаева

ЖЕКЕ ТҰЛҒАНЫ БИОМЕТРИЯЛЫҚ КӨРСЕТКІШТЕРІ БОЙЫНША СӘЙКЕСТЕНДІРУ ӘДІСТЕРІНЕ ТАЛДАУ

(Алматы қ., Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігі,
Ақпараттық және есептеуіш технологиялар институты)

Аңдатпа. *Ақпараттық технологиялардың қарқынды дамыған заманында барынша жаңа инновациялық–технологиялық үдерістің кең етек алу- жолындағы әртүрлі қолданыс саласын тұтынушы адамдардың, қоғам мен бүкіл мемлекеттің ақпараттық және өмірлік қауіпсіздігін тиімді жолдар мен әдістер арқылы қамтамасыз ету жаһан жаршыларының алдына қойған басты мақсаты болып табылады. Осы жолда биометриялық әдіс арқылы жеке тұлғаны сәйкестендіру әдісін пайдалануды қарастырамыз. Бұл мақалада биометриялық әдіс арқылы тұлғаны сәйкестендіру ұғымына сипаттама беріліп, қолданыс аясы мен түрлері, зерттеудегі әдістер мен алгоритмдер, бағдарламалық ресурстардың түрлері жалпылама қарастырылған және талданылған.*

Түйін сөздер: *сәйкестендіру, биометрия, дактилоскопия, көздің сыртқы мөлдір қабығы арқылы сәйкестендіру, бет пішін формасы арқылы сәйкестендіру, дауыс арқылы сәйкестендіру.*

Кіріспе. Біз өмір сүріп отырған қоғам жаңашылдыққа бет бұру жолына түсіп, бұрын–соңды орын алмаған мүмкіндіктерді қолданыс саласына енгізе отырып, уақытпен бірге жарыса жар салып, құнды туындыларды өмірге әкелуде. Ғылыми туындылар – адам баласына, оның күнделікті өміріне оң әсерін тигізіп, жеңілдетіп қана қоймай, адам өмірінің «тек өзіне тиесілі ақпараттық қауіпсіздігін» қамтамасыз ету жолында үздіксіз ғылыми–тәжірибе түрде қажеттелігінжүзеге асыру үстінде.

Қазіргі уақыттағы ғылыми–техникалық прогресстің дамуына жаңадан құрылған техникалармен технологияларды жетілдіру, ғаламдық ақпараттық үдеріске ілесуге жол ашу және сәйкесінше оның қауіпсіздік саласын қамтамасыз етуді жатқызамыз [1].

Заманауи әлемде ақпараттық қауіпсіздікті қамтамасыз ету проблемасы аса маңызды мәселеге айналуда. Қазіргі кезде құпия сөз арқылы сәйкестендіру жүйесін қолдану қауіпсіздікті барынша сенімді түрде қамтамасыз ете аламай келе жатыр. Қауіпсіздіктің барынша жоғары деңгейіне жету үшін, құпия сөз анағұрлым күрделі болу шарт. Құпия сөздің күрделілігі әріптер, цифрлар мен белгілерді бірге қолдану арқылы сипатталады. Еске сала кететін жағдай, әрбір ақпараттық ресурс өзіндік құпия сөзді құруға кеңес береді. Ал кейде қолданушылар арасында өзінің құпия сөзін ұмытып қалатын жағдайлар көп орын алып жататыны ақиқат, осындай жағдайда құпия сөзді қайта қалпына келтіруде қызмет көрсету бөліміне жүгінген адамды сәйкестендіруге тура келеді. Сонымен қатар, сәйкестендірудің құпия сөздік жүйесі рұқсат етілмеген жүйеге орнатылған құпия сөзді қолдану сенімді түрде қорғалмаған. Яғни, екінші бір тұлға бас пайдасы үшін құпия сөзді бұзу әдістерін пайдалану арқылы өзге адамға ғана тиесілі мәліметті оңай емдене алады деген сөз. Осы орайда, ақпараттық қауіпсіздік деңгейін арттыру мақсатында жеке тұлғаны сәйкестендіру үшін көбіне биометрия әдісін пайдалануда.Жалпы, жеке тұлғаны биометриялық әдіс арқылы сәйкестендіру саласы күн өте келе дамып жатқан ең тиімді әдіс болып саналады. Жеке тұлғаны биометриялық әдіс арқылы сәйкестендіру саласында еңбек еткен шет елдік және отандық ғалымдар: Г.Фант, М.А. Сапожков, Дж. Фланаган, А.А. Пирогов, Б. Атал, Дж. Додингтон, Л.Р. Рабинер, Б. Гоулд, Р.В. Шафер, С.Л. Коваль, Ш. Дожмартова, Р.Р. Мусабаев.

Биометрияны қолдану аумағына келесі сала қызметтерін жатқызамыз: құқық қорғау саласы, қаржы қызметі (банк, банкомат), мемлекеттік тіркеу органы (биометриялық паспорт), электронды сауда, кәсіпорын, қонақ үйлер, әуежай, мектептер, сауда орталықтары. Көбіне, биометриялық технологиялар қылмысты, қолжетімділікті бақылау мен азаматтарды сәйкестендіруді тану мақсатында қолданылады [2].

Биометриялық технологияларды қолдануда отандық және шетелдік компаниялар қарқынды жұмыс атқаруда. Мысалы, АҚШ, Қытай, Австралия, Жапония, Үндістан және Ресейлік компанияларды қарастырсақ болады. Оларға келесідей компаниялар: Cyber-Sign және Communications Intelligence; Identix, Sagem Morpho, Veridicom, Infineon, BioLink, Speech Technology Center, Sonda, Elsys, Safran Morpho, 3M Cogent, NEC Corporation, DigitalPersona және Accu-Time Systemsсекілді компаниялар жұмыс атқаруда. Қазақстандаақпараттық және есептеуіш технологиялар институтында Жеке тұлғаны биометриялық әдіс арқылы сәйкестендіру саласында іргелі зерттеулер жүргізілуде. Ал Қазақстандық «Латон» ЖШС деп аталатын компанияда жеке тұлғаны биометриялық әдіс арқылы сәйкестендіру аумағында өзінің бірегей патенттелінген өнімдері де бар: бірі – саусақ таңбалары арқылы сәйкестендіру болса, екіншісі – түр кескін арқылы сәйкестендіру жүйесі.Биометрия саласындағы халықаралық сарапшылардың көзқарасы бойынша, отандық Латон компаниясының өнімдері әлемдегі биометрия нарығының ең мықты дегендердің қатарына жатады. Сонымен қатар, «Бейне++» деп аталатын жүйе жұмыс жасаумен бірге, үшөлшемді биометриялық технологияда құрастырылуда, ол дегеніміз – отандық ғылымды дамыту мен ұлттық қауіпсіздікті қорғаудың қарқынды қадамы деп түсінеміз [3].

Ақпараттық және бағдарламалық қамтамасыз ету. Тұлғаны сәйкестендіруде әртүрлі математикалық әдістер мен алгоритмдерді негізге ала отырып жасалған бірнеше бағдарламалар жұмыс істейді. Мысалы, жеке тұлғаны дауысы арқылы сәйкестендіруді MatLab пен LabView бағдарлама ортасы көмегімен іске асыруға болады. Сонымен қатар, динамикалық сәйкестендіруде PhotoModeler ортасыда қолданылады. Биометриялық сәйкестендіруде ақпараттық жүйелерді құру мен сенімді түрде сақтауда Oracle өнімі қолданылады. Мұнан басқа да бағдарламалық орталықтар бар: Diagnostic Pak, Tuning Pack, Change Management Pack және Configuration Management және т.б. Бейне кескіндерді өңдеуде Канни алгоритмі қолданылса, көздің сыртқы мөлдір қабығын анықтауда Даугман, Хоужәне Хаара әдістері қолданылады. Бұдан өзге де биометриялық технологияда қолданылатын классикалық әдістерге: Wildes, Boles, Noh әдістерін жатқызамыз. Осы әдістермен қатар математикалық модельдеудің де орны ерекше. Математикалық модельдеу нысанның кескін құраушы бөлігі арасын математикалық қатынас көмегімен жазуға болады. Нәтижесінде, зерттелетін процесс немесе оқиғаның математикалық сипаттамасы пайда болады, яғни оның математикалық моделі құрылады [4,5].

Биометриялық әдіс классификациясы. Биометриялық сәйкестендіру мынадай түрге бөлінеді:

–статикалық әдіс, адамның тумысынан және оның өзгелерден ерекше белгілерінен алынған бірегей деректер қасиетіне негізделеді. Физиологияық көрсеткіштер адам үшін өзгеріссіз болып саналады. Статикалық әдіс: саусақ таңбасы, алақан формасы, алақанның көрінетін жағындағы көктамыр, көздің ішкі тор қабығы, көздің сыртқы мөлдір қабығы, бет жүзінің пішіні, ДНК және т.б.арқылы сәйкестендіру түрлері жатады.

–динамикалық әдіс, тұлғаның мінез-құлық сипаттамаларына негізделеді. Бұл ерекшеліктер санадан тыс қандай да бір іс-әрекетті орындаудағы қимыл-қозғалысқа бағытталады (сөйлеу, қолтаңба, пернетақталық теру динамикасы). Мұндай мінез-құлық сипаттамалары басқарылатын және басқарылмайтын психикалық факторларға әсер ету жағдайына ұшырайды. Олардың өзгергіштігінің салдарынан биометриялық үлгілерін қолданар алдында жаңартып тұру қажет. Динамикалық параметрлерін сәйкестендіру үшін бірнеше сызықтық функционалдар есептелінеді. Сызықтық функионалдар ретінде Фурье,Уолша,Хаара секілді ортогональды функционалдар таңдалынады. Оларды барлығын жүзеге асыру (глобальды функционал) түрінде немесе кейбір бөліктері (жергілікті функционал – мысалы, сөздің әрбір әріпі бойынша) есептейді [5].

Биометриялық параметр арқылы жеке тұлғаны сәйкестендіру әдісі:Дактилоскопия сөзі гректің daktylos – саусақ + skopeo – қараймын деген сөзінен шыққан. Дактилоскопия әдісі өте кең таралған тану әдістерінің бірі болып саналды. Дактилоскопия әдісі криминалистикада көп қолданысқа ие. 1877 жылы адам алақанының жоғарғы терісіндегі көктамыр бейнесінің өзгермейтіндігі жайлы гипотезаның негізінде ағылшындық ғалым Уильям Гершельдің идеясымен құрылған. Дактилоскопия әдісінде әрбір адам үшін қайталанбас қол саусақтарының ұшындағы тері өрнектерін қолданады (1-сурет). Арнайы сканер арқылы қол таңбасының бейнесін алады. Одан кейін сандық кодқа ауысады және алдын ала енгізілген шаблонмен салыстырылады. Әрбір саусақ таңбасындағы белгінің екі негізгі типін анықтауға болады: глобальды және жергілікті (локальды). Глобальды белгі – ешқандай құралсыз көзбен анық көруге болатын белгі. Жергілікті белгі – көктамыр сызықтарының құрылымын өзгерту бөлімі, көктамыр жолдарының бағытталуы мен координаттарын анықтаудағы (соңы, екіге бөлінуі, бір-бірінен ажырауы) әрбір саусақ таңбалары үшін бірегей болып табылады [6]. Қазіргі кезде АҚШ-тың ANSI және ФБР стандарттары қоланылады.

1-сурет. Дактилоскопия әдісі

Бұл стандарттардың арнайы қойылған талаптары бар:

– әрбір бейне сығылмайтын TIF форматында ұсынылады;
– бейненің мүмкіншілігі 500dpi кем болмауы керек;
– бейне 256 деңгейдегі жарықта түсте болуы шарт;

– минуцияның негізі типі – соңы және екіге бөлінуі.

Дактилоскопияда қолданылатын әдістер:

Басты белгілері (глобальды) арқылы анықтау әдісі. Бұл әдісте саусақ таңбаларының басты белгілерін (ядро, дельта) табу жүзеге асады. Осы белгілердің саны мен өзара орналасуы сызықтар типін жіктеуге мүмкіндік береді. Сызықтың типі адамның мінез-құлқын, темпераментін және мүмкіншілігін анықтауға мүмкіншілгі бар деп есептелінеді.

Граф негізінде анықтау әдісі. Саусақ таңбасының бастапқы бейнесі (1) папиллярлы жолға (2) бағытталған жиек суретіне өңделеді. Мұнда (2) жолдың бірдей бағыты белгілі болғандықтан, осы екі аймақтың шекарасын белгілеп қояды. Одан кейін осы аймақтардың центрі анықталып, граф құрылады.

Саусақ таңбаларын алудағы сканерлер түрлері(1-сурет):

- оптикалық;
- ftir-сканерлер;
- оптоталшықты;
- оптикалық;
- шығыршықты;
- байланыссыз;
- жартылай жетектеуішті;
- термо-сканеры;
- радиожиілікті;
- ультрадыбысты;

Сәйкестендіру процесі бірнеше секундқа созылады. Осы әдістің одан әрі дамуының жетіспеушілігіне кейбір адамдардың тысқары пікірі әсер етеді, яғни өздерінің саусақ таңбалары жайлы мәлімет қалдырғысы келмейді. Мұндай пікірге кері көзқарас ретінде, дактилоскопия әдісінің құрылығысын құрастырушылар: саусақ таңбалары жайлы ақпарат емес, сәйкестендірілген қысқа код ғана сақталады деген тұжырымға тоқталады. Осы әдістің артықшылығы қолдануда қарапайым, сенімді және ыңғайлы болып саналады.Дактилоскопиялық зерттеуді жүргізу барысында қойылатын сұрақтар.

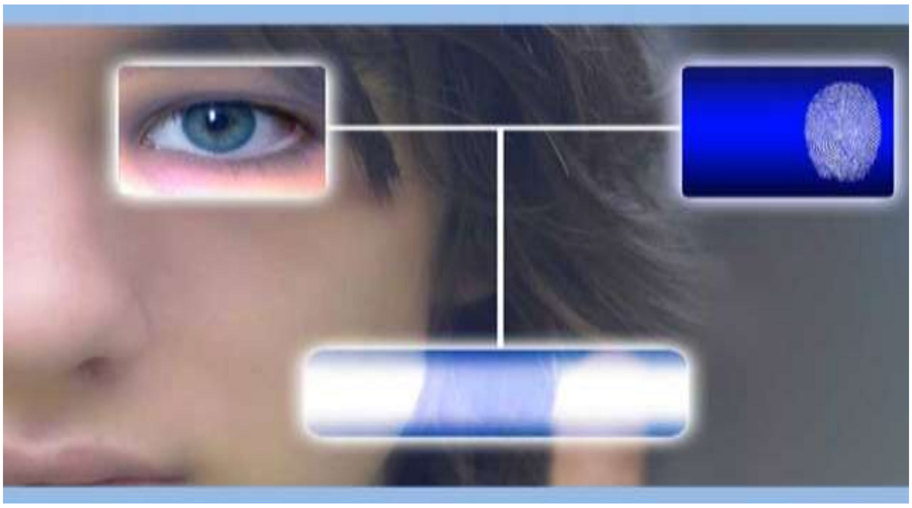
Саусақ таңбаларын диагностикалық зерттеу:

- саусақ таңбаларын қалдырған тұлға қандай жас санатына жататындығы;
- саусақ таңбаларын қалдырған тұлға қай жыныcқа (ер немесе әйел) жатадығы;
- саусақ таңбалары қай қолының (оң немес сол қол)таңбалары екендігі;
- саусақ таңбалары затта қанша уақыт тұрғандығы;
- саусақ таңбаларын қалдырған адамның қолының, саусақтарының қандай да бір ерекшеліктерін (тыртықтар, тері аурулары және т.б.) [7].

Көздің сыртқы мөлдір қабығы арқылы сәйкестендіру. Көздің сыртқы мөлдір қабығын сканерлеу технологиясы 1936 жылы белгілі офтальмолог Франк Бурхтың ұсынысымен ең алғаш ойлап табылды. Адам баласының көзінің сыртқы мөлдір қабығы әр адам үшін бірегей қайталанбас деген тұжырымды ұсынған. Ал 1994 жылы Iridian Technologies компаниясының зерттеуші ғалымы Дж.Дафман осы әдістің алгоритмін патенттеді.

Бұл әдістің негізі көздің сыртқы мөлдір қабығының айырықша өрнектелуінде (2-сурет). Оны жүзеге асыру үшін арнайы бағдарламалық қамтама мен көзді суретке түсіретін сапалы камера қажет. Осылардың арқасында тұлғаны сәйкестендіру қызметін атқаратын сандық код құрылады. Сканердің монохромды түрі спектрдің көрінетін және инфрақызыл түсті бөлігін (700-900нм) қолданады. Пайда болған дайын бейнеден 2-D Gabor-фильтр алгоритмін қолданады және оларды бірнеше векторларға бөледі. Сканерлеу 1 метрден аз арақашықтықта жүзеге асады.

Көздің нұрлы қабығын анықтау алгоритмнің ең кең таралған түрі ретінде нұрлы қабықтың параметрлерін анықтайтын еркін шеңбер қолданылады. Көздің сыртқы мөлдір қабығының негізгі анатомикалық құрылымы ретінде суреті, рельефі және түсі жатады. Сәйкестендірудің осы түріне мынадай алгоритмдер мен математикалық әдістер қолданылады: Даугман әдісі, Хоу әдісі мен Хаара әдісі, Канни алгоритмі және Габор фильтрі, Гаусс фильтрі мен Лаплас операторы. Осы аталған әдістер мен алгоритмдердің ішінде Канни алгоритмі – көздің қарашығын анықтауда қолданылады. Канни алгоритмі суреттегі көздің қарашық шекарасын анықтау үшін горизантальды және вертикальды градиенттің қолданылады. Канни алгоритмі көмегімен суреттерді өңдегеннен кейін, көздің қарашық шекарасын дәл анықтайтын шеңбер қалыптасады.Осы аумақтағы интегродифференциальды Даугман әдісі каноникалық процесс болып саналады, яғни қанағаттанарлықсыз нәтиже бергендіктен, Хоу әдісімен бірге қолданылады.Тағы бір әдіс қатарына, Габор фильтрі жатады. Габор фильтрі көздің сыртқы мөлдір қабығын анықтаудағы кілттік нүктелерді табуда қолданады. Сонымен қатар, Гаусс фильтрі мен Лаплас операторы қолданылады.



2-сурет. Көздің сыртқы мөлдір қабығы арқылы сәйкестендіру

Көздің сыртқы мөлдір қабығы арқылы сікестендіру технологиясы банкомат жүйелерін пайдалануда, ұялы телефондар мен компьютерлік өнімдерде кеңінен қолданыс аясында жүріп жатыр [9].

Бет пішін формасы арқылы сәйкестендіру. Мұндай сәйкестендірудің статикалық әдісі адамның бет пішінінің екілік немесе үшөлшемді түрін құруда жасалады. Камераның және арнайы машықтандырылған бағдарламасының көмегімен бет пішіннің көрінісіне көздің айналасы, ерін, қабақтар, мұрын және т.б. ерекшеленіп сызықтармен көрсетіледі. Одан кейін, осы аталған элементтер мен өзге де көрсеткіштердің арақашықтығы есептелінеді. Осы мәліметтерге бейне құрылып, салыстыру мақсатында сандық формаға өзгереді. Бірнеше бет пішіннің формасы 3-суретте көрсетілген.

Бұл тәсіл биометрия саласының қарқындап дамып жатқан бағытына жатады (3-сурет). Оның артықшылығы арнайы қымбат құрылғыны талап етпейді. Тек қана дербес компьютер мен бейнекамера ғана жеткілікті. Одан басқа, құрылғымен физикалық байланыста жоқ. Яғни, ешнәрсені басудың немесе тоқтаудың қажеті жоқ, тек арнайы жүйенің өңделіп шығуын күту керек. Бет пішін формасы арқылы сәйкестендіруде қолданылатын технологиялар: ZN Vision Technologies, ZN-Face, ZN-Phantomas, ZN-SmartEye [10].

3-сурет. Бет пішін формасы

Дауыс арқылы сәйкестендіру. Дауыс арқылы сәйкестендірудің биометриялық әдісін қолдану ыңғайлы болып саналады. Оның себебі ретінде компьютерге микрофондарды енгізу мен телефон желілерінің көптеп таралуында. Кемшілік ретінде бірнеше факторларды сипаттап өте кетсек, тануға кері әсерін тигізетіндер: микрофондағы кедергілер, шудың естілуі, айтылу жағдайындағы қателіктер, сонымен қатар, сәйкестендіру процессіндегі адамдардың әртүрлі эмоционалды жағдайы және т.б. әсер етеді.

Дауыс арқылы сәйкестендіру құрылғысын құрудың ең бастысы – дауыстың өзіндік қасиетін сипаттайтын параметрлерді таңдау. Осы сигналдың параметрі өзгеше белгі деп аталады. Осындай белгілер, дауыстың ерекшелігенде өзге қасиеттерден тұруы тиіс. Мысалы, олар жеңіл өлшенуі керек және шулар мен кедергілерге аз тәуелді болуы шарт. Сонымен қатар, олар дәл уақытында тұрақты болуы шарт және де боямашылыққа қарсы тұруы қажет[11].

Қорытынды. Биометрия саласында жасалынып жатқан ауқымды да нәтижелі жұмыстарға қарап, тұлғаны сәйкестендіру аумағы болашаққа деген өзінің үлкен жолын ашты деуге болады. Барлық жаңа енгізілімдер мен инновациялық технологиялар жеке тұлғаны сәйкестендіру жүйесін нақтыландыру мен біруақытта жеңілдендіру мүмкіндігінің кең шоғырын қалыптастырып, жаңа заманның жаңа жаршысына айналды.

1. Blackburn D. (2004). Research needs in biometrics: federal perspective. Biometric Consortium Conference.
2. Каменюкин И.А., Куличева З.А., Кинаш С.Б., Современные аспекты идентификации личности. АФ НОУ ВПО «Южно-Российский Гуманитарный институт».
3. Махин В. Биометрическая идентификация личности. 2007
4. Грибачев К.Г., Курзин П.А., Интеграция биометрических контроллеров в ИСО «ОРИОН ПРО».
5. Биометрическая идентификация [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.tadviser.ru
6. Игорь Т. Дактилоскопия и её история [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.factruz.ru/history_mistery/dactiloscopia.htm
7. Дактилоскопическая экспертиза [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.avantexpert.ru/daktiloskopia/

8. Ерош И.Л., (2005)Обработка и распознавание изображений в системах превентивной безопасности, Ерош И.Л., Сергеев М.Б.,Соловьев Н.В. - Учебное пособие, ГУАП, Санкт-Петербург.
9. Биометрическая идентификация [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.datakrat.ru/technology/7944.html
10. Черкезов Р.,(2006) Динамические методы биометрической аутентификации личности.-Москва, ГУ МФТИ.
11. Методы идентификации, системы идентификации. Биометрические технологии [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.idexpert.ru/technology/119/116/

Аннотация. *Чтобы удовлетворить все растущие потребности в повышении уровня безопасности информации, все чаще для идентификации личности используются методы биометрии. В данной статье рассмотрены наиболее распространенные методы и алгоритмы идентификации личности, нововведения в данной области исследований и технологий, области применения, преимущества и недостатки существующих практик, и в частности цифровой метод фиксирования данных о человеке как стремительно развивающийся вид идентификации личности.*

Ключевые слова: *идентификация, биометрия, классификация способов биометрии, дактилоскопия, аутентификация радужной оболочки, распознавание по голосу.*

Abstract. *To satisfy the growing needs in improving the security of information, are increasingly used for identification methods of biometrics. This article describes the most common methods and algorithms for identification, innovations in the field of research and technology, applications, advantages and disadvantages of current practices, in particular a digital method of recording data on the person as a rapidly growing form of personal identification.*

Keywords: *identification, biometrics, classification methods biometrics, fingerprinting, iris authentication, identification by voice.*

УДК004.05

А.Б. Мамырханова*

ПОЛИТИКА БЕЗОПАСНОСТИ. МОДЕЛЬ РОЛЕВОГО РАЗГРАНИЧЕНИЯ ДОСТУПА

(г. Алматы, Казахский национальный университет имени аль-Фараби, *-магистрант)

Аннотация. *Динамика развития современных компьютерных систем характеризуется резким возрастанием информации, накапливаемой и предоставляемой различным пользователям. Растёт и количество пользователей, для которых важны доступность и целостность информации, а при необходимости обеспечение конфиденциальности определённых сведений. Одно из базовых решений в данном направлении связано с разграничением доступа к предоставляемым данным.*

В данной статье рассматривается разработка модели безопасности для информационно-вычислительных сетей, в частности модели ролевого разграничения доступа, анализ и общий обзор работы модели.

Ключевые слова: *модель безопасности, ролевое разграничение доступа, мандатное разграничение доступа, Web-приложения.*

Введение. Информационной безопасности в наше время уделяется очень большое внимание. Создана большая нормативно-теоретическая база, формальные математические методы которой обосновывают большинство понятий, формулировавшихся ранее лишь с помощью словесных описаний. При этом разработчики систем безопасности, реализующих различные способы и методы противодействия угрозам информации, стараются максимально облегчить работу по администрированию безопасности. Для этого большинством информационных систем используются стандартные подходы, ставшие результатом накопления разработчиками систем защиты опыта создания и эксплуатации подобных систем. Разработка системы защиты информации должна реализовывать некоторую политику безопасности (набор правил, определяющих множество допустимых действий в системе), при этом должна быть реализована полная и корректная проверка её условий. Существуют специальные модели безопасности – системы, функционирующие в соответствии со строго определенным набором формализованных правил, и реализующие какую-либо политику безопасности [1].

Существуют три ключевые математические модели безопасности компьютерных систем, как наиболее эффективные и используемые в настоящее время. Это модели систем дискреционного, мандатного и ролевого разграничений доступа [1]. В данной статье речь пойдёт о последней модели. Ролевая модель является удобным средством описания политик безопасности. Ролевая модель представляет собой набор групп, объединяющих пользователей с одинаковым уровнем доступа. Уровень доступа к тому или иному объекту определяется по совокупности групп, которым принадлежит субъект. Ролевая модель может использоваться для описания политик безопасности, как в дискреционной, так и в мандатной модели разграничения доступа.

Степень доверия, или надёжность систем, определяется двумя основными составляющими: политикой безопасности и гарантированностью механизмов, обеспечивающих безопасность [2, 3].

Интегральной характеристикой защищаемой системы является политика безопасности [2] – качественное (или количественно-качественное) выражение свойств защищенности в терминах, представляющих систему.

Наиболее часто рассматриваются политики безопасности, связанные с понятием «доступ». Доступ – категория субъективно-объективной политики, описывающая процесс выполнения операций субъектов над объектами.

Политика безопасности включает:

• множество операций субъектов над объектами;

• для каждой пары «субъект – объект» множество разрешенных операций, из множества возможных операций.

Политика безопасности строится на основе анализа рисков, которые признаются реальными для информационной системы организации. Когда риски проанализированы, и стратегия защиты определена, составляется программа обеспечения информационной безопасности. Под эту программу выделяются ресурсы, назначаются ответственные, определяется порядок контроля выполнения программы и т.п.

Несмотря на то, что к настоящему времени разработано и апробировано в практической реализации большое количество различных математических моделей безопасности компьютерных систем, все они основываются на следующих методах управления доступом: дискреционных, мандатных и ролевых. Конкретная модель безопасности детализирует и формализует общий принцип разграничения доступа на основе одной из указанных политик, а иногда некоторой их совокупности [2].

Применяемые в реальных системах модели доступа к данным на самом деле являются выражением той или иной политики безопасности, принятой в данной организации. Принятие дискреционной политики безопасности предусматривает выбор моделей дискреционного доступа на основе матрицы доступа (DAC – discretionary access control), 5-ти мерного пространства Харрисона, модели Харрисона-Рузо-Ульмана, типизированной матрицы Take-Grant, модели целостности Кларка-Вильсона и др.

Принудительное управление доступом основано на принятии мандатной политики безопасности (MAC – mandatory access control), предлагающей реализацию моделей Белла-Лападулла, МакЛина, Low-Water-Mark, целостности Биба [3].

Политика ролевого или типизированного доступа (RBAC – role based access control) основана на применении технологии рабочих групп. Основой политики является авторизация пользователя с одной или группой назначенных ему в системе ролей и доступ к объектам системы в соответствующих ролях.

Ролевое разграничение. Основной идеей управления доступом на основе ролей является идея о связывании разрешений доступа с ролями, назначаемыми каждому пользователю [1, 2, 4]. Эта идея возникла одновременно с появлением многопользовательских систем. Однако до недавнего времени исследователи мало обращали внимание на этот принцип. Ролевое разграничение доступа представляет собой развитие политики дискреционного разграничения доступа, при этом права доступа субъектов системы на объекты группируются с учётом специфики их применения, образуя роли. Такое разграничение доступа является составляющей многих современных компьютерных систем. Как правило, данный подход применяется в системах защиты СУБД, а отдельные элементы реализуются в сетевых операционных системах.

Задание ролей позволяет определить более чёткие и понятные для пользователей компьютерной системы правила разграничения доступа. При этом такой подход часто используется в системах, для пользователей которых чётко определён круг их должностных полномочий и обязанностей.

Роль является совокупностью прав доступа на объекты компьютерной системы, однако ролевое разграничение отнюдь не является частным случаем дискреционного разграничения, так как её правила определяют порядок предоставления прав доступа субъектам компьютерной системы в зависимости от сессии его работы и от имеющихся (или отсутствующих) у него ролей в каждый момент времени, что является характерным для систем мандатного разграничения доступа. С другой стороны, правила ролевого разграничения доступа являются более гибкими, чем при мандатном подходе к разграничению [2, 3].

Основой ролевой модели безопасности является концепция сбора прав в ролях, которые потом могут быть назначены стандартным пользователям. Каждая роль базируется на одном или более профилях. Принадлежность пользователя к той или иной роли определяет разрешённые пользователю права. Администрирование безопасности в ролевой модели сводится к определению операций, выполняемых пользователями во время типовых действий, и назначению сотрудникам правильных ролей. Ролевая структура модели безопасности предоставляет как исключительные, так и перекрывающиеся права и обязанности. Например, некоторые общепринятые операции могут быть разрешены всем сотрудникам, какие-то операции могут быть специфичными для роли. Ролевые иерархии естественно соответствуют ролевой организации внутри компании и определяют отношения и атрибуты ролей. Сложности, вызванные взаимно-исключительными ролями либо иерархиями ролей, так же как и определение, кто какие действия может совершать, регулируются ролевой моделью установок безопасности.

Одним из крупнейших преимуществ ролевой модели безопасности является поддерживаемые её возможности администрирования [3, 4]. Принадлежность пользователя к роли может быть легко назначена и отозвана, и новое назначение устанавливается в соответствии с назначенной работой. При ролевой модели безопасности пользователям не даются на индивидуальном уровне права выполнения операций, а наоборот, операции ассоциированы с ролями. Ассоциация ролей с новыми операциями либо удаление старых операций из ролевых прав может производиться по мере изменения и эволюционирования должностных обязанностей. Эта главная концепция обладает преимуществом простоты понимания и управления правами. Изменение ролей не вызывает необходимости изменения прав пользователей на индивидуальной основе.

Связывание профилей с ролями внутри предприятия может обеспечить самодостаточность ролей. Профили могут быть заданы способом, который используется для демонстрации и обеспечения выполнения требований инструкций. Например, обязанности преподавателя могут быть ограничены оценкой достижений студента в ведомости, а не их последующим повторным редактированием.

Пользователям может быть назначено несколько ролей для отражения того факта, что некоторые пользователи входят в систему для выполнения различных функций в зависимости от текущих задач. Например, пользователю может быть назначена роль «преподаватель», так как этот пользователь является преподавателем, и роль «заведующий кафедрой», так как данный преподаватель также является заведующим кафедрой. Если пользователь хочет работать как заведующий, он заходит в систему как «заведующий кафедрой», а если пользователь хочет работать как преподаватель, он заходит в систему как «преподаватель». Оптимальным решением является разрешение заходить в систему с тем же самым паролем, вне зависимости от того, действует ли он как преподаватель или заведующий кафедрой.

Базовая модель ролевого разграничения доступа. Базовая модель ролевого разграничения доступа (РРД) определяет самые общие принципы построения моделей РРД [1]. Основными элементами базовой модели РРД являются (рис. 1):

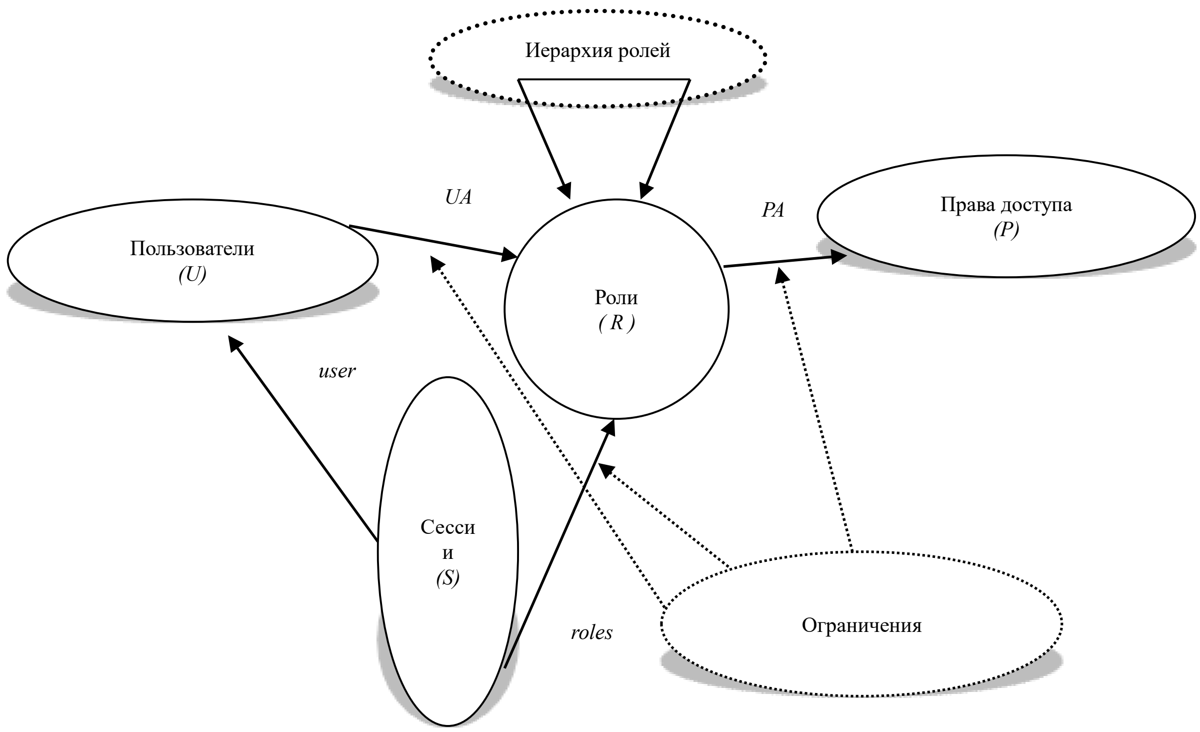


Рисунок 1- Структура элементов базовой модели РРД

U – множество пользователей;

R – множество ролей;

P – множество прав доступа на объекты системы;

S – множество сессий пользователей;

$PA: R \rightarrow 2^P$ – функция, определяющая для каждой роли множество прав доступа; при этом для каждого $p \in P$ существует $r \in R$ такая, что $p \in PA(r)$;

$UA: U \rightarrow 2^R$ – функция, определяющая для каждого пользователя множество ролей, на которые он может быть авторизован;

$user: S \rightarrow U$ – функция, определяющая для каждой сессии пользователя, от имени которого она активизирована;

$roles: S \rightarrow 2^R$ – функция, определяющая для пользователя множество ролей, на которые он авторизован в данной сессии; при этом в каждый момент времени для каждого $s \in S$ выполняется условие $roles(s) \subseteq UA(user(s))$. Могут существовать роли, на которые не авторизован ни один пользователь.

1. Модели безопасности информационных систем. // http://cde.kstu.kz/moodle/pluginfile.php/10041/mod_page/content/1/4.htm
2. Безбогов А.А., Яковлев А.В., Шамкин В.Н. Методы и средства защиты компьютерной информации: учебное пособие. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2006. – 196 с.
3. Малюк А.А., Пазизин С.В., Погожин Н.С. Введение в защиту информации в автоматизированных системах. – М.: Горячая Линия – Телеком, 2001. – 148 с.
4. Девянин П.Н., Михальский О.О., Правиков Д.И., Щербаков А.Ю. Теоретические основы компьютерной безопасности: учебное пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 2000. – 192 с.

Аңдатпа. *Қазіргі компьютерлік жүйелерінің серпінді дамуы көптеген пайдаланушыларға жинақталып және жіберіліп жатқан ақпараттың көбейуімен сипатталады. Сонымен қатар ақпараттың жетімділігімен бүтіндігі, қажет кезінде кейбір мәліметтердің құпиялылығы маңызды пайдаланушылардың саны көбейіп келеді. Осы бағыттағы негізгі шешімдердің бірі беріліп жатқан мәліметтерге рұқсатты шектеумен байланысты.*

Бұл мақалада ақпараттық-есептеу желілеріне қауіпсіздік моделінің өндеуі қарастырылады, сонымен қатар рұқсаттарды рөлдік шектеу моделінің жумысына шолу және талдау.

Түйін сөздер: *қауіпсіздік моделі, рұқсаттарды рөлдік шектеу, мандаттық рұқсаттарды шектеу, Web-қосымшалар.*

Abstract. *The dynamics of the development of modern computer systems is characterized by rapid information increase that is accumulated and represented by different users. Also there is a growth of users that prefer accessibility, integrity of information and, if necessary, confidentiality of certain data. One of the basic solutions in the current direction is connected to the demarcation of access to the given data base.*

This article discusses the development of the security model for information networks, such as role-based access control model, analysis and overview of the model.

Keywords: *security model, role-based access control, mandatory access control, Web-based applications.*

ӘОЖ 519.7

Н.А. Модовов*

АНТРОПОМОРФТЫ ӨҢДЕУ ЖӘНЕ СИНУСОИДАЛЫ МОДЕЛІНІҢ НЕГІЗІМЕН СӨЗ СИГНАЛДАРЫН СИНТЕЗДЕУ

(Алматы қ., әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, * магистрант)

Аңдатпа. *Мақалада сөз синтездеу және сөз синтездеудің модельдері келтірілген. Адамның есту жүйесінде көптеген компоненттер бар, олар өте күрделі жүйе болып табылады. Мұндай кешенді жүйені модельдеу кезінде дыбыстық ақпаратты және өңдеу механизмін саралап қолдану қарастырылады. Сөйлеуді синтездейтін модельдердің құрылу жолдарына арналған Кохлерлік модель, есту нервісінің моделі, синусоидалы моделдеріне жеке-жеке талдау келтірілген. Антропоморфты өңдеуі бар синусоидалы моделіне негізделген сөздерді синтездеу. Аталған модельдердің ішінен синусоидалы моделдің қолдану маңыздылығы айтылған.*

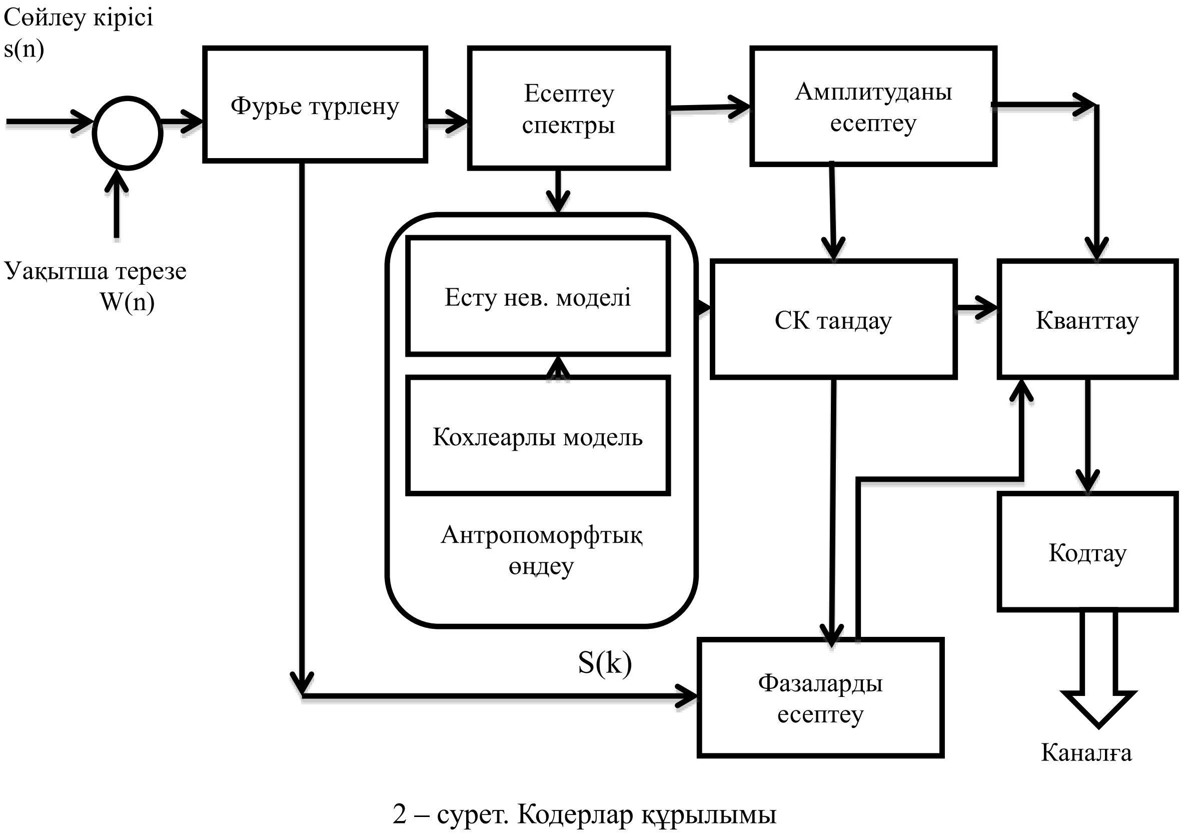
Түйін сөздер: *Фурье, Кохлерлік модель, есту нервісінің моделі, синусоидалы вокодер, антропоморфты өңдеу, перифериялық модель.*

Әлемде ақпараттық технологиялар қарқынды дамуда, яғни ақпараттарды цифрлық каналдар арқылы сапалы және тезірек жіберу маңызды шешім болып табылады. Пайдаланылатын құралдардың түрлеріне қарамастан адамдар арасындағы қарым-қатынастың негізгі түрі сөз сигналдары арқылы ақпарат алмасу болып табылады. Осыған байланысты қазіргі уақытта сандық өңдеу және сөз сигналдарын жеткізу әдістері әлемде қарқынды дамып және жақсартылуда.

Сандық өңдеу әдісі байланыс тиімділігін кепілді түрде қорғауды қамтамасыз етуге мүмкіндік береді [1]. Сигналды жіберу үшін қажетті биттер санын барынша азайтамыз. Қазіргі кезде өзекті мәселенің бірі, әлемдік ортада жұмыс істей алатын сигнал жылдамдықтарын төмен және сапалы қабылдауда сигналдарды өңдейтін жүйені құру. Жіберу жылдамдығы 8 кбит/с – тен асатын сөз сигналын жоғары сапада синтездеу әдісі құрылған, бұл әдіс сызықты болжауда және уақыт ауданын кодтауда қолданылады. Қазіргі уақытта шамамен 2 кбит / с жылдамдық шамасында сөз сапасын қайта қалпына келтірілетін әдіс әзірленуде. Бұл ауқым үшін синусоидалы талдау техническасын мен адамның есту моделін қолдану үлкен мүмкіндік береді.

Барлық сигналдарды өңдеу әдістері, көрсеткіші синусоидалы болжамға негізделген, кез келген сигналдарды синусоидалы түрде өңдеуде ұсынуға болады, синусоидалы компоненттердің уақыт аралығы кезіндегі өзгеру параметрлері: амплитудасы, жиілігі және фазасы. Синусоидалы жүйелердің негізгі кемшіліктері төмен жылдамдықпен сөз сигнал параметрлерінің үлкен көлемде ұсынылуын кодтау және сапасы бойынша сөз сигналдарын қайта жеткізу қолайлы емес болып табылады. Синусоидалы компоненттерінің (параметрлері: амплитудасы, жиілігі және фазасы) санын шектелген жағдайда, түбегейлі сөйлеу сапасын нашарлатады. Енді бұл мәселені шешу үшін қазіргі уақытта синусоидалы кодерлерді қандай да бір жолмен кодталған ақпараттық көлемін шектеу ұсынылған [4]. Осы саладағы синусоидалды кодерлер антропоморфикалық сөз сигналдарын өңдеуде, үлкен көлемде ұсынылған сөз ақпаратын азайту мүмкіндігімен перспективті болып табылады. Мұндай жүйелерде сөз талдау типтік схемасы ұсынылған (1 - сурет).

1 - сурет. Антропоморфикалық өңдеумен синусоидалы талдау кестесі



2 – сурет. Кодерлар құрылымы

Синусоидты параметрлерік сілтемені жіберу квантталған және кодталған болып табылады [6]. Декодер жағында қабылданған параметрлер декванталады және декодталады, ал сөз синтез процесі жинақталған синусоидалды компоненттері анализ кезінде амплитуда, фаза, жиілік талдаулары қосылып отырады. Сөйлеу сапасын алу үшін жүйелеу синусоиданың және параметрлерінің интерполяциясы қолданылады.

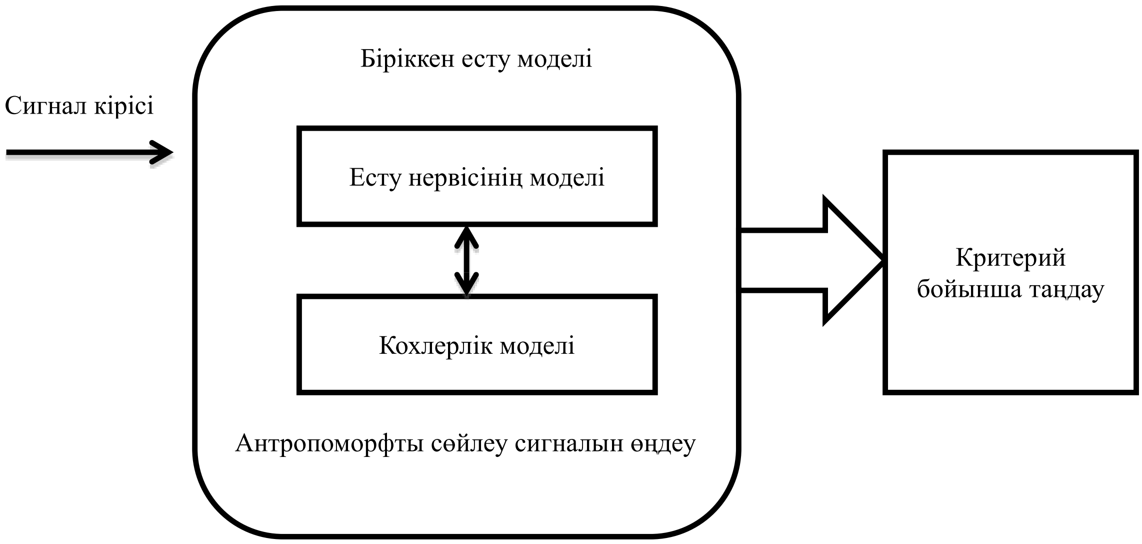
Басым жиіліктегі құрамдас бөліктерін бөлу

Есептеу процесі «антропоморфты сигналдарды өңдеу» қолдану құрылғыларын және ақпаратты өңдеу алгоритмдерін пайдалану кезінде, яғни, модельдеу үшін оның есту және сөйлеу өндірістік жүйелерінде болып жатқан процесс әдістері мен алгоритмдерін қолданады. Бұл жүйені жеткілікті дәл модельдеу, олардың физиологиялық баламасы сияқты пайдалы қасиеттері үшін қолданылады .

Адамның есту жүйесінде көптеген компоненттер бар, олар өте күрделі жүйе болып табылады. Мұндай кешенді жүйені модельдеу кезінде дыбыстық ақпаратты және өңдеу механизмін саралап қолдану тұрғысында проблемалар туындайды. «Екіншілік» элементтерін модельдеуде алгоритмдік және есептеу күрделілігін арттыру ғана емес, сондай-ақ нәтижесін алуда интерпретациялау процесін қиындатады.

Сонымен қатар қолданбалы алгоритмдер моделіне қарамастан адам есту жүйесі әдетте екі өзара байланысты бөліктен тұрады: перифериялық (сыртқы, орта және ішкі құлақтың) моделі және есту нервтерінің моделі (ішінара жасушасы тікелей есту, жүйке жүйесі және бас миының бөліктері, акустикалық анализатор серпін өңдеу моделі). Ішкі құлақ (ұлулар) модельдеу кезінде математикалық акустикалық тербеліс әсерінен базилярлы мембрана қозғалысы сипатталады және басқа әдістермен спектрлік ыдырау, ішкі шаш жасушаларының базилярлы мембранасы негізгі функциясы болып табылады. Бүкіл модельдің дұрыстығына байланысты есту нервтерінің деңгейінде нақты және үлгіленген өңдеу сәйкестігіне қарай атап өту маңызды.

Жоғарыда берілген мәселені ойдағыдай шешу үшін, адам есту жүйесін перифериялық бөліктерінде жатқан процестердің үлгіленуі тиіс емес, сонымен есту нервтерінің деңгейінде таралатын ақпаратты талдау циркуляцияланады. Сондай - ақ синусоидалы моделімен бірлестіре отырып пайдалануға мүмкіндік беретіндей етіп, есту моделінің нәтижесін ескеріп жасау қажет. Есту моделінің жиілік басымдығына қарай біріктірілуі көрсетілген (3 - сурет).



3 - сурет. Есту моделінің жиілік басымдығына қарай біріктіру

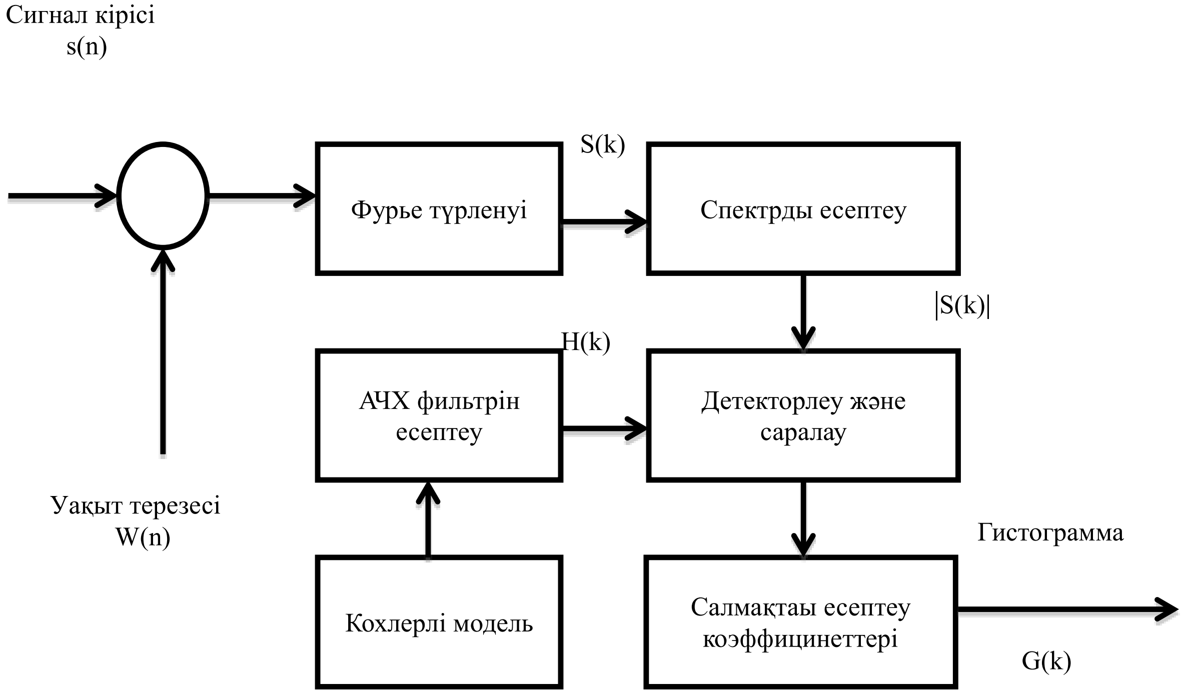
Кохлерлік модель

Адам есту жүйесін SDCM- деп аталатын перифериялы бөлік үлгісі ретінде пайдалануға ұсынылды. SDCM-моделі (Second order Difference Cochlea Model) - екінші ретті айырмашылық кохлеарлық моделі [5]. b_{1k}, b_{2k}, A_k и a_{0k} - параметрлері, базилярлы мембрана физикалық қасиеттерін x_k позицияда анықталады.

$$H_k(z) = A_k \frac{a_{0k}(1 - z^{-2})}{1 + b_{1k}z^{-2} + b_{2k}z^{-2}}$$

Есту нервісінің моделі

Есту үлгісінің нақты физиологиялық процестері жақсы дәрежеде адамның есту қабілетіболып табылады [7]. Моделдің жұмыс істеу нәтижесі есту гистограмма G (f,t) болып табылатын, нервтердің айналым деңгейін, акустикалық ақпарат жайлы түсінік алуға мүмкіндік береді. Оның көмегімен адамның естуі қабілеті үшін "маңызды" сөз сигналын жиіліктік құраушылар көмегімен деңгейі бойынша ажыратып талданады. Алайда, синусоидалы модель үшін осы модельді қолдану "үйлесімділік" жағынан қиынға түседі. Сонымен қатар, ол жоғары есептеу күрделілігіне ие, сондықтан сөз сигналдарын өңдеуде нақты уақыт масштабында қиындатады. Бұл жағдайда есептеу кезінде гистограммалар G (t,f) процессін өзгертіп, жоғарыда аталған кемшіліктерін жойып, сол уақытта оның пайдалы қасиеттерін сақтап қалуды ұсынады. Көп әрекеттердің бірі, уақыт ауданынан жиілікке аудару, алгоритмнің есепті талдау күрделілігін күрт төмендетуге мүмкіндік аламыз, сонымен қатар синусоидалы модельді спектральды анализ жасауға, үйлесімдігі жағынан қолдануға жақсы шешім болып табылады. Кохлеарлы сүзгігілер арқылы кіріс сөйлеу сигналдарын жиілік ауданын өңдеуде, есту гистограммасын G(t,f) қолдану арқылы дискретті жиілік функциясы G(k) ұсынуға болады(4 - сурет).



4 - сурет. Түрлендірілген есту гистораммасын есептеу

Гистограмма G(k) осындай өрнек арқылы есептелінеді:

$$G(k) = \sum_{m=1}^{M} G_m\,(k)$$

Фурье түрлендіруі. Күрделі (периодты емес, периодты) сигналдарды әртүрлі жиіліктегі гармониялық тербелістердің (синусоидалық, косинусоидалық) жиыны ретінде қарастыруға болады. Бұл мақсатта Фурьенің тура түрлендіруі қолданылады:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-i\omega t} dt\ , e^{i\omega t} = cos\omega t + isin\omega t$$

Фурьенің кері түрлендірулері мынадай:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-i\omega t} d\omega \ (1)$$

Практикада зерттелінетін сигналды жіктеу үшін оның ерекшелігін көрсететін және интегралдың тез жинақталуын қамтамасыз ететін басқа функциялар да қолданылады. Мысалы, аса біртексіз сигналдарды (сингулярлы) талдау үшін базалық функциясы шұғыл оқшауланған (гармониялық функциямен салыстырганда) вейвлет (wavelet) түрлендіруі ыңғайлы болып табылады.

x (ω) спектрлік функция ал оның модулі $|x(\omega)|^2$ - амплитудалық спектр, ω - аргументі – фазалық спектр деп аталады. Уақытқа байланысты функцияны (1) – түрлендіру жиіліктік байланысқа ауыстырады. Бастапқы t(x) сигналда қанша информация болса, спектрлік x(ω) функцияда да соншалықты информация болады.

Қорытынды.

Осы жұмыс нәтижесінде антропоморфты өңдеу және синусоидалы моделінің негізімен сөз сигналдарын синтездеуді қолдандық. Синусоидалы модель үшін кейбір модельді қолдану "үйлесімділік" жағынан қиынға түсетіндіктен, сол қиындықты айналып өту әдістері қарастырылды. Кіріс сигналын қабылдап, бөліктенген сөйлеу сигналдарының синусоидалы компонеттерін іріктеп, параметрлерін анықтадық(амплитуда, жиілік фазалар). Сигналды жіберу үшін қажетті биттер санын барынша азайту мен компрессия проблемасын шешкен кезде, дикторды түсіну дәрежесі мен анықтылығы арта түсті.

1. Graf M., Truong H.L. // Computer networks. 1999. Vol. 31, Issue 3. P. 273
2. Das A., Gersho A. // Int. J. of Speech Technology. 1999. Vol. 2. P. 317–327.
3. McAulay R.J., Quatieri T.F. // IEEE Trans. on Acoust., Speech and Signal Processing. 1986. Vol. ASSP-34. P. 744–754.
4. Лихачев Д.С. Антропоморфический̆ анализ на основе дискретного преобразования Фурье с неравномерной̆ частотной̆ шкалой̆ // Изв. Белорус. инж. акад. 2005. No1(19)/2 С. 177–180.
5. Petrovsky A.A. , Likhachov D.S. // The proc. of the III International Conference on Neural Networks and Artificial Intelligence (ICNNAI’2003). 12–14 November 2003 г., Minsk, Belarus. Minsk, 2003. P. 126–131.
6. Likhachov D.S., Petrovsky A.A. // The proc. of the 9th Intern. conference "Speech and Computer" (SPECOM’2004). 20–22 September 2004. St. Petersburg, Russia. P. 195–202.
7. *Лихачев Д.С., Петровский̆ А.А.* // Изв. Белорус. инж. акад. 2002. No2(14)/1 С. 159–162.

Аннотация. *В данной статье рассматриваются синтез речи и модели синтеза речи. Есть много компонентов в системе человеческого слуха, которая является сложной системой. В таком комплексном моделировании будет рассматриваться аудио информации и анализ обработки механизма. Приведен отдельный анализ каждой из моделей Кохлеарная модель, модель слухового нерва, преобразования Фурье. Кодирование антропоморфных слов основные на синусоидальной модели. Из перечисленных моделей упоминается важность использование синусоидальной модели.*

Ключевые слова: *Фурье, кохлеарная модель, модель слухового нерва, синусоидальный вокодер, антропоморфные обработки, периферические модели.*

Abstract. *This article discusses the speech synthesis and speech synthesis model. There are many components in the system of human hearing, which is a complex system. In such a complex simulation of audio information will be reviewed and processing mechanism analysis. An individual analysis of*

each of the cochlear model models, the model of the auditory nerve, the Fourier transform. Coding anthropomorphic words in the basic sinusoidal model. Of these patterns mentioned the importance of the use of sinusoidal model.
Keywords: *Fourier, cochlear model, model of the auditory nerve, sinusoidal vocoder, anthropomorphic treatment, peripheral model.*

УДК004.655.3
Б.А. Нупбаев*, А.А. Аманбаев

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ ДАННЫХ И КРИТЕРИЕВ ОПТИМАЛЬНОСТИ

(г.Алматы, Алматинский Университет энергетики и связи, * - магистрант)

Аннотация. *Оптимизация размещения база данных (БД) - важнейшая составляющая любого проекта информационной системы (ИС), которая необходима на всех этапах ее жизненного цикла, от стадии проектирования до внедрения и сопровождения. Знание физического представления данных во внешней памяти, методов доступа и администрирования БД необходимо для их оптимального проектирования и эксплуатации с требуемой производительностью и надежностью.*

Данное исследование ориентировано на разработчиков прикладных ИС и содержит исследование оптимального размещения данных и критериев оптимальности, позволяющие снизит общую нагрузку на систему и произвести настройки система управления базами данных (СУБД), направленные на производительность.

Ключевые слова: *оптимизация, эффективность, индексация, децентрализация, производительность.*

Исследование оптимального размещения данных и критериев оптимальности

Оптимизация ИС необходима для повышения эффективности использования серверов БД и клиентских приложений. Главными критериями оптимальности БД являются:

- производительность;
- расход ресурсов внешней памяти;
- надежность и простота администрирования.

Характеристики БД противоречивы. Чтобы получить выигрыш в скорости обработки данных, приходится дополнительно тратить внешнюю память. Оптимальное решение всегда представляет собой компромисс между характеристиками БД, противоречащими друг другу.

Постанока задачи.Исследование оптимального размещения данных и критериев оптимальности

Оптимизация ИС предполагает следующий перечень традиционно решаемых задач:

- рациональное размещение данных и распределение информационных ресурсов на серверах;
- постоянное администрирование БД, поддержание логических структур данных в актуальном состоянии;
- оперативное управление клиентскими приложениями, поиск путей повышения

производительности БД, к которой направляется большое количество запросов со стороны клиентских приложений;

1. Установка оптимальных размеров блоков данных.

Как известно, минимальными единицами физического обмена с внешней памятью служат блок данных и экстент, размеры которых оказывают большое влияние на производительность БД (рис. 1.). С увеличением размера возрастает скорость операций чтения/записи больших порций данных (полный просмотр таблиц, интенсивная перекачка), однако увеличивается база хранения и снижается эффективность поиска по индексам. Меньший размер блока БД позволяет более экономно использовать внешнюю память. Поэтому короткие блоки (2, 4, 8 Кбайт) лучше подходят для хранения данных стандартных типов, где нужна высокая пропускная способность (количество транзакций в единицу времени). А длинные блоки (16, 32, 64, 128 Кбайт) предпочтительнее для размещения больших объектов Binary Large Object Block (BLOB)/ Character Large Object Block (CLOB) (размером до 4 Гб) в системах поддержки принятия решений, где более критичным является среднее время отклика.

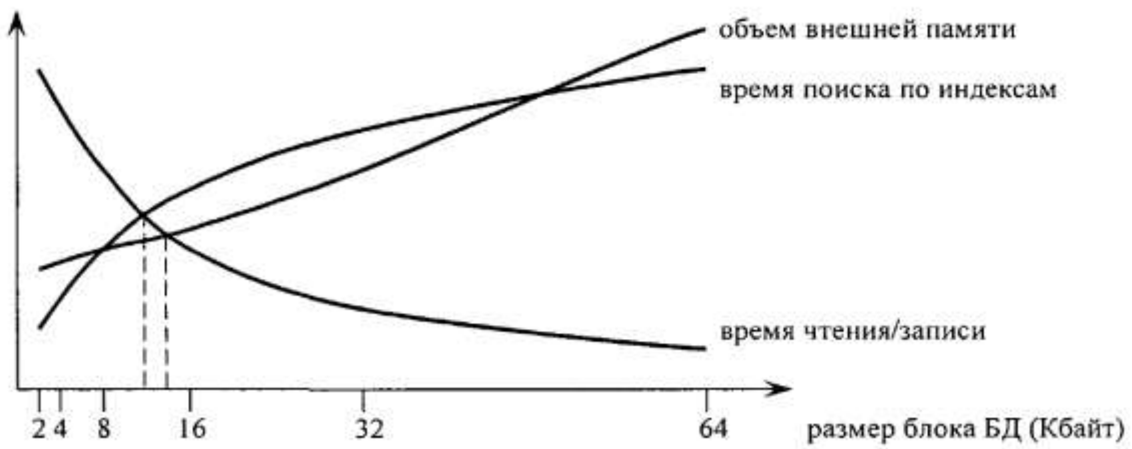


Рисунок 1- Влияние размера блока данных на производительность БД

Управление внешней памятью на сервере (выделение непрерывного пространства, освобождение, слияние) происходит посредством экстентов. Уменьшение размера экстента способствует более эффективному использованию дисковой памяти, но при этом замедляются операции вставки больших порций записей в таблицу[1].

В нашем случае для выделения непрерывного пространства можно использовать параметр FILEGROWTH. По умолчанию файлы базы данных автоматически увеличиваются на величину FILEGROWTH по мере необходимости. Основной минус использования данного параметра, можно исчерпать все свободное пространство на внешней памяти.

Можно увеличить базу данных и путем добавления в нее нового файла. Это действие выполняется с помощью команды ALTER DATABASE имя базы данных ADD FILE. Например :

Добавляем в базу данных CRCTSQL группу файлов с именем CRCT2

ALTER DATABASE CRCTSQL ADD FILEGROUP CRCT2

Добавляем в базу данных CRCTSQL файл с именем BDFILE и включаем его в группу файлов CRCT2

ALTER DATABASE CRCTSQL ADD FILE

(NAME = BDFILE, FILENAME='D:\Data\SQL data files\BDFILE.ndf', SIZE=5GB,MAXSIZE=100GB,FILEGROWTH=5GB) TO FILEGROWTH CRCT2

Делаем группу файлов CRCT2 группой файлов по умолчанию

ALTER DATABASE CRCTSQL MODIFY FILEGROUP CRCT2 DEFAULT

Если файлы данных созданы слишком большими или в процессе эксплуатации из них удалено значительное количество данных, то их размер можно уменьшить, а неиспользованное дисковое пространство вернуть операционной системе. Для выполнение этих операций используем команды средства DBCC, такие как DBCC SHRINKDATABASE и DBCC SHRINKFILE. Команда DBCC SHRINKDATABASE выполняет сжатие файлов базы данных с именем database_name таким образом, что в базе данных остаются все данные и может быть оставлено свободное пространство в объеме, указанном параметром target_percent. Команда DBCC SHRINKFILE выполняет сжатие конкретного файла базы данных, имя которого задано параметром file_name, до указанного в параметре target_size размера. Например :

Выполняем сжатие базы данных CRCTSQL , оставив в ней 10% свободного места

DBCC SHRINKDATABASE (CRTTSQL,10)

2. Децентрализация БД.

Децентрализация разделов БД предполагает логическое выделение относительно независимых групп таблиц прикладных данных и их равномерное распределение по отдельным физическим серверам с целью уменьшения нагрузки на каждый из них и возможности проведения профилактических работ без остановки всей ИС.

Чтобы без остановки проводить профилактические работы используем репликацию данных с одного сервера на другой. Один сервер у нас будет публикатором а второй подписчиком. Таким образом на сервере подписчика мы можем проводить профилактические работы в любое время, только перед этим останавливаем репликацию на сервере публикатора. Реплицируем только таблицы с главными данными, а таблицы , данные для которых мы можем получить с помощью вставки или копирования с основных таблиц не реплицируем. В нашем случае, на сервере публикатора создаем 3 публикаций , на вкладке Replication-Publications. Каждая публикация будет передавать подписчику данные определенных таблиц (CRTCOP,CRC1,Quality).Таким образом, используя репликацию данных, мы уменьшаем нагрузку на каждый из серверов, и даем возможность для проведения профилактических работ без остановки всей ИС.

3. Индексирование таблиц данных.

Индексы служат для ускорения доступа к таблицам БД и способствуют оптимальному выполнению Structured Query Language (SQL)-запросов. В зависимости от ширины реляционной таблицы, можно при выполнении запросов получить увеличение производительности от 15 до 400% [2].

Преимущество составных индексов показано на примере описания таблицы location (рис.2):качество телефонной сети с построенным составным индексом RSC_ID по столбцам location, OCC,ICC,Frame:

create location – создание таблицы локаций каналов данных
location char(20), – название местоположения станций
OCC integer, – номер входящего канала данных
ICC integer, – номер исходящего канала данных
Frame integer,– количество фреймов
RSC_ID integer, - идентификационный номер);
create index idx_location on location (location, OCC,ICC,Frame);

Location	OCC	ICC	Frame	RSC_ID
Astana-test	1048	1049	11	1
Almaty-test	1048	1049	8	5
Atyrau	1041	1042	1	7
Atyrau	1041	1042	2	8
Atyrau	1041	1042	3	9
Atyrau	1041	1042	4	10
Koktobe-test	1050	1051	1	20
Akshi	1054	1055	7	37
Shaka	1022	1023	10	45
Kundykol	1039	1040	3	47
Terekty	1007	1008	12	52
Uralsk	1050	1051	6	54
Uralsk	1050	1051	7	55
Uralsk	1050	1051	8	56
Uralsk	1050	1051	9	57
Kashkanteniz	1028	1029	9	60
Azgir	1009	1010	12	64
Ushtogan	1054	1055	9	65
Shopan-ata	1050	1051	4	68
Konyrterek	1054	1055	8	69

Рисунок 2- Таблица location

В данном примере составной индекс idx_location может быть использован при запросах по полям «location, OCC,ICC,Frame» либо «location, OCC,ICC» либо «location, OCC» либо только «location», потому что нужно соблюдать последовательность которая введена в созданном индекс файле idx_location,что вызвано древовидной архитектурой классических индексов на основе В-деревьев [3]. Поэтому в нижеприведенных SQL-запросах индекс не может быть применен:

SELECT * FROM location WHERE (OCC> 1048) AND (ICC < 1059)
SELECT * FROM location WHERE (ICC>1050) AND (Frame<15)

А в следующихSQL-запросах оптимизатор сможет воспользоваться составным индексом для ускорения поиска и получения выборки:

SELECT * FROM location WHERE (location ='Atyrau')
SELECT * FROM location
WHERE (location ='Uralsk') AND (OCC> 1040) AND (ICC<1055)

Ниже, в таблице 1 приведены сравнения когда SQL Server использует и не использует индексы .

Таблица 1. Когда SQL Server использует и не использует индексы

SQL Server не использует индексы для запроса	**SQL Server использует индексы для запроса**
Сканирует все страницы начиная с начало таблицы;	Пересекает структуру дерева индексов для поиска строк, соответствующих запросу;
Сканирует от страницы к странице через все строки таблицы;	Выделяет только необходимые строки, соответствующие критериям запроса.
Выделяет строку, которая соответствует запросу.	

В таблице 2 показаны основные преимущество и возникающие проблемы при использований индексов.

Таблица 2. Преимущество и возникающие проблемы при использовании индексов.

Преимущества	Возникающие проблемы
Индексы создаются в порядке возрастания или уменьшения;	Когда мы изменяем данные в индексной колонке, SQL сервер обновляет связанные индексы;
Если включена уникальность, индексы принуждают делать строки уникальными;	Накладные расходы на поддержку индексов требуют времени и ресурсов. Поэтому не создавайте индексы, которые не будете часто использовать.
Использования индексов увеличивают скорость выполнения запросов связанных таблиц и выполнение сортировки и группировки.	

Когда мы используем индексы, SQL Server выделяет только необходимые строки, соответствующие критериям запроса. Таким образом мы увеличиваем скорость выполнения запросов. Но при этом возникают проблемы с поддержкой индексов, накладные расходы требуют времени и ресурсов. Так что правильнее будет создавать индексы для объемных таблиц и если вы будете их много использовать.

В соответствии с критериями оптимальности структур данных, администрирование объектов БД включает следующие мероприятия:

4. Централизованное внесение изменений в структуры данных.

Практика показывает, что базы данных на предприятиях с комплексной автоматизацией состоят из большого количества таблиц, связанных между собой ссылками в единую структуру. Мероприятия по администрированию объектов БД, не требующие эксклюзивного доступа (например, перекачка данных, резервное копирование и др.), могут планироваться и проводиться централизованно в период наименьшей активности пользователей, когда среднестатистическая загруженность сервера относительно низкая.

Работы по резервному копированию данных планируем в время, когда пользователи менее активны. В нашем случае от полуночи и до утра. Все работы планируем в вкладке job (рис. 3.), в части managment СУБД Microsoft SQL.

Jobs 8 Items

Name	Category	Enabled	Runnable	Sched...	Status
COPY_CRTSOP_TO_CRC1	[Uncategorized (Local)]	Yes	Yes	Yes	Not Running
Create_index_AstDate	[Uncategorized (Local)]	Yes	Yes	Yes	Not Running
DB Backup Job for DB Maintenance Plan 'BackUp crcsql'	Database Maintenance	Yes	Yes	Yes	Not Running
DEL_MASH	[Uncategorized (Local)]	Yes	Yes	Yes	Not Running
DelDayCRC	[Uncategorized (Local)]	Yes	Yes	Yes	Not Running
DelDayCrUid	[Uncategorized (Local)]	No	Yes	Yes	Not Running

Рисунок 3- Планируемые работы (jobs)

В каждом job будет исполняемая процедура. Например:

```
CREATE PROCEDURE COPY_CRTCOP_TO_CRC1 AS
insert into crc1
select from crtcop cts
where not exists (select from crc1 cr1 where cr1.Seq_Num=cts.Seq_Num and cr1.DateCall=cts.DateCall)
```

Процедура COPY_CRTCOP_TO_CRC1 ежедневно запускается в назначенное время и копирует данные из таблицы crtcop в таблицу crc1. Таким образом данные в полном виде заполняются в таблице CRTCOP , а в таблице CRC1 будут именно те данные нужные для работы и отчетов пользователей.

5. Выявление и удаление неиспользуемых объектов БД.

В процессе развития ИС претерпевают объективные изменения, связанные с переходом на другую архитектуру, внедрением прогрессивных технологий, переосмыслением стратегии предприятия, разработкой новых приложений, обновлением ПО. Устаревшие и неиспользуемые объекты БД (таблицы, хранимые процедуры, триггеры, представления) выявляются с помощью статистики обращения к ним из клиентских приложений. Претенденты на удаление переименовываются по специальным правилам, ссылки на них локализуются и блокируются. По истечении некоторого карантинного периода слежения с мониторингом сообщений об ошибках (не менее месяца) при отсутствии проблем объекты удаляются[4].

С помощью процедуры DelDaycrtcop (рис. 4.) удаляем данные которые мы до этого скопировали из таблицы CRTCOP в таблицу CRC1.

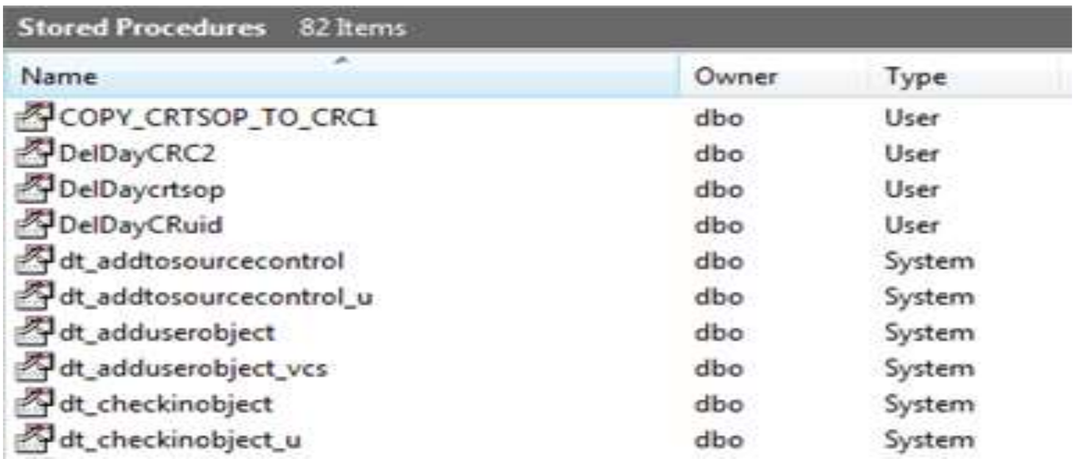


Рисунок 4- Хранимые процедуры

Так как данные в таблице CRTCOP теряют свою актуальность в течений нескольких дней, а резервные копий этих данных мы уже скопировали в таблицу CRC1.

```
CREATE PROCEDURE DelDaycrtcop AS
declare @deldate as datetime
select @deldate=min(distinct(astdate)) from crtcop
delete from crtcop where astdate=@deldate
```

Процедура DelDaycrtcop ежедневно запускается в назначенное время и удаляет данные из таблицы crtcop. Таким образом каждый день очищаем таблицу CRTCOP от ненужных данных.

Выводы

Фундаментальные основы оптимизации SQL-запросов необходимы для эффективной разработки БД и их приложений в различных прикладных областях применения.

Оптимизация клиентского приложения заключается в повышении его быстродействия и минимизации обращений к серверу БД. Данное исследование содержит исследование оптимального размещения данных и критериев оптимальности, позволяющие снизит общую нагрузку на систему и произвести настройки СУБД, направленные на производительность . С помощью репликации базы данных, мы уменьшили общую нагрузку на каждый из систем, и дали возможность для проведения профилактических работ без остановки всей ИС. Использование индексов дало нам существенное увеличение производительности ИС.

В соответствии с критериями оптимальности структур данных, проведены следующие мероприятия для администрирования обьектов БД: централизованное внесение изменений в структуры данных, выявление и удаление неиспользуемых объектов БД. С помощью процедур и запланированных работ(jobs), мы централизовали внесение изменений в структуру данных и удаление неиспользуемых объектов БД, так как работы(jobs) проводим централизованно в период наименьшей активности пользователей, когда среднестатистическая загруженность сервера относительно низкая.

1. Методы организации хранения данных в СУБД / Д. Горохов, В. Чернов-СУБД.-2003-№ 3. http://www.osp.ru/os/2003/03/064_print.html
2. Боуман Дж.С., Эмерсон С.Л., Дарновски М. Практическое руководство по SQL: Пер. с англ.-М.: Издательский дом «Вильямс», 2001.
3. Методы оптимизации запросов в реляционных системах / С. Чаудхари: Пер. с англ.— СУБД.— 1998.—№ 3.
4. К вопросу о тестировании СУБД / В.В. Сиколенко.- СУБД.- 1997.- № 5-6.
5. http://www.osp.ru/dbms/1997/05-06/80_print.htm

Аңдатпа. *Деректер қорын орналастыруды оңтайландыру – бұл кез-келген ақпараттық жүйе жобасының негізі болады, әрі жүйенің жобалау, енгізу, кадағалау сияқты өмірлік кезеңдерінің барлығына қажет. Сыртқы жадта деректердің көлемін білу, рұқсат алу әдісінің және БД админдік бөлігін оңтайлы құрылымын құру, өнімділігін, сенімділігін арттыру үшін қажет.*

Бұл зерттеу жұмысы ақпараттық жүйе бағдарламасын құрушыларға арналған және деректерді оңтайлы орналастыруға, жүйеге жүктілікті азайтуға, өнімділігін арттыруға арналған зерттеулерден турады.

Түйін сөздер: *оңтайландыру, тиімділік, индекстеу, децентрализация,өндірімділік.*

Abstract. *Optimization of placement of data of a DB - the most important component of any IS project which is necessary at all stages of its life cycle, from a design stage before introduction and maintenance. The knowledge of physical data presentation in external memory, methods of access and administration of a DB is necessary for their optimum design and operation with the demanded productivity and reliability.*

This research is focused on developers of applied IS and contains research optimum the placement of data and criteria of an optimality allowing will lower the general load of system and to make the DBMS settings directed on productivity.

Keywords: *optimization, efficiency, indexation, decentralization, performance.*

УДК004 056.5

С.Е. Нысанбаева, Д.С. Дюсенбаев, А.Б. Кабылханов

АЛГОРИТМ ШИФРОВАНИЯ НА БАЗЕ МОДУЛЯРНОЙ АРИФМЕТИКИ В РЕЖИМЕ «СЦЕПЛЕНИЕ БЛОКОВ ПО ШИФРТЕКСТУ»

(г. Алматы, Институт информационных и вычислительных технологий КН МОН РК)

Аннотация. *В статье приведены результаты применения режима сцепления блоков (CBC) к алгоритму шифрования, разработанного на базе непозиционных полиномиальных систем счисления (НПСС). Описывается суть режима сцепления блоков по шифртексту на основании документа, изданного Американским Национальным Институтом Стандартов и Технологий (НИСТ). Принцип функционирования этого режима построен на использовании шифртекста предыдущего блока для шифрования текущего блока открытого текста. С целью анализа статистических свойств получаемых криптограмм по графических тестам разработана компьютерная программа. Приведены результаты тестирования статистических свойств шифртекстов для файлов различного формата.*

Ключевые слова: *Шифрование, непозиционные полиномиальные системы счисления, модулярная арифметика, режим, тесты, псевдослучайные последовательности, статистические свойства.*

При шифровании исходного текста произвольной длины блочные шифры используются в различных криптографических режимах. Криптографический режим определяет подробности реализации алгоритма шифрования для различных применений и является методом использования блочного алгоритма шифрования, позволяющий преобразовать последовательность блоков в открытых данных в последовательность блоков зашифрованных данных [1-4].

Режимы шифрования используются для изменения процесса шифрования таким образом, чтобы результат шифрования каждого блока был уникальным вне зависимости от шифруемых данных и не позволял сделать какие-либо выводы об их структуре. Это обусловлено, прежде всего, тем, что блочные шифры шифруют электронные данные блоками фиксированного размера, и поэтому существует потенциальная возможность утечки информации о повторяющихся частях данных, шифруемых на одном и том же ключе. Криптографический режим обычно объединяет базовый шифр, какую-то обратную связь и несколько простых операций. Операции должны быть просты, так как безопасность является функцией используемого шифра, а не режима. При этом, режим шифра не должен компрометировать безопасность используемого алгоритма шифрования. Кроме этого, должна быть скрыта структура открытого текста и по эффективности режим не должен быть сильно хуже используемого алгоритма шифрования. В связи с этим различные режимы обладают различными подмножествами этих и других характеристик повышения надежности используемого алгоритма шифрования.

В статье приведены результаты применения режима работы CBC к нетрадиционному алгоритму шифрования, разработанного на базе НПСС [5-7]. CBC - это режим Cipher Block Chaining (сцепление блоков по шифртексту). Описание режима шифрования приводится на основании документа, изданного Американским Национальным Институтом Стандартов и Технологий (НИСТ) [1].

Нетрадиционный алгоритм шифрования разработан с использованием алгебраического подхода на базе НПСС. Синонимы НПСС - системы счисления в остаточных классах (СОК), непозиционные системы счисления и модулярная арифметика. Построение непозиционных систем основано на использовании китайской теоремы об остатках, доказанной в I веке китайским математиком Сун Це. Свое развитие они начали после выхода в свет в 1955 году первых работ чешских исследователей - инженера М. Валаха и математика А. Свободы, которые предложили использовать систему остаточных классов для операций над компьютерными числами [8,9].

В 1955 году исследования в этой области были начаты также в СССР и получили широкое развитие благодаря трудам И.Я. Акушского, Д.И. Юдицкого, В.М. Амербаева [10]. Эта идея привлекла внимание ученых и в других странах. В результате возникло новое научное направление - модулярная арифметика. Одним из направлений развития модулярной арифметики являются работы Р.Г. Бияшева по созданию, анализу и использованию непозиционных полиномиальных систем счисления для разработки самокорректирующихся кодов, применяемых для обнаружения и исправления ошибок [6]. Им были обоснованы основные положения алгебры НПСС, которые использованы при разработке симметричной блочной системы шифрования.

Суть алгоритма нетрадиционного алгоритма шифрования электронного сообщения заданной длины *N* состоит в следующем.

Вначале формируется НПСС. Пусть основаниями НПСС выбраны неприводимые многочлены с двоичными коэффициентами

$$p_1(x), p_2(x),..., p_S(x) \tag{1}$$

степени $m_1(x), m_2(x),..., m_S(x)$ соответственно. С учетом всех возможных их перестановок (расположений) эти полиномы образуют систему оснований НПСС. Основания (1) задают основной (рабочий) диапазон НПСС, который определяется многочленом $P(x) = p_1(x)p_2(x)\cdots p_S(x)$ степени $m = \sum_{i=1}^{S} m_i$. В данной системе оснований любой многочлен, степень которого меньше *m*, имеет единственное представление в виде его остатков (вычетов) по модулям рабочих оснований $p_1(x), p_2(x),..., p_S(x)$ соответственно.

Тогда сообщение длины *N* бит можно интерпретировать как последовательность остатков $\alpha_1(x), \alpha_2(x),..., \alpha_S(x)$ от деления некоторого многочлена *F*(*x*) на основания $p_1(x), p_2(x),..., p_S(x)$ соответственно:

$$F(x) = (\alpha_1(x), \alpha_2(x),..., \alpha_S(x)) \tag{2}$$

где $F(x) \equiv \alpha_i(x)(\mathrm{mod}\, p_i(x))$, $i = \overline{1, S}$. Запись *F*(*x*) в виде (2) - это позиционное представления многочлена *F*(*x*).

В выражении (2) остатки $\alpha_1(x), \alpha_2(x),..., \alpha_S(x)$ выбираются таким образом, что первым l_1 битам сообщения ставятся в соответствие двоичные коэффициенты остатка $\alpha_1(x)$, следующим l_2 битам - двоичные коэффициенты остатка $\alpha_2(x)$ и так далее, последним l_S двоичным разрядам ставятся в соответствие двоичные коэффициенты вычета $\alpha_S(x)$.

Восстановление позиционного представления *F*(*x*) производится по его непозиционному виду (2). В случае хранения, передачи и обработки информации оно осуществляется по следующей формуле:

$$F(x) = \sum_{i=1}^{S} \alpha_i(x) B_i(x), \quad B_i(x) = \frac{\prod_{i=1}^{S} p_i(x)}{p_i(x)} M_i(x) \equiv 1(\mathrm{mod}\, p_i(x)) \tag{3}$$

где $i = \overline{1,S}$ и значения многочленов $M_i(x)$ выбираются для выполнения указанного в формуле сравнения.

Затем производится генерация ключевой (псевдослучайной) последовательности. Используемая ключевая последовательность длины *N* бит также интерпретируется как последовательность остатков $\beta_1(x), \beta_2(x),..., \beta_S(x)$, но от деления некоторого другого многочлена *G*(*x*) по тем же рабочим основаниям системы:

$$G(x) = (\beta_1(x), \beta_2(x),..., \beta_S(x)), \tag{4}$$

где $G(x) \equiv \beta_i(x)(\bmod p_i(x))$, $i = \overline{1,S}$.

Тогда в качестве криптограммы (шифртекста) $\omega_1(x), \omega_2(x),..., \omega_S(x)$ может рассматриваться некоторая функция *H*(*F*(*x*),*G*(*x*)):

$$H(x) = (\omega_1(x), \omega_2(x),..., \omega_S(x)), \tag{5}$$

где $H(x) \equiv \omega_i(x)(\bmod p_i(x))$, $i = \overline{1,S}$.

В соответствии с операциями непозиционной системы счисления операции в функциях *F*(*x*), *G*(*x*), *H*(*x*) могут выполняться параллельно по модулям полиномов $p_1(x), p_2(x),..., p_S(x)$, выбранных в качестве оснований НПСС.

Секретность нетрадиционного шифрования сообщения заданной длины *N* определяется не только многочленом (ключом) *G*(*x*), но конкретным набором оснований, выбранных из всего множества неприводимых многочленов степени не выше *N*. Эти секретные составляющие (1) и (4) назвали полным секретным ключом.

Конкретная система оснований НПСС находится он следующим образом.

Пусть n_1 - число неприводимых многочленов с двоичными коэффициентами степени m_1. Тогда полные системы вычетов по модулям этих многочленов содержат все многочлены с двоичными коэффициентами степени не выше $m_1 - 1$, для записи которых используется m_1 бит. Пусть соответственно n_2 - число неприводимых многочленов с двоичными коэффициентами степени m_2, n_3 - число неприводимых многочленов с двоичными коэффициентами степени m_3 и т.д., n_S - число неприводимых многочленов степени m_S. При $S = N$ (степень оснований равна значению *N*) для записи полных систем вычетов по модулям этих оснований необходимо *N* бит.

Тогда процедура выбора всех систем рабочих оснований степени от m_1 до m_S сводится к нахождению всевозможных решений алгебраического уравнения

$$k_1 m_1 + k_2 m_2 + ... + k_S m_S = N, \tag{6}$$

где $0 \le k_i \le n_i$ - неизвестные коэффициенты, один конкретный набор которых является одним из решений (6) и задает одну систему рабочих оснований; n_i - количество всех неприводимых многочленов степени m_i, $1 \le m_i \le N$, k_i - число выбранных неприводимых многочленов степени m_i, $S = k_1 + k_2 + ... + k_S$ - число выбранных оснований. Уравнение (6) определяет то количество *S* оснований, вычеты по которым покрывают длину *N* заданного сообщения. Полные системы вычетов по модулям многочленов степени m_i включают в себя все полиномы степени не выше $m_i - 1$, поэтому для их записи потребуется m_i бит. Выбираются же эти *S* оснований из общего количества всех неприводимых многочленов различных степеней, но не выше *N*. Все выбираемые основания должны отличаться друг от друга, даже если они являются неприводимыми полиномами одной степени, поскольку теория НПСС построена на выполнении китайской теоремы об остатках.

В режиме CBC при зашифровании блока значение, подаваемое на вход алгоритма шифрования, получается результатом XOR-сложения текущего блока открытого текста с полученным на предыдущем шаге блока шифрованного текста. Для всех блоков используется один и тот же ключ, приведенный на рисунке 1. После зашифрования блок передают, но его копия сохраняется в памяти для использования в шифровании следующего блока.

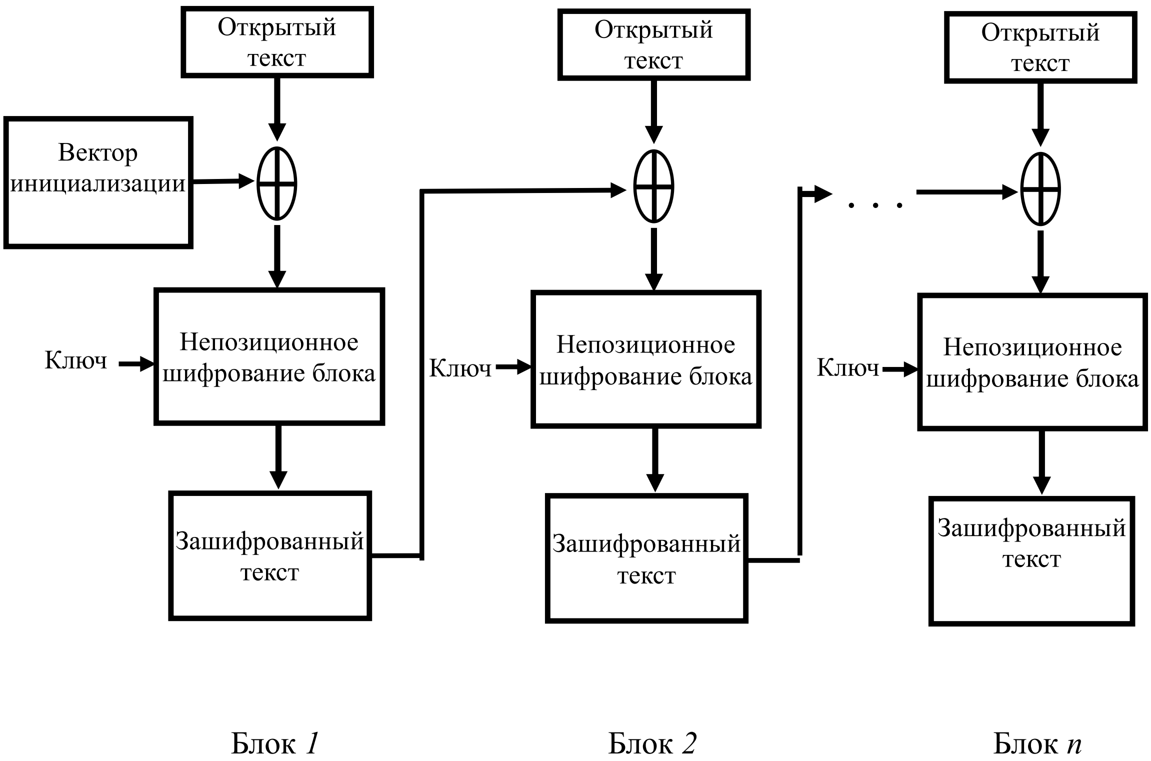


Рисунок 1 - Режим сцепления зашифрованных блоков (CBC)

При зашифровании первого блока исходного текста используется специальный входной блок - «вектор инициализации» (Initialization Vector, в русскоязычной литературе - синхропосылка). Этот вектор должен быть случайным и в каждом сеансе шифрования быть новым. В процессе шифрования тогда все блоки открытого текста оказываются связанными, а входные данные, поступающие на вход функции шифрования, уже зависят не только от текущего блока шифруемого открытого текста. По этой причине повторяющиеся блоки последовательности в шифрованном тексте не встречаются, а одно и тоже открытое сообщение в разных сеансах шифрования будет переходить в разные шифртексты.

При расшифровании текст тоже проходит через алгоритм дешифрования поблочно. При этом соответствующий блок открытого текста получается как XOR-сложение выходного блока алгоритма дешифрования и предыдущего блока шифрованного текста.

Последний блок шифртекста можно использовать как идентификатор сообщения. Такой идентификатор не даёт постороннему наблюдателю никакой информации о содержимом всего сообщения в целом, и в то же время, практически однозначно определяет сообщение. Подделать этот идентификатор без знания ключа шифрования так же трудно, как и правильно угадать сам ключ.

Для получения результатов применения режима CBC к непозиционному алгоритму шифрования разработана компьютерная программа. По этой программной реализации были получены шифртексты для файлов различного формата.

С целью анализа статистических свойств получаемых криптограмм разработана также программа «Автоматизированная система подборки статистических тестов Д. Кнута и графических тестов». Эта программа предназначена для исследования статистических свойств шифртекстов и генерируемых псевдослучайных последовательностей на графических и оценочных тестах. В прррограмме предусмотрена возможность загрузки файлов разного типа, указав путь к файлу, выбора нужных тестов и настройки параметров теста. По окончанию выполнения программы на экран выводится информация о тестируемых файлах, названиях тестов и результатах исследования файлов по тестам (прошел файл тест или нет).

Для исследования статистических свойств получаемых шифртекстов использованы графические тесты «Распределение на плоскости» и «Проверка серий» [11].

Отметим, что последовательность, генерируемая или вычисляемая по известному детерминированному соотношению, называется псевдослучайной, если ее статистические свойства «близки» по определенным статистическим критериям к свойствам равномерно распределенной случайной последовательности.

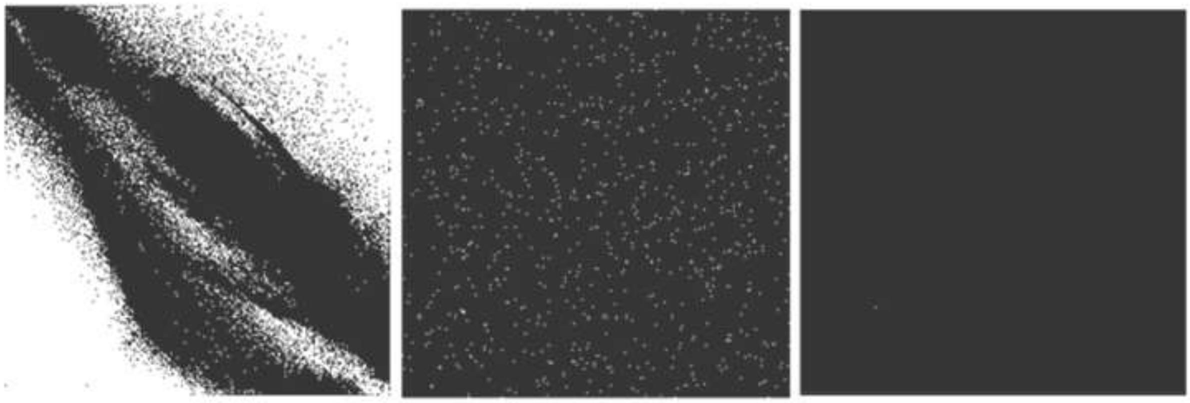
В графических тестах статистические свойства последовательностей отображаются в виде графических зависимостей. По виду этих графических представлений делают выводы о свойствах исследуемых криптограмм для определения зависимости между элементами и для оценки равномерности распределения символов. Были проведены исследования для зашифрованных данных различного формата: bmp, .jpg, .png, .pdf, .rar, .zip, .doc, .xlsx, .pptx.

На рисунках 2-4 приведены результаты тестирования по тестам «Распределение на плоскости» и «Проверка серий» для открытого файла (а), файла, зашифрованного по нетрадиционному алгоритму (б) и файла, зашифрованного по режиму CBC (в).

Исходный открытый текст - рисунок.bmp.

Тест «Распределение на плоскости» определяет зависимости между элементами (символами) последовательности [11]. На плоскости поля размером $(2^R-1)\times(2^R-1)$ наносятся точки с координатами (g_i, g_{i+1}), где R - разрядность элементов исследуемой последовательности, g_i - элемент исследуемой последовательности G, $i=\overline{1,(n-1)}$, n - длина последовательности. Равномерность расположения точек на этом поле характеризует качество ПСП. Если между элементами отсутствуют зависимости, то точки по всему полю расположены хаотично (равномерно), т. е., можно сказать, что получена ПСП. В противном случае на поле точки расположены неравномерно или образуют «узоры».

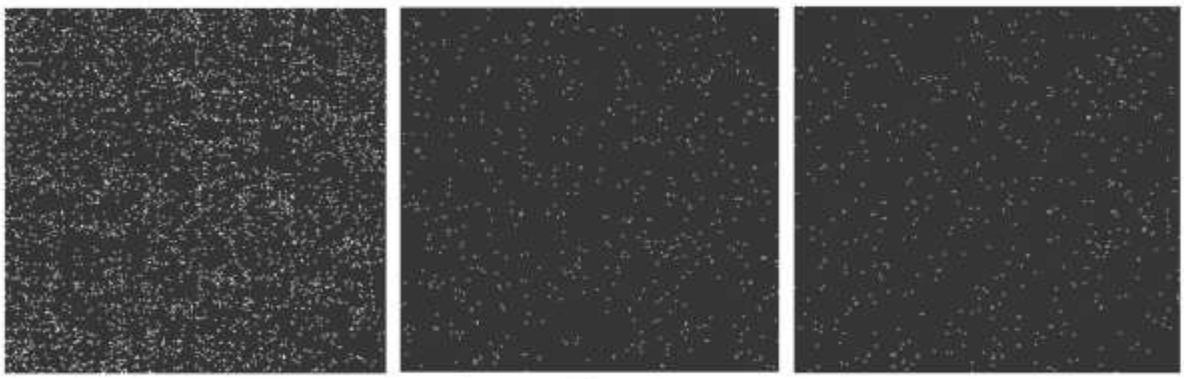
На рисунке 2 показаны результаты тестирования для файла с рисунком в формате .bmp. Распределение символов открытого файла является существенно неравномерным (элементы изображен черным цветом). Криптограммы нетрадиционного алгоритма и режима CBC показывают, что применение режима CBC улучшает статистические свойства криптограммы.



а б в

Рисунок 2 - Результаты теста «Распределение на плоскости» для а) открытого, б) зашифрованного и в) режима СВС. Исходный открытый текст – рисунок. bmp

Если в исходном файле (рисунок 3 в формате .png), элементы файла распределены по всей плоскости (рисунок 3, а), то криптограммы нетрадиционного алгоритма и режима СВС улучшают расположение их элементов.



а б в

Рисунок 3 - Результаты теста «Распределение на плоскости» для а) открытого, б) зашифрованного и в) режима СВС. Исходный открытый текст - рисунок.bmp

В тесте «Проверка серий» оценивается равномерность распределения символов в проверяемой последовательности на основе анализа частоты появления серий, состоящих из k бит, k=1,2,3,4,… Для построения графика теста в исследуемой последовательности определяется, сколько раз встречаются в ней нули и единицы (k=1), серии-двойки (00, 01, 10, 11: k=2), серии-тройки (000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111: k=3) и т.д. В том случае, когда статистические свойства последовательностей близки к свойствам истинно случайных последовательностей, разбросы между числом появлений нулей и единиц, между числом появлений различных серий каждого вида, должны стремиться к нулю.

У последовательности, чьи статистические свойства близки к свойствам истинно случайной последовательности, разбросы между числом появлений нулей и единиц, между числом появлений серий-пар каждого вида должны стремиться к нулю. На рисунке 4 приведены результаты тестирования для серий из 8 бит.

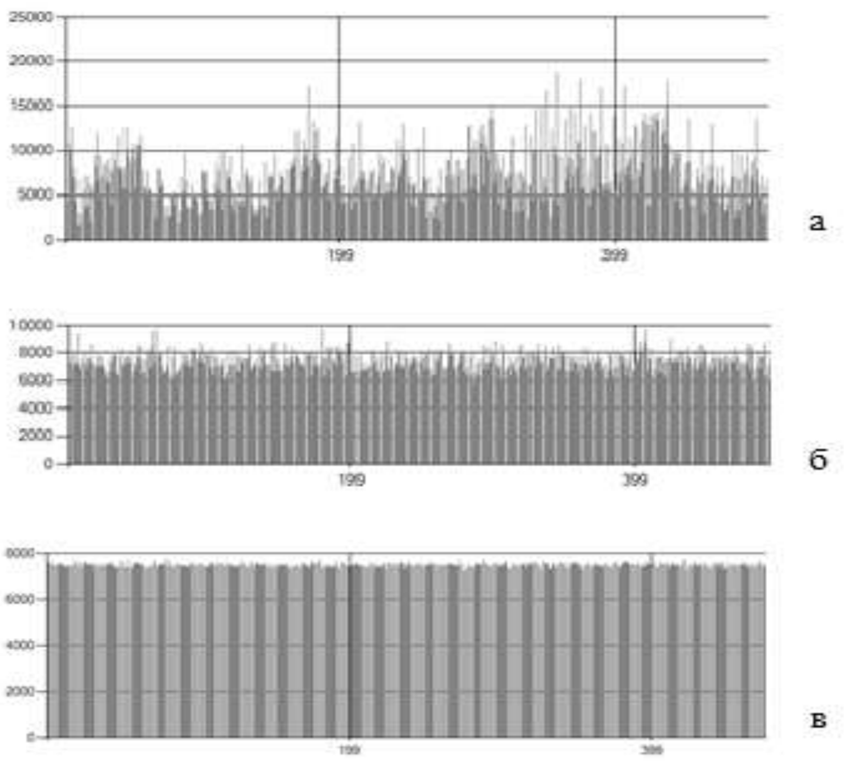


Рисунок 4 - Результаты теста «Проверка серий» для а) открытого,
б) зашифрованного и в) режима СВС. Исходный открытый текст - рисунок.bmp.

Результаты анализа статистических свойств криптограмм, полученных при использовании нетрадиционного симметричного алгоритма шифрования в режиме СВС для разных файлов показывают, что этот алгоритм может использоваться для защиты информации.

1. Recommendation for Block Cipher Modes of Operation // NIST Special Publication 800-38A. Technology Administration U.S. Department of Commerce. - 2001. - P.10.
2. Шнайер Б. Прикладная криптография. Протоколы, алгоритмы, исходные тесты на языке Си. - М.: ТРИУМФ, 2003.–816 с.
3. Фороузан Б.А. Криптография и безопасность сетей: Учебное пособие / Фороузан Б.А.; перевод с англ. под ред. А.Н. Берлина. - М.: Интернет-Университет Информационных технологий: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010 - 784 с.
4. Панасенко С.В. Алгоритмы шифрования. Специальный справочник. - СПб.: БХВ-Петербург, 2013. - 576 с.
5. Акушский И.Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. - М.: Советское радио, 1968.- 439 с.
6. Бияшев Р.Г. Разработка и исследование методов сквозного повышения достоверности в системах обмена данными распределенных АСУ: дисс. докт. тех. наук: 05.13.06: защищена 09.10. 1985: утв. 28.03.1986. - М., 1985. - 328 с.
7. Нысанбаева С. Е. Разработка и исследование криптографических систем на базе непозиционных полинмиальных систем счисления: дисс…д.т.н.: 05.13.01: защищена 23.04.2009: утв. 25.09.2009. - Алматы, 2009. - 240 с.
8. Cvoboda A., Valach M. Operatorve obvody // Stroje na Zpracovani Informaci. Sbornik III. Nak 1. CSAV. - Praha, 1955. - P. 122.

9. Свобода А. Развитие вычислительной техники в Чехословакии. Системы счисления в остаточных классах // Кибернетический сб. - М.: 1963. - № 8. - С. 115-149.
10. Амербаев В.М., Бияшев Р.Г. Интерполяция и коды, исправляющие ошибки // Теория кодирования и информационное моделирование. - Алма-Ата, 1973. - С. 51-64.
11. Иванов М.А., Чугунков И.В. Теория, применение и оценка качества генераторов псевдослучайных последовательностей. - М.: КУДИЦ-ОБРАЗ, 2003. - С. 60-136.

Аңдатпа. *Позициондық емес полиномиалдық санау жүйелері (ПЕПСЖ) негізінде іске асырылған алгоритміне (СВС) блоктардың тұтасуы режимін қолдануының нәтижелері тармақта көрсетілген. Блоктардың тұтасуы режимінің негіздері мен оның жұмыс істеуі сипатталады. Шифрлау режимі Стандарттар мен Технологиялар Американдық Ұлттық Институтында (СТАҰИ) шығарылған құжат негізінде келтірілген. Бұл режимнің жұмыс істеу принципі ашық мәтінді блокты шифрлау үшін алдыңғы шифрланған мәтінді қолданылуында. Алынған криптограммалардың статистикалық қасиеттерінің анализін жасау мақсатында бағдарламалық қамтама құрастырылды. Әр түрлі форматтағы файлдар үшін шифрмәтіндердің статистикалық қасиеттерін тестілеу нәтижелері көрсетілген.*
Түйін сөздер: *Шифрлау, позициондық емес полиномиалдық санау жүйелері, модулярлық арифметика, режим, сынақтамалар, псевдокездейсоқ тізбектер, статистикалық қасиеттері.*

Abstract. *The article presents the results of applying the block chaining mode (CBC) to encryption algorithm, developed on the basis of non-positional polynomial notations. It describes the essence of the block chaining mode of cipher text and its functioning. The principle of operation of this mode is built on the use of the previous ciphertext block to encrypt the current block of plaintext. In order to analyze the statistical properties of the resulting cryptograms on graphics tests designed computer program. The results of the testing of statistical properties of ciphertexts for files of different formats.*
Keywords: *Encryption, nonpositional polynomial number system, modular arithmetic, mode, tests, random sequences, statistical properties.*

УДК373.2

С.Р. Рахымбергенов, А.Т. Галиева*

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕРАКТИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ОБУЧЕНИЯ НА УРОКАХ ИНФОРМАТИКИ

(г. Алматы, Казахский государственный женский педагогический университет, *- магистрант)

Аннотация. *В представленной работе рассматривается вопрос об использовании интерактивных технологий обучения на уроках информатики, который приобрел новое звучание в связи с применением современных информационных технологий. Меняется и смысл понятия «интерактивное обучение». Если раньше основными формами интерактивного обучения называли деловые игры, круглые столы, конференции и т.д., то в настоящее время при организации интерактивного обучения преимущественно используются информационные, коммуникационные и сетевые технологии.*

В данной работе при проектировании урока информатики была реализована и спроектирована карта технологического прцесса обучения курсу «Информатика» с применением интерактивных методов обучения.
Ключевые слова: *интерактивные технологии, учебный процесс, коммуникативная форма, информационное образование.*

Будущему специалисту для успешной реализации своей будущей деятельности в наше время недостаточно быть компетентным в той или иной области, так как быстро меняющиеся политические, социально-экономические условия общественной жизни диктуют наличие определенных личностных качеств, которые будут способствовать самореализации в сложных социокультурных условиях. Поэтому высшее образование основное внимание должно сосредоточить на развитии у студентов способности к творчеству, самосознанию, саморазвитию как необходимых для личностного роста качеств.

В этой связи, современному преподавателю необходимо преобразовывать учебный процесс, внедрять новые формы, методы и технологии обучения. На современном этапе развития нового поколения учебных кадров предусматривается широкое применение в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий, удельный вес которых должен составлять не менее 30 процентов аудиторных занятий [1].

Специалисты определяют интерактивное обучение, как процесс погружение в сферу общения, который способствует изменению форм и приемов ведения занятия. Его реализация позволяет решить одновременно три основные задачи в организации учебной деятельности: познавательную, коммуникативно-развивающую, социально-ориентационную.

Цель интерактивного обучения - сделать продуктивным процесс обучения, что даст возможность каждому студенту раскрыть свои задатки, развивать творческие способности и самореализоваться как личность.

Например, при проектировании курса «Информатика» была реализована система интерактивных технологий обучения, основанных на принципах взаимодействия, активности обучаемых, опоре на групповой опыт, обязательной обратной связи. При такой организации обучения создается среда образовательного общения, которая характеризуется открытостью, взаимодействием участников, равенством их аргументов, накоплением совместного знания, возможностью взаимной оценки и контроля [2].

Курс «Информатика» направлен на развитие у студентов общей информационной культуры личности, на совершенствование профессиональных навыков будущих специалистов через ознакомление с основами организации и функционирования информационных систем, принципами взаимодействия человека, общества и природы, закономерностями функционирования и развития человека в жизненной среде, концептуальными подходами к информации.

В структурном представлении учебного материала курса «Информатика» используется система модулей, что позволяет рассматривать все компоненты содержания дисциплины во взаимосвязи теории, практики и коммуникативных форм деятельности, позволяющих провести анализ существующих проблем и выявить пути их решения.

Так как интерактивное обучение основано на создании особого вида мотивации - проблемной, то содержание курса представляет собой цепь учебно-проблемных ситуаций, которые формируют особый стиль умственной деятельности, исследовательскую активность и самостоятельность учащихся при выборе способа решения. В связи с этим, отобранное и структурированное содержание курса позволяет активно использовать различные виды интерактивных лекций, презентации с использованием различных вспомогательных средств, «мозговой штурм», деловые игры, круглые столы и т.д.

На основе вышеизложенного нами была спроектирована карта технологического процесса обучения курсу «Информатика» с применением интерактивных методов обучения [3].

Карта технологического процесса обучения курсу «Информатика»

Название модуля	**Цель модуля**	**Интерактивные методы обучения**	**Результат**
Модуль 1. История возникновения информации	Сформировать информационное мировоззрение у студентов на основе понятия основ информации.	Лекция-беседа. Творческое задание.	Уход от «субъект-объектных» к «субъект-субъектным» отношениям.
Модуль2. Глобальные информационные процессы Пути их анализа и решения.	Способность оценивать информационное состояние в Казахстане и в регионе (городе) и тенденции его изменения, состояние информационного поля.	Мозговой штурм «Обеспечение новой информацией». Кейс-стади (учебно-информационные задачи).	Активация творческой деятельности: перевод полученных знаний в учебную ситуацию.
Модуль 3. Основы информационной культуры.	Осознание основ информационной культуры для гармоничного развития человека и природы.	Круглый стол. "Почему необходимы каждому члену общества информационное образование и информационная культура".	Заявление. собственной информационной позиции: формирование творческого стиля мышления.
Модуль 4. Информационнаяо снова окружающей среды.	Осознание взаимосвязи состояния информации иокружающей среды.	Деловая игра: «Роль информации в жизни каждого человека и общества». Тестовые задания.	Диалог как средство соразвития преподавателя и студента.
Модуль 5. Информация. Концепция устойчивого развития.	Осознать роль человека при достижении гармонии между информацией и обществом.	Творческое задание. "Что будет, если..."	Проявление исследовательско-логических способностей при осознании целостности информации.

Механизм профессионально-экологического развития студентов включает в себя трехуровневое взаимодействие педагога и учебной группы:

- *студент-педагог*. Этот уровень предполагает персонифицированное взаимодействие, основанное на витагенном опыте профессиональных проблем, интересов каждого обучающегося;
- *студент-творческая группа*. На данном уровне происходит увеличение степени самостоятельного проявления индивидуальности обучающегося;
- *студент-учебная группа*. Данный уровень способствует профессиональному развитию студентов и обеспечивается правилами организации творческих групп: по личной симпатии и профессиональному интересу. Творческие группы могут быть подвижны, каждый обучающийся может выступать в роли лидера или

функционера, в зависимости от его интереса, витагенного опыта, индивидуальных возможностей [4].

Как видим, в отличие от традиционных дидактических систем, при интерактивном обучении все студенты оказываются участниками процесса познания, находятся в режиме диалога, взаимодействия, что обеспечивает развитие интеллектуальных и творческих способностей, они имеют возможность понимать, высказывать свою позицию и рефлексировать, то есть нацеливаться на деятельность, стимулирующую «изобретательство» и «открывательство».

Также нами был предложен алгоритм построения интерактивного занятия, состоящего из трех этапов:

1 этап - *проблемно-целевой:*

- обучающимся предлагается объединиться в творческие группы;
- выделяются главные проблемы изучаемого содержания и преобразование их в целеполагание процесса обучения;
- выбираются средства, позволяющие реализовать цель;
- определяются ключевые понятия (смысловые информационные опоры приобретения новых знаний).

2 этап - *проектно-поисковый:*

- коррекция векторов движения индивидуальных целей и общей целевой зоны;
- определение способов совместной деятельности (кто, что будет делать, в какой последовательности);
- реализация программы общей деятельности - получение точного прогнозируемого результата;
- выработка личных, групповых позиций.

3 этап - *рефлексивный*:

- выявление обучающимися своих затруднений и ошибок при решении проблемы;
- установление причин ошибок: по содержанию, по способу взаимодействия;
- проектирование средств и способов исправления ошибок;
- определение индивидуальной, групповой позиции, нового вектора познавательного интереса.

Критериями оценки явились следующие показатели:

- полнота представленного решения;
- верная логическая последовательность принятия решения;
- глубина знаний;
- оригинальность предложенного решения.

С помощью дополнительных показателей оценивался и творческий поиск способа решения учебно-экологической ситуации, выдвижение нескольких способов ее решения; владение творческими способами деятельности.

Тестовые задания предназначены для оценки степени усвоения материала студентами. Они составлены в форме тест-вопросов, охватывают весь материал с учетом базовых требований по основным модулям. Задания имеют разную степень сложности: I уровень - это тестовые задания закрытого типа (без письменного обоснования ответа); II и III уровни - задания с творческим аспектом, ориентированные на формирование активной позиции студента (с обоснованием выбора ответа) [5].

В конце обучения студентами была оценена эффективность курса «Информатика». Высокие оценки были отданы таким интерактивным методам обучения как круглый стол, «мозговой штурм» и творческое задание «Что будет, если...». Это объясняется тем, что студентов увлекал процесс самостоятельного поиска путей и вариантов решения поставленной учебной задачи.

Исходя из этого, можно сделать следующие выводы, что реализация интерактивных технологий обучения способствует:

- активации творческие возможностей студентов,
- самостоятельному, целеустремленному усвоению содержания обучения
- развитию сотрудничества в коллективной деятельности и умений публичных выступлений;
- организации поисковой, познавательной деятельности путем постановки педагогом познавательных и практических задач, требующих самостоятельного творческого решения [6].

Итак, одним из важнейших направлений совершенствования подготовки студентов в современном вузе является внедрение интерактивных технологий обучения. Большинство преподавателей, подтверждают эффективность использования интерактивных технологий в обучении, так как они способствуют активному вовлечению студентов в учебный процесс. Исходя из этого, основные методические инновации связаны сегодня с применением именно интерактивных методов обучения.

Таким образом, использование интерактивных технологий обучения - одно из важнейших направлений совершенствования подготовки будущих специалистов и обязательное условие эффективной реализации компетентностного подхода.

1. Альтшуллер Г.С. Найти идею. Введение в теорию решения изобретательских задач.- Петрозаводск: Изд-во "Скандинавия", 2003 185с.
2. Галицких Е.О. От сердца к сердцу. Мастерские ценностных ориентаций для педагогов и школьников. Методическое пособие.-СПб.: «Паритет», 2003.-160с.
3. Ключ Н. Ключ В. ТРИЗ-педагогика// Педагогика.-2001.-№5.
4. Метод проектов на уроках литературы//Школьные технологии.-2003.-№ 6.
5. Мухина С.А., Соловьева А.А. Нетрадиционные педагогические технологии в обучении.-Ростов-на-Дону: Изд-во «Феникс», 2004.-384с.
6. Полат Е.С. Новые педагогические технологии /Пособие для учителей-М.,1997.

Аңдатпа. *Осы зерттеу жұмыста қазіргі заманғы ақпараттық технологияларды қолдана отырып, байланысты жаңа мағынаға сатып алынған сабақтарында интерактивті оқыту технологияларын пайдалану туралы мәселе қарастырылған. Ал «интерактивті оқыту» мағынасын өзгерту. Бұрын, интерактивті оқыту ұйымдастыру қазіргі уақытта интерактивті оқыту деп аталатын іскерлік ойындар, дөңгелек үстелдер, конференциялар және т.б. негізгі формалары, негізінен пайдаланылатын ақпараттық, коммуникациялық және желілік технологиялар.*

Бұл мақалада, сабақтың жобалау есептеу жүзеге асырылған және оқытудың интерактивті әдістерін қолдана отырып, оқу курсы «Информатика» пайдалануға технологиялық процестерді картасын жобаланған.

Түйін сөздер: *интерактивті технологиялар, білім беру процесі, коммуникативтік нысаны, ақпараттық білім беру.*

Abstract. *In the present paper we consider the question of the use of interactive learning technologies at lessons, which acquired a new meaning in connection with the application of modern information technologies. And changing the meaning of "interactive learning". Previously, the main forms of interactive learning called business games, round tables, conferences, etc., that are currently in the organization of interactive learning are predominantly used information, communication and network technologies.*

In this paper, the design of the lesson Computing was implemented and designed a map of technological processes that use training course "Informatics" using interactive teaching methods.

Keywords: *interactive technologies, educational process, communicative form, the information education.*

ӘОЖ 373.2

Г.И. Салғараева, А.Т. Галиева*

ИНФОРМАТИКА САБАҚТАРЫНДА АҚПАРАТТЫҚ-КОММУНИКАЦИЯЛЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАРДЫ ПАЙДАЛАНУ

(Алматы қ., Казақ Мемлекеттік Қыздар педагогикалық университеті, *- магистрант)

Аңдатпа. *Мақалада информатиканы оқыту процесіндегі ақпараттық-коммуникациялық технологияларды пайдалану мәселелері қарастырылады. Оқу процесінде АКТ құралдарын пайдаланудың өзектілігі келтіріледі. Электрондық білім беру ресурстарының негізгі ұғымдары мен терминдері, түрлері талданған. Сондай-ақ, тұтасымен оқу процесіндегі электрондық оқу құралдарын пайдаланудың маңыздылығы қарастырылады. Электрондық оқу құралдарының құрылымы мен оның әдеттегі оқулықтан айырмашылығы келтірілген.*

Түйін сөздер: *ақпараттық-коммуникациялық технологиялар, педагогикалық іс-әрекеттегі инновациялар, электрондық білім беру ресурстары, мультимедиа, электрондық оқулық.*

Қазір әрбір оқу орындарында, оқытушы студенттерге тек білім беріп қана қоймайды, сонымен бірге, бүгінгі оқытушыдан болашақ педагог мамандардың бойында кәсіби құзыреттіліктерін қалыптастыру, интеллектуалдық әлеуетін, шығармышылығын, түрліше ойлау қабілеттерін дамыту мәселелері талап етілуде.

Оқыту процесі оқытушы мен студенттің тұрақты педагогикалық қарым-қатынасын сипаттайды. Қазіргі жаңа буындағы білім беру стандарттары құзыреттілік тәсілге, жеке тұлғаға бағдарланған оқыту технологиясына негізделген. Жеке тұлғаға бағдарланған оқыту технологиясына сай білім беруді ұйымдастыруды ақпараттық коммуникациялық технология құралдарының көмегімен тиімді ұйымдастыруға болатынын осы бағыттағы көптеген зерттеушілердің еңбектерінен көруге болады.

Кәсіби білім берудің негізгі мақсаты еңбек нарығында бәсекеге қабілетті уақыт талабына сай құзырлықтары қалыптасқан, өзінің кәсібін жақсы меңгерген, жауапкершілігі мол білікті мамандар даярлау болып табылады. Қазіргі ақпараттық қоғамның өзгермелі жағдайына жылдам бейімделуге мүмкіндік беретін педагогикалық әдістерді пайдалану педагогикалық теория мен практиканың басым бағыттарының бірі. К.З. Халықова қазіргі білім беру жүйесінің жеке тұлғаға бағдарланған технологияға бағытталғандығын ескерсек, осындай тәсілдің бірі ақпараттық-коммуникациялық технологиялармен интеграциялауға негізделген жобалық әдіс болып табылатындығын атап көртсетеді [1]. Ол студенттердің өзін дамытуға деген жоғары мотивациясын қамтамасыз етеді, жаңа білім алуға, топтық іс–әрекетпен жұмыс істеуде жауапкершілік сезімін арттыруға мүмкіндік береді.

Қазіргі уақытта оқу процесінде инновацияға баса назар аударылатыны белгілі. Педагогикалық іс-әрекеттегі инновациялар өндірістегі тәрізді, ең алдымен, жаңалық енгізуді, оқу-тәрбие процесінде қолданылып келе жатқан педагогикалық технологияларды жаңартуды, оларға өзгеріс енгізуді талап етеді.

Жаңалық енгізу немесе инновациялар адамның көптеген кәсіби іс-әрекетіне тән болғандықтан зерттеу пәніне айналып, талдау жасап, оны практикаға енгізуді талап етеді. Инновациялар өздігінен пайда болмайды, олар зерттеушілердің алдыңғы қатарлы педагогикалық тәжірибелері мен ғылыми ізденістердің нәтижесі. Бұл процесс әртүрлі сипатта және ол басқарылатын процесс болып табылады [2] .

Білім берудегі инновацияның мақсаты: студенттің интеллектуалдық-жеке тұлғалық және рухани дамуының жоғары деңгейін қамтамасыз ету; оларға ғылыми ойлау стилінің дағдысын қалыптастыратын жағдайларды құру; әлеуметтік – экономикалық және кәсіби салаларда жаңалық енгізу әдіснамасын зерттеуге баулу; таңдаған мамандығына, сондай-ақ, инновациялық ұсыныстарға тұрақты қызығушылығын қалыптастыру болып табылады.

Ақпараттық-коммуникациялық технологиялардың пайдаланылуын біз инновациялық технология элементтерінің біріне жатқызамыз. Оқытушының әрбір ұйымдастырып, өткізетін сабағы шығармашылық жұмыс болуы тиіс. Сондықтан сабақты ұйымдастыруда оқу материалдарын фактологиялық және қолданбалы бөліктерге бөлу, оқытудың модульдік, жекелеп үйрету және деңгейіне қарай оқыту қағидаларын қатар пайдалану, өзін-өзі және бірін-бірі оқыту элементтері, пәнді игеруді қамтамасыз етудің (электрондық оқулықтар фрагменттері, арнайы тесттер, компьютерлік есеп жинақтары, анықтамалықтар, демонстрациялық файлдар, т.б.) ажырамас бөлігі ретінде ақпараттық-коммуникациялық технологияны пайдалануды жатқызамыз. Қазіргі ақпараттық коммуникациялық технологиялардың мүмкіндіктері – оқу процесін жетілдіруді және алға қойылған мақсаттарына тиімді қол жеткізуге мүмкін болатын жағдайларды құруды талап етеді. Мұндай тәсілдің артықшылықтары ретінде: а) оқытудың жоғары нәтижелілігі; б) әр түрлі білім мекемелері үшін осы жүйенің икемділігі мен бейімделгіштігі; в) жүйенің жеңіл өзгертілуі мен толықтырылуы (файлдағы тапсырмалар жеңіл өзгертіледі, Web-оқулықтар оңай өзгертіледі); г) оларды қолданудың әмбебаптығы (өздігімен жұмыс істеуді, әрі оқу процесінде қамтитын тиімділігі) [3].

Білім беру саласында аппараттық, телекоммуникациялық және программалық жабдықтар аймағында тәжірибелік (немесе арнаулы) емес, индустриялық, яғни әрекеттік шешімі бар жұмыстарды енгізудің маңызы зор, олай дейтін себебіміз, олардың практикалық қажеттілігі мен оны ары қарай жалғастырудың тиімділігіне кепілдік бере алады. Ақпараттық технологиялардың екпінді түрде жылдам дамуы аппараттық және программалық құралдар өндірісі өзіндік құнының арзандауына, оған қоса АКТ-ның негізгі даму бағытында программалар мен құрылғылардың бір-бірімен сәйкес келіп үйлесуіне әкеліп отыр. АКТ-ны практикаға енгізу жолында туындайтын мәселелерді дер кезінде шешу мектепте білім беруді ақпараттандыру саласындағы жұмыстарды жетілдіруді талап етеді. Атап айтқанда,

- білім беру мекемелерін әдістемелік тұрғыдан жабдықтау;
- мұғалімдер мен әкімшілік органдарын дайындауға баса назар аудару;
- қолданбалы программалық құралдарды жетілдіруді және оны тиімді пайдалануды қолға алу (энциклопедиялар, меди-ресурстар, модельдеу, әкімшік-шаруашылық кешенін басқаруға);
- аппараттық кешенмен толық қамтамасыз етуді жүзеге асыру (компъютерлер, жергілікті желі, интернетке қосылу) сынды мәселелерді ерекше атау,а болады.

Қорыта келгенде, оқу процесінде АКТ-ны қолданысқа енгізу әрі техникалық жағынан да, әрі психологиялық тұрғыдан да күрделі мәселе болып саналады. Бүгінде мектептің де, жоғары оқу орнының да мұғалімдеріне компьютерсіз жұмыс істеуге болмайтыдығы, компьютер оларға өз кәсіби функцияларын жүзеге асыратын құрал ретінде қажет [4].

Енді білім беру саласындағы компьютерлік технологиялардың пайдаланылу мәселелеріне тоқталайық.

Оқытудың жаңа компьютерлік технологияларының жоғары және арнаулы оқу орындарында оқу процесіне кеңінен енгізілуі студенттердің өзіндік және шығармашылық белсенділігін дамытады және өзіндік жұмыс түрлерін орындауға баулиды.

Қазіргі уақытта оқыту процесінде пайдаланылып жүрген АКТ құралдарының кейбір түрлерін атап өтейік..

Компьютерлік презентациялар. Бұл бір жағынан алғанда, оқушыларға жаңа материалды (иллюстрация, фотографиялар, бейнелік, дидактикалық материалдар, т.с.с) көрнекті түрде көрсету құралы болса, екінші жағынан, мұғалімдерге осы материалдарды дайындауды және оны қолдану процесін де жеңілдетеді. Алдын- ала жүргізілген тәжірибелер презентацияларды пайдалану оқушылардың оқуға деген ынталылығын арттырып, сабақтың қызықты өтуін қамтамасыз етіп, оған дайындалу мерзімін (презентациялық сүйемелдеу жұмысын алдын ала мұғалім немесе басқа біреу дайындағанда) қысқартады, ең бастысы – мұғалімдерді жаңа компьютерлік технологияларды пайдалануға дағдыландырады. Компьютерлік технологияларды үлгерімді тексеру және оқушылардың білімін жетілдіру мақсатында пайдалану, біріншіден, оқытушының жұмыс өнімділігін арттырып, оқу нәтижелерін тексеруге көбірек уақыт бөлуге көмектеседі; екіншіден, объективті түрде қадағалай отырып, балалардың алған білімін бағалауды жүзеге асырады; үшіншіден, бақылау технологиясына ғылыми элементтер енгізіп, оны кеңінен де пайдалануға болатындай жағдай туғызады.

Қашықтықтан оқыту – ақпараттық коммуникациялық технологиялық құралдар (компьютерлер, телекоммуникациялар, мультимедиа құралдары) және ғылыми негізделген тәсілдер арқылы білім алу (күндіз, сырттай, экстернат) формасы. Бүгінгі таңда осы технология өте кең тараған. Қашықтықтан оқытудың артықшылығы:

а) компьютерлік телекоммуникациялар оқу материалдарын тыңдаушыға жылдам жеткізеді;

ә) телеконференциялар арқылы накты уақыт режимінде студенттердің мұғаліммен сұхбаттасуын ұйымдастыра алатын виртуальді класс жасау мүмкіндігін ұсынады;

б) ақпараттық-коммуникациялық технологиялардың барлық мүмкіндігін оқытуға да, әрі оқушылармен кері байланыс жасауға да пайдалануға жағдай жасайды [4].

Бүгінгі таңда білім беру саласында пайдаланылып жүрген АКТ құралдарының ішінде мультимедиа технологияларының маңызы зор [5]. Мультимедиа. Бұл - әртүрлі типті мәліметтерді дайындау, өңдеу, біріктіру, ұсыну әрекеттерін ақпараттық және бағдарламалық жабдықтарды пайдалану арқылы жүзеге асыратын құралдар, әдістер мен тәсілдер жиынтығы.

Мультимедиалық технологиялардың дамуы бейнетехниканың және дербес компьютердің өркендеуі нәтижесінде жүзеге асуда. Мультимедиа статикалық, динамикалық және дыбыстық ақпараттарды талапқа сай дәрежеде ұсынуды іске асырады. «Мультимедиа» термині латын тілінің «multi» (көп) және «media» (орта) сөздерінің бірігуінен құралған, яғни «ақпараттық орта» деген мағына береді.

Білім берудегі мультимедиа – таным процесінің жоғарылауына септігін тигізетін, білім беру мазмұнын интерактивті формада ұсынатын, дидактикалық ақпараттық-программалық құрал.

Мультимедиа – пайдаланушыға әртүрлі типті ақпаратты біріктіріп ұсыну технологиясы болып табылады. Зерттеушілердің пікірі бойынша дәстүрлі оқу әдісімен берілген материалдың 25%-ы, көру арқылы 33%-ы, көру-есту арқылы 50%-ы, ал мультимедиалық интерактивті оқыту бағдарламасы көмегімен берілген материалдаң 75%-ы есте сақталады екен.

Мультимедианың ажырамас бөлігі болып табылатын лазерлік дискілерде жазылған электрондық энциклопедиялар, оқулықтар мен сөздіктер оқыту процесінде ерекше орынға ие. Мысалы, электрондық сөздіктерде әрбір сөздің аудармасы ғана емес, сонымен бірге оның айтылу үлгісі де қамтылады. Қазіргі уақытта мультимедиалық технологиялар құбылыстардың дамуын, динамикасын көрсетуді және оқу ақпаратының көлемін белгілі бір реттілікпен беріп отыруды жүзеге асыратындықтан жаңаша оқу әдістерін талап етеді.

Ақпараттық -коммуникациялық технология құралдарының пайдаланылуы электрондық білім беру ресурстары арқылы көрініс табажы.

Электрондық білім беру ресурстарының басты мақсаты студенттер мен оқушылардың білім сапасын арттыру, оқытушыларға ғылыми-әдістемелік көмек көрсету, олардың өз бетіндік оқу іс-әрекетін ұйымдастыру болып табылады [5]. Электрондық ресурстарды пайдалана отырып, білім беру барысында дәстүрлі сабақтың ауқымын кеңейтіп, ақпараттық ортаны едәуір жоғарылатып, білім беру үрдісін көру арқылы қабылдауын қамтамасыз етеді, яғни бұл басты ерекшелігі мен тиімділігі студент пен оқытушының арасындағы байланыс көзбен көру арқылы жүргізіледі.

Электрондық басылым – бұл графикалық, мәтіндік, цифрлік, музыкалық, видео, фото және т.б. ақпараттар, сонымен қатар басылым мәліметтерінің жиынтығы. Электронды басылым магниттік (магниттік таспа, магниттік диск, т.б.), оптикалық (CD-ROM, DVD, CD-R, CD-I, CD+ және т.б.) электронды тасушыларда болуы және электронды компьютерлік желілерде жариялануы мүмкін.

Электронды оқу басылымдары (электронды оқулықтар, электронды оқу құралдары (пособие)) –білімді бақылауға және автоматтандыруға, сондай-ақ тиімдеуге негізделген, оқу курсы мен оның жеке бөлімдеріне сәйкестелінген, білім беру траекториясы мен әр түрлі оқу жұмыстарын анықтауға мүмкіндік беретін электронды басылым.

Электронды оқулық – оқу курсы мен оның тарауларының жүйелік мазмұнынан тұратын, мемлекеттік білім беру стандартына сәйкестендіріліп жасалған, өзінде қарапайым оқулықтың, анықтамалық, тапсырма-жаттығулардың және лабраториялық практикумдардың және т.б. қасиеттерін қамтыған мемлекеттік органдармен нақты бекітілген электронды оқу басылымы.

Электронды оқу құралы – толық және жартылай электронды оқулықты алмастыра алатын, мемлекеттік білім беру стандартымен нақты бекітілген басылым. Электронды оқу құралы болып, мамандықтар мен оқу бағыттарындағы аса маңызды мемлекеттік жалпы білім беру стандартындағы пәндер бөлімдері, типтік пәндер мен оқу жоспары бойынша жаттығулар мен тапсырмалар жинағы, сызбалар мен карталар альбомдары, атлас конструкциялары, пәндер хрестоматиясы және оқу жоспары, оқу жоспарын жүргізудегі нұсқау, практикумдарға байланысты нұсқаулар, курстық және дипломдық жұмыс жобалары, анықтама-энциклопедиялар, жаттықтырушылар (тренажеры) саналады.

Бұдан басқа да электрондық білім беру өнімдері белгілі. Олар: диагностикалық бағдарламалар – оқушылардың қате қимылдарының алдын алу, білімін, іскерлігін, дағдысын бағалау, интеллектуалдық даму деңгейін тексеру үшін қолданылатын бағдарламалар.

Пәндік бағытталған орта – оқылып отырған объектілерді немесе олардың белгілі бір пәндік ортадағы қарым-қатынастарын модельдеуге мүмкіндік береді. Олардың көмегімен оқу іс-әрекеті, кейбір пәндік аймақтарға байланысты заңдылықтар ұйымдастырылады.

Жаттықтырушылар (тренажеры-оқытушы бағдарламалар) – оқу іс-әрекетіндегі іскерлік пен дағдыларды жетілдіретін арнайы бағдарламалар. Сондай-ақ өздік жұмыстар, өткенді қайталауға арналған бағдарламалар.Оқыту мақсатындағы мәліметтер қоры – нақты құрылған және ұйымдастырылған электронды ақпараттар жиымы.

Электрондық курстық кейстер – CD дискта орналасқан, берілген курс және мамандықтың оқу жоспарында көрсетілген барлық пәндердің оқу және әдістемелік материлдар жиынтығы.

Қазіргі уақыт талабына сай білім беруді ақпараттандырудың негізгі талаптарының бірі – оқу үрдісіне электронды білім беру ресурстарын енгізу. Өйткені бүгінгі білім беру саласында тек мұғалімдердің айтқанын орындау және оқулықты пайдалану бүгінгі білім беру жүйесінің талаптарны қанағаттандырмайды. Сондықтан қазіргі уақытта АКТ құралдарын тиімді пайдалану уақыт талабы.

Электрондық оқу басылымдарынң ішіндегі негізгілерінің бірі - **электрондық оқулық** болып табылады**.**

Электрондық оқулықтың құрылымын шартты түрде екіге бөлуге болады: инвариантты**қ** және өзгермелі бөлім.

Инварианттық бөлім:

- мұқаба беті;
- аннотация;
– тақырыбы;
- мазмұны;
- тапсырмалар;
- пайдаланылған әдебиеттер тізімін қамтиды.

Ал өзгермелі бөлімде:

- тест сұрақтары;
- анықтамалық;
- нұсқаулық;
- дыбыс, видео, анимация элементтері;
- глоссарийді қамтиды.

Қорыта келгенде, электрондық оқулықтың құрылымы жоғарыда аталып кеткен мұқаба беті, мазмұны, аннотация, оқу материалының толық мазмұны (сызбалар, графиктер, иллюстрация, кестелер, т.б.), тапсырмалар жүйесі, бақылаудың тесттік жүйесі, мәтін бөлігін іздеу жүйесі, авторлар жөніндегі мәлімет және бағдарламамен жұмыс істеу тәсілдері жөнінде нұсқаулар жүйесі болуы тиіс.

Білім беру саласында электрондық оқулықтарды пайдалану оқушылардың танымдық белсенділігін ғана арттырып қоймайды, логикалық ойлау жүйесін қалыптастыруға, шығармашылықпен еңбек етуге жағдай туғызады.

1. Халықова К.З. Информатика мамандарын кәсіби даярлау үдерісіндегі жобалық әдістің пайдаланылуы// Абай ат.ҚазҰПУ хабаршысы. № 2 (50), 2015.
2. Халықова К.З. Жоғары білім беру жүйесіндегі интерактивті оқыту әдістері мен қазіргі білім беру технологиялары//«Білім беру мен ғылымдағы математикалық моделдеу мен ақпараттық технологиялар» атты VI Халықаралық ғылыми-әдістемелік конференция материалдары. Абай атындағы ҚазҰПУ, Алматы. - 25-26 қазан. 2013 ж.
3. Садыбекова Ж. Оқу – тәрбие үрдісінде ақпараттық – коммуникациялық технологияны қолдану қажеттілігі. .«Информатика негіздері» журналы № 4-2008 ж.
4. Мұхамбетжанова С.Т., Мелдебекова М.Т. Педагогтардың ақпараттық – коммуникациялық технологияларды қолдану бойынша құзырлылықтарын қалыптастыру әдістемесі. Алматы: ЖШС «Дайыр Баспа», 2010 ж.
5. Халықова К.З., Абдулкаримова Г.А. Педагогикалық информатика. //Оқулық. Алматы: Абай атындағы ҚазҰПУ, 2007 ж. - 247 б.

Аннотация. *В статье рассматриваются проблемы использования информационно-коммуникационных технологий в процессе обучения информатике. Приведены актуальность использования ИКТ средств в учебном процессе. Проанализированы основные понятия, термины и виды электронных образовательных ресурсов. А также рассмотрена сущность использования электронных учебных пособий в процессе преподавания в целом. Приведены стуктура электронных учебных пособий и различие электронных учебных пособий от обычных учебников.*

Ключевые слова: *информационно-коммуникационные технологии, инновации в педагогической деятельности, электронные образовательные ресурсы, мультимедиа, электронный учебник.*

Abstract. *This article discusses the problem of the use of information and communication technology in teaching computer science. Results using ICT resources relevant to the teaching process. Analyzes the basic concepts, terminology and types of electronic educational resources. And also considered the essence of the use of electronic textbooks in the teaching process as a whole. The structure of electronic textbooks and the difference between electronic textbooks and conventional textbooks.*
Keywords: *information and communication technologies, innovations in teaching activities, e-learning resources, multimedia, electronic textbook.*

ӘОЖ 004.91:519.6:378.091.27 (574)
М.А. Скиба, А.Р. Турганбаева, Ф.Р. Гусманова

Е-ПОРТФОЛИО ҚҰРЫЛЫМЫНЫҢ ВАРИАБЕЛЬДІЛІГІ

(Алматы қ., Нархоз университеті, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті)

Аңдатпа. *Мақалада е-портфолионың авторлық екі түсінігі – ақпараттық-коммуникациялық технология ретінде және тұлғаны оқытудың жетістіктер мен нәтижелер жазықтығына проекциясы болып табылатын фракталдық нысан ретінде келтіріледі. Авторлар е-портфолионың вариабельділігі ретіндегі құрылымның маңызды сипаттамасын ашады. Портфолио технологиясы негізінде білім беру барысында өзара әрекеттесудің төрт деңгейі: стратегиялық, тактикалық, оперативті және ситуативтік деңгейлері айқындалып сипатталды. Е-портфолионың құраушыларына қойылатын талаптардың жүйелендірілген тізімі қалыптастырылып, келтірілген.*
Түйін сөздер: *Е-портфолио, вариабельділік, фракталдық нысан, ақпараттық-коммуникациялық технология, стратегиялық деңгей, тактикалық деңгей, оперативті деңгей, ситуативтік деңгей.*

Ақпараттық-коммуникациялық технологияның дамуы, олардың білім беру үрдісіне сәттілік критерийлердің бірі ретінде құрылымның вариабельділік критерийін ұсыну белсенді ендіріледі. Вариабельділік талаптары білім беру құбылыстары мен нысандарының жұмсақ жүйеге тиімділігін есепке алу қажеттілігімен байланыстылығынан туындайды [1].

«Е-портфолионы тұлғаның кәсіби және тұлғалық құзырлылығын бейнелейтін, олардың қалыптасу деңгейі мен тұлғалық даму дәрежесін көрсететін және білім беруде тұлғалық нәтижелерді беретін фракталдық нысан ретіндегі» авторлық түсінікке және «портфолионың білім беру технологиясы тұлғалық жетістіктерге жету мен көрсетуге және білім беру нәтижелеріне әрекет ететін, ақпараттық желілерде ұйымдастырудағы білімді басқару мақсатында білім беру үрдісінің интерактивті өзара әсерлесуін, берілетін материалдардың адекваттылығы мен объективтілігін ұсынатын тұлғаның тұтас мақсатталған дамуы мен ақпараттық-коммуникациялық технологияның кәсіби құзырлылығы ретіндегі» түсінікке сүйене отырып е-портфолиоға фракталдық нысан ретінде типтік құрылымды береміз.

Білім беру үрдісі барысындағы өзара әрекеттесу портфолио технологиясы негізінде төрт деңгейде: стратегиялық, тактикалық, оперативті және ситуативтік деңгейде жүзеге асырылады.

Е-портфолиосының технологияларын қолданудағы әр түрлі деңгейлерде қажетті қызмет түрлерінің тізімдерін келтірейік.

1. Стратегиялық деңгей:

- е-портфолионы пайдалану мақсатын анықтау;
- е-портфолио құрылымын жобалау;
- ақпараттық-коммуникациялық ағымдарды жобалау;
- қатынау және ақпараттық блоктардың нүктелерін жобалау;
- білім беру үрдісінің нәтижелері мен олардың е-портфолио құрылымында бейнелеудің мүмкіндіктерін айқындау;
- оңтайлы тұрғыдан қарастырғандағы оқыту нәтижелерін берудегі еңбек сыйымдылығын / уақыт шығынын анықтау;
- оқыту үшін қолайлы психологиялық, эргономикалық, материалдық жағдайларды жобалау;
- білім беру үрдісін, оқыту деңгейін, білім беру бағдарламасын жүзеге асыру жағдайларын ескере отырып е-портфолио құрылымын жобалау;
- е-портфолио құрылымын жүйелендіру (элементарлық құрылымнан күрделі құрылымға көшу, оқытудағы көптеген пәндер үшін ортақ құрылымды пайдалану және ескеру);
- пайдалы әрекеттерді кезеңмен қалыптастыру теориясын есепке алу;
- мамандыққа/білім беру бағдарламасына сәйкес білімділіктің негізгі құраушыларын: білім, үйрену, меңгеру, дағды, құзырлылық, тану үрдісі, ойлау мәдениеті, шығармашылық қызмет, тұлғалық сапасын айқындау;

2. Тактикалық деңгей:

- кәсіби құзырлылық пен тұлғалық дамуды көрсетуге мүмкіндік беретін тапсырмаларды, құрылымдық элементтерді жобалау;
- е-портфолионың негізгі көрсеткіштерінің мазмұнын анықтау;
- білім алушылардың мүмкін болатын сұраныстарын жобалау;
- оқу-әдістемелік жасақтаманы жобалау;
- білім алушыларды ынталандыруға бағытталған әдістер мен тәсілдерді жоспарлау;
- ой әрекетін кезеңмен қалыптастыру теориясын есепке алу;
- білім алушылардың өзіндік тану әрекетін есепке алу;
- білім алушылардың кәсіби қызметіне жақын болатындай оқу қызметін жуықтау;

3. Оперативті деңгей:

- білім алушыларды білім алуға және кәсіби құзырлылық пен тұлғалық дамуды көрсетуді талап етуге ынталандыру;
- белгілі бір тақырыптарды оқыған кезде және е-портфолионы пайдаланған кезде студенттердің тікелей әрекеттерін жобалау;
- студенттер өздерінің қойылатын талаптары мен қызығушылықтарын бейнелейтін әр түрлі элементтермен е-портфолионы толықтыру;
- білім алушылар тұлғалық және кәсіби құзырлылықты е-портфолиода бейнелеуге білім алушыларды ынталандыру;
- білім алушылардың өзіндік тану әрекетін есепке алу;
- ой әрекетін кезеңмен қалыптастыру теориясын есепке алу;
- білім алушылардың білімділігіне мониторинг жүргізуді жобалау;
- бақылауды қалыптастырудың формалары мен әдістерін жобалау;
- білім алушылардың оқу қызметін кәсіби қызметіне жақын болатындай жуықтау;

4. Ситуативті деңгей:

- білім алуға және кәсіби құзырлылық пен тұлғалық дамуды көрсетуді талап етуге білім алушыларды ынталандыру;
- білім алушылардың өзіндік тану әрекетін есепке алу;
- білім алушылардың үнемі кездесетін қиындықтары мен оларды жеңілдету жолдарын е-портфолионың көмегімен айқындау;
- білім алушылардың қызметін бақылау;
- е-портфолио құрылымын толтыру және толықтыру.

Қызметтің көрсетілген түрлерінің бәрі бір мәнді емес, вариативті және вариацияның әр түрлілігі кездесетінін көрсетеді.

Барлық мүмкін болатын аспектілерді ескере отырып е-портфолионы білім беру үрдісінде пайдалану ақырғы нәтижеге – кәсіби құзырлылықты қалыптастыруға бағытталған және білім беру үрдісінің сапасын қамтамасыз етуге мүмкіндік береді.

Сонымен, жоғары оқу орнында оқытудағы е-портфолионы авторлар электрондық құралдар мен ресурстар мүмкіндіктерін пайдаланатын; тұлғалық және кәсіби жетістіктерінің әр түрлілігін көрсетуге әсер ететін; ақпараттық желілерде ұйымдастырудағы білімді басқару мақсатында білім беру үрдісінің интерактивті өзара әсерлесуін, берілетін материалдардың адекваттылығы мен объективтілігін, олардың қол жетімділігін ұсынатын, өзіндік жұмысты ұйымдастыруға мақсатпен бағытталған, білім беру қызметінің нәтижесіне мониторинг жүргізетін тұлғалық бағдарланған ақпараттық-коммуникациялық технология ретінде түсінеді.

Жүйелік тәсілдің негізінде зерттеушілер е-портфолионың типтік құрылымын білім беру технологиясы ретінде олардың жобалау тізбегін жетілдіруге сүйене отырып білім беру құбылыстарын жобалаудың әр түрлі тәсілдерін дайындауда және келесі түрде беруге болады:

1. кездесетін қайшылықтарды айқындау;
2. білім беру жүйесінің өзгерістері мен ауысуының оларды шешу мүмкіндіктерін анықтау;
3. жалпы және арнайы кәсіби құзырлылық пен тұлғалық сапаны айқындау;
4. білім беру үрдісінің ұсынылатын нәтижелерін айқындау және е-портфолионың сәйкес құрылымдық элементтерді сипаттау;
5. жобалау нысанының е-портфолиосының бастапқы және ақырғы жағдайын сипаттау және оларды салыстыру;
6. е-портфолио құрудың негізгі бағыттарын беру;
7. е-портфолионы жобалаудың концептуалдық негізін сипаттау;
8. концептуалдық негізді құрылымдық құраушылардың әрқайсысын детальдық дайындау арқылы дамыту;
9. білім алушылар үшін жұмыстың сәйкес түрлерін дайындау;
10. е-портфолиода кәсіби құзырлылық деңгейінің бейнеленуінің тиімділігіне әсер ететін негізгі факторларды талдау;
11. алынған жобаны сынақтық бағалау және тәжірибелік тексеру;
12. жобаға түзетулер енгізу, толықтыру, жаңадан бағалау және тексеру.

1-кестеде авторлық ұжыммен құрастырған е-портфолио технологиясына қойылатын талаптар тізбегі келтірілген.

1-кесте. Е-портфолионың вариабельді құрылымның құраушыларына қойылатын талаптар

№	Құраушылар	Қойылатын талаптар
1.	Ұйымдастырушы-әдістемелік	• басқарылатын шешімдерді қабылдаудың жеделдiлiгi мен адекваттылығы; • микро-социумның ерекшелігін есепке алу; • ПОҚ-мен білім алушылар арасындағы өзара әрекеттесуінің интербелсенділігі; • ақпараттық әлеуеттің бекітілетіндігі және өзгертілетіндігі; • білім беру үрдісін интеллектті басқару; • ақпараттық-әдістемелік материалдардың жалпыға қолжетімділігі;
2.	Білім беру (педагогикалық)	• интербелсенді өзара әрекеттесу; • тұлғалық бағыттылықты жүзеге асыру; • білім беру үрдісінде білім алушылардың белсенділігі мен субъектілігі; • оқыту мен тәрбиелеуді дифференциациялаудағы жоғарғы деңгей; • мәдени түсініктілік; • студентке бағдарланған оқыту; • кәсіби қызметтің адекватты бейнеленуі; • мәнмәтінділігі;
3.	Техникалық	• қызмет атқаруының сенімділігі; • пайдалану тиімділігі; • заманауи қойылатын талаптардың адекваттылығы; • тұтынушылардың қойылатын талаптарын алдын алу; • ресурстық қор; • басқару және пайдалану қарапайымдылығы;
4.	Программалық	• тираждылығы; • программалық жасақтаманың ақпараттылығы; • санкцияланған қолжетімділік қамтамасыздандыру; • ақпаратты визуализациялау; • құбылыстарды компьютерлік модельдеу; • білім беру, ақпараттық-іздеу және есептеу қызмет үрдістерін автоматтандыру;
5.	Ақпараттық	• анықтық; • ашықтылық; • үлестірімділік; • қолжетімділік; • деректерді өңдеудің ұжымшылдылығы; • ақпараттық ағынның параллельділігі; • ақпараттық ресурстардың үлестірімділігі; • кері байланыстың бар болуы; • тұтастылықты қолдау; • деректерді өзектендіру; • ақпаратты жөнелту және тираждылығы;

№	Құраушылар	Қойылатын талаптар
		• ақпаратты кодтау, жөнелту және декодтау барысындағы жоғалтуды минимизациялау; • тысқары қатынаудан қорғау; • ақпараттық даңғылды минимизациялау; • энтропияны төмендету; • ақпараттық ресурстар мен ақпараттық өзара әрекеттесуге қатынау тәсілінің бірлігі; • ақпараттық ағынды бірегейлендіру;
6.	Тұлғалық	• таным мүмкіндіктерін жекешелендіру және кеңейту; • білім алушылар мен оқытушылардың ұтқырлылығы; • ізгілендіру; • білім алушылардың шығармашылық әлеуетін дамыту; • қолайлылық; рефлексия, өзін өзі оқыту және өзін өзі дамыту үшін жағдай жасау; • тұлғалық мүмкіндіктер мен ерекшеліктерді есепке алу; • тұтынушылардың идентификациясы мен презентация ортасының бірлігі; • ақпараттық өзара әрекетте жағдайды танудың бірмәнділігі.

Е-портфолио технологиясына тән синергетикалық эффектіні ескере отырып тұтас нысан деңгейінде қойылатын келесі талаптарды ерекшелеуге болады:

- білім алушылардың кәсіби құзырлылық пен тұлғаның дамуын қалыптастыруға бағдар;
- білім беру және кәсіби мақсаттар үшін ақпараттық ресурстардың бірегей қорының бар болуы;
- білім алушылардың білімділігін қалыптастыру тиімділігі;
- анықталмағандық жағдайда ақпараттық өзара әрекеттесудің сәтті мүмкіншіліктері;
- білім алушылардың кәсіби құзырлылық пен білімділігінің қалыптастырылуының әлеуметтік мәнді нәтижесінің ретінде жетістік үшін ақпараттық-педагогикалық өзара әрекеттің тұтас бағытталғандығы.

Бұл талаптар жаңа білім беру ортасында білім берудің келесі принциптерін жүзеге асыруды қамтамасыздандырады:

- әр түрлі ақпараттық жүйелерді еркін пайдалану;
- оқыту үрдісінің тұлғалық бағытталғандығы;
- ақпараттық мәдениетінің дамуы;
- болашаққа білім берудің ашықтылығы;
- оқу үрдісінде ПОҚ мен білім алушылардың рөлдерінің өзгеруі.

Оқытушыларға қойылатын негізгі талаптар тізімі:

- желілік курстар мен желілік коммуникациялар, мультимедиялық технологияларды дайындаудың біріктірілген ортасы желілік білім беру және коммуникациялық технологияларды тез меңгеру және жұмыс істеу қабілеттілігі;
- белгілі бір психологиялық орнықтылықты меңгеру және оқытушы өзінің студенттерін оқыту уақытында көре алмайтын виртуальды студенттермен жұмыс істеу;
- үлестірілген уақыт жағдайында жұмыс істеу;
- өзінің курсының қажетті компоненттерін алдын ала дайындау, курсты оқыту барысындағы оқиғалар мен есептіліктің барлық түрінің айқын күнтізбесін дайындау керек;

- студенттермен өте белсенді түрде ақпарат алмасуға дайын болу; белсенді сұхбаттаспай және «оқытушы-студент(тер)» және «студент-студент(тер)» түріндегі желілік коммуникацияларсыз білім берудің желілік технологиялар бұрынғы хат жазысу түріндегі сырттай оқудың жетілдірілген түріне келтіріледі; білім алушылардың оқу тапсырмаларын желілік технологияны пайдаланып орындалуын белсенді түрде ынталандыру және көтермелеу; студенттерді олардың ағымдық академиялық үлгерімі, тестілер мен бақылау тапсырмаларының нәтижелері туралы уақытында хабардар ету; курстың мазмұнын жеткілікті түрде үнемі өзгертіп отыруға дайын болу.

Білім берудің жүйе ретіндегі маңызды сипаттамаларының бірі олардың ретінің анықталмағандығы болып табылады. Осыған байланысты айқын емес модельдеу (Fuzzy Sets айқын емес жиындар теориясына негізделген математикалық модельдеу) әдіснамасына сүйене отырып фракталды нысан ретінде е-портфолиоға тән анықталмағандықтың келесі түрлерін айқындауға болады [2]:

- жүйе шекарасының айқын еместігі, дербес жағдайда критерийлер, компоненттер мен көрсеткіштердің критерийлерін сипаттаудың айқын еместігі, «қалыптасқан-қалыптаспаған», «жоғары-төмен» индикативті көрсеткішті сипаттаудағы дихотомиялық белгілерді пайдалану;
- білім, оқыту, орта, сапа сияқты жүйенің концептуалды моделін құруда пайдаланылатын жеке терминдердің семантикасының бір мәнділігі болмауы;
- білім туралы және проблемалардың әлсіз қалыптастырылатын шешімдерімен байланыс ортасындағы АКТ туралы модельдік берілулердің толық еместігі;
- модельдік берілулер мен е-портфолио моделі қанағаттандыру керек талаптардың жеке компоненттерінің қарама-қайшылықтары. Мысалы, қоғамның әлеуметтік сұранысының орындалуы, білім беру үрдісін реттейтін нормативті құжаттардың сәйкестігі және білім беруді дараландыру, тұлғалық-бағдарланған тәсілді жүзеге асыру, тұтынушылардың қанағаттандырылуы;
- стохастикалық (қандай да бір оқиғаның болуының анықталмағандығы). Берілген жағдайда жүйе ретінің үрдісін талдау «болашақтың белгілі бір кезінде берілген деңгейде білім алушының білімділігі қалыптаса ма» деген сұраққа бірмәнді жауап үшін негізді бермейді. Е-портфолио көрсеткіштеріндегі білім алушылардың тұлғалық талабының пайда болуының анықталмағандығы. Білім беру үрдісінің айқын еместігі.

Осылайша, е-портфолио моделінің айқын еместігінде бейнеленеді және бірінші кезекте жүйе шекараларының анық емес типіндегі анықталмағандықпен, сонымен қатар оның кейбір жағдайларымен, кіріс және шығыс әрекеттерімен сипатталады [3].

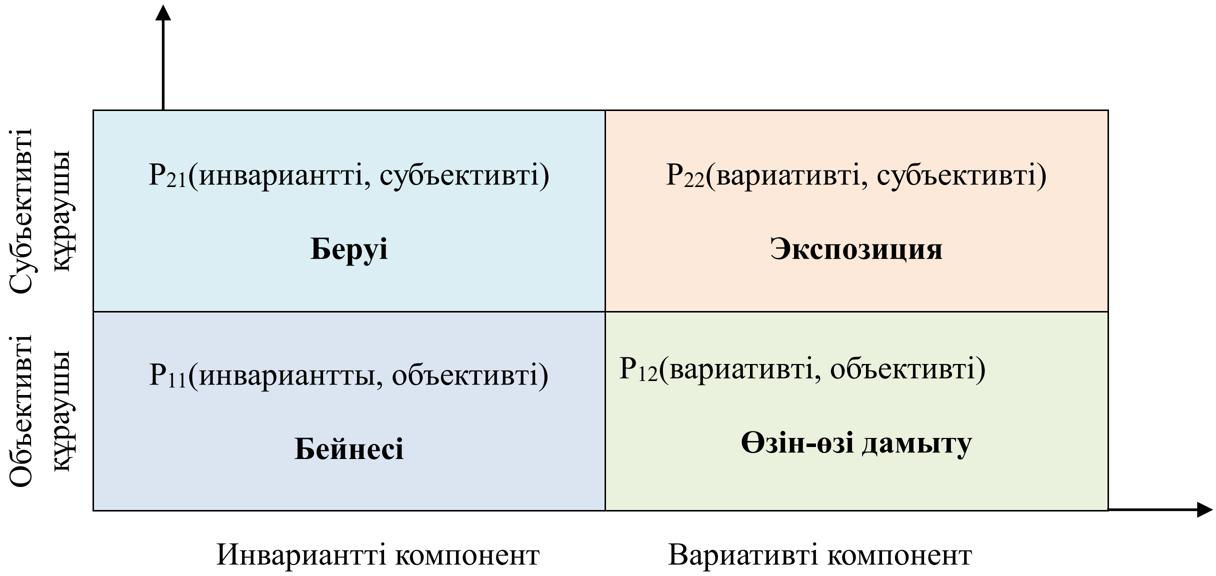
Біз өзіміздің зерттеуімізде айқын емес жиындар теориясын қалыптастырудың келесі тәсілдерін пайдаландық [4-5]. Қандай да бір элемент жиынға не тиісті, не тиісті еместігі туралы жиынның классикалық теориясынан бас тарту ұсынылады. Бұл жерде жиынның тиістілік дәрежесін бағалау функциясы деп аталатын арнайы характеристикалық функциясы енгізіледі. Жиын шекарасын жайып кетуге әкелетін элементтің жиынға тиістілігінің ұғымына жалпылау жүргізіледі.

Біз оның құрылымынан тәуелсіз е-портфолио фракталдық нысан ретінде келесі құраушылармен: объективті және субъективті, және инвариантты (міндетті түрде барлығы үшін) және вариативті (шығармашылық, білім алушының тілегі бойынша толтырылады) компоненттермен анықталады деп ұсынамыз. Портфолио құрылымы фракталды сипатта болады.

Информатиканың болашақ оқытушыларын дайындауда пайдаланылатын е-портфолионың құрылымы:

- оқу пәнінің деңгейінде – білім алушының білім беру е-портфолиосы;
- мамандық деңгейінде – білім алушының кәсіби білім алу е-портфолиосы.

Е-портфолио құрылымы 1-суретте келтірілген екі жолдан және екі бағаннан тұратын кестені береді. Жолдар объективті және субъективті бөлімдерге, ал бағандар өз алдына инвариантты және вариативті бөлімдерге бөлінеді.



1-сурет. Е-портфолионың фракталдық құрылымы

Жол мен бағанның қиылысуында е-портфолио нысандары орналасқан, және «Беруі» квадрантындағы жеке құраушылар: резюме, өмірбаян, сарапшылар пікірімен және т.б. беттеседі.

Кестедегі басқа да ұяшықтар бір бірінен едәуір ерекшеленеді. Білім алушының кәсіби білім алу е-портфолиосының субъективті құраушысы бар вариативті бөлім мен пән бойынша білім берудің е-портфолиосы тапсырмалар тізіміне ұқсас келеді, бірақ кәсіби білім алу е-портфолиосында білім алушылардың электрондық дайындалғандары жақсы беріледі.

1. А.Р. Турганбаева, М.А. Скиба, Ф.Р. Гусманова Білім берудегі акт қолданудан акт негізінде білім беру үрдісін ұйымдастыру // Вестник КазНПУ имени Абая. Физико-математическая серия № 2 (50), Алматы, 2015. - С.252-259.
2. Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и FuzzyTECH. – СПб.: БХВ- Петербург, 2003. – 736 с.
3. Скиба М.А. К вопросу диагностики педагогических систем с помощью аппарата нечетких множеств // «Actual problems of computer sciences»: Труды международной конференции: (Алматы, 4-6 марта, 2003г.). Алматы – КазНГУ, 2003г. – 150с. с.128-130.
4. Скиба М.А., Добрица В.П. Применение теории нечетких множеств в методических исследованиях // Сборник материалов межд. научн-практ. конф. – г. Алматы: Академия Престиж, 2003г.-с.14-16
5. Скиба М.А., Сакенова Е.Н. Некоторые аспекты применения нечеткости для решения задач управления образовательным процессом// Вестник КазНПУ имени Абая. Физико-математическая серия №4(20), Алматы, 2007. – с. 214--218.

Аннотация. *В статье приведены два авторских понимания е-портфолио – как информационно-коммуникационной технологии и как фрактального объекта, являющегося проекцией личности на плоскость достижений и результатов обучения. Авторами раскрывается такая сущностная характеристика структуры е-портфолио как* *вариабельность. Выявлены и описаны четыре уровня взаимодействия в ходе образовательного процесса на основе технологии портфолио: стратегический, тактический, оперативный и ситуативный. Представлена последовательность проектирования типовой структуры е-портфолио как образовательной технологии. Сформулирован и приведен систематизированный перечень требований к составляющим е-портфолио.*

Ключевые слова: *Е-портфолио, вариабельность, фрактальный объект, информационно-коммуникационная технология, стратегический уровень, тактический уровень, оперативный уровень, ситуативный уровень.*

Abstract. *Two author's understandings of an e-portfolio – as information and communication technology and as the fractal object which is a projection of the personality to the plane of achievements and results of training are given in article. Authors such intrinsic characteristic of structure of an e-portfolio as variability reveals. Four levels of interaction are revealed and described during educational process on the basis of technology of a portfolio: strategic, tactical, quick and situational. The sequence of design of standard structure of an e-portfolio as educational technology is presented. It is formulated and given systematized перень requirements to the making e-portfolios.*

Keywords: *E-portfolio, variability, fractal object, information and communication technology, strategic level, tactical level, operational level, situational level.*

Мақала 3639/ГФ4 тақырыбы бойынша «Ақпараттық және телекоммуникациялық технологиялар» бағытындағы қолданбалы ғылыми зерттеулерді орындау барысында грант қаржыландыруымен қолдау көрсетілді.

ӘОЖ 378.18:378.4

К.З. Халықова, Г.Д. Ануарбекова

ИНФОРМАТИКАЛЫҚ ПӘНДЕРДІ ОҚЫТУ ПРОЦЕСІНДЕГІ ЗЕРТХАНАЛЫҚ ПРАКТИКУМНЫҢ АЛАТЫН ОРНЫ МЕН РӨЛІ

(Алматы қ., Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті)

Аңдатпа. *Мақалада болашақ информатика мұғалімдерін даярлаудағы информатикалық пәндерді оқыту барысында жүргізілетін лабораториялық сабақтарды ұйымдастыру мәселелері қарастырылады. Аталған зерттеудің Қазақстан Республикасындағы өзектілігі талданған. Лабораториялық сабақтарға қатысты негізгі ұғымдар анықталған. Лабораториялық практикумның негізгі міндеттері қарастырылған. Жоғары оқу орындарында лабораториялық сабақтарды ұйымдастырудың негізгі түрлері мен жалпы құрылымы келтірілген. Сондай-ақ, болашақ информатика мұғалімдерін даярлаудағы лабораториялық практикумдарды өткізудің ерекшеліктері қарастырылған.*

Түйін сөздер: *информатикалық пәндер, лабораториялық практикум, оқытуды ұйымдастыру, жобалық әдіс, фронтальдық, циклдық.*

Қазақстан Республикасының әлеуметтік-саяси және экономикалық мәртебесінің динамикалық өсуі жағдайында қоғамның инттеллектуалды дамыған, талантты, жан-жақты ойлауға қабілетті, шынайы өзгеріске сай дамымалы идеяларды айтып, қозғай алатын, мемлекеттің бәсекеге қабілеттілігін арттыруға белсенді ықпал ететін адамдарға мұқтаждығын практика көрсетіп отыр. Қазақстан қоғамының жалпы әлемдік білім беру стандарттарына ұмтылысы дарынды, интеллектуалдық әлеуеті қалыптасқан баларды дамытуға, олардың интеллектуалдық және шығармашылық әлеуетін жүзеге асыруға қолайлы жағдайды құруды қамтамасыз ететін білім беру жүйесін реформалаудың стратегиялық мақсатымен түсіндіріледі. Осыған орай, Қазақстан Республикасында жоғары білім беру жүйесін реформалау шеңберінде шығармашылықпен ойлай алатын мамандар даярлау міндеті қойылуда.

Қабылданған 2011-2020- жылдарға арналған білім беру жүйесін дамытудың Мемлекеттік бағдарламасы үшін білім берудің бәсекеге қабілеттілігін арттыруға, орнықты экономикалық дамуды қамтамасыз ету үшін сапалы білімге қол жеткізу арқылы адам капиталы дамытуға бағытталады.

Жоғары білім беру саласында: «...еңбек нарығының қажеттілігін, жеке тұлғаның, елдің индустриалды-инновациялық даму міндеттерін қанағаттандыратын және білім беру саласында әлемдік практикаға сәйкес білім берудің жоғарғы деңгейдегі сапасына қол жеткізу қажеттілігі» аталып көрсетілген [1].

Бұл мәселе жоғары білім беру жүйесіндегі оқыту процесін ұйымдастыруды жетілдіру, жоғары оқу орындарындағы оқытылатын сабақ түрлерінің тиімділігін арттыру, оқыту процесіне инновациялық технологияларды енгізу арқылы мамандар даярлау сапасын арттыру қажеттілігін көрсетеді. Ол ең алдымен, мамандықтарға оқытылатын арнайы пәндерді оқыту мазмұнын, әдісі мен құралдарын, оқыту технологияларын бүгінгі уақыт талабына сай өзгертумен ғана шектелмей, жоғары оқу орындарында оқытылатын сабақ түрлерінің мазмұны мен мақсатын айқындап, жетілдіруді, оған инновациялық оқыту әдістерін енгізу негізінде болашақ мамандарды даярлау сапасын арттыруды талап етеді [2]. Болашақ информатика мамандарын даярлау процесінде арнайы және кәсіби пәндерді оқытуда қолданылатын сабақ түрінің бірі - зертханалық практикум болып табылады.

Зертханалық практикум - жоғары оқу орындарындағы оқу процесінің маңызды элементі болып табылады, ол белгілі бір пән саласы бойынша студенттердің өзіндік практикалық іс-әрекеттерді орындауын қамтамасыз етеді. Зертханалық сабақтар, басқа да практикалық сабақ түрлері тәрізді, студенттердің лекция, семинар сабақтарындағы тереңдетілген деңгейде теориялық материалдарды меңгеруі мен ол білімнің практикада қолданылуы арасындағы аралық буын болып табылады. Зертханалық сабақтар теориялық зерттеу элементтері мен практикалық жұмыстардың үйлесімін қамтамасыз етеді.

Студенттер зертханалық жұмыстарды орындай отырып, бағдарламадағы материалды жақсы меңгереді, теориялық тұрғыдан түсініксіз болып келген кейбір материалдар осы сабақ түрінде мағынасы ашылып, меңгерудіжеңілдетеді. Сондай-ақ, теория мен практиканы да түйілістіретін зертханалық жұмыстар болып табылатындықтан, студенттерге ғылымның күрделі мәселелерін түсінуіне және олардың маман ретінде қалыптасуына айтарлықтай ықпал жасайды.

Зертхана (лаборатория), зертханалық (лабораториялық) сөзінің мағынасы (латынның labor - еңбек,жұмыс, қиындық, еңбектену, тырысу, қиындықты жеңу деген мағыналарды білдіреді) ғылымдағы және өмірдегі әртүрлі мәселелерді шешу үшін бұрын пайдаланылмаған әдістер мен құралдарды іздеуге физикалық еңбек пен ақыл-ойды қолдануға байланысты қалыптасқан ұғымдарды көрсетеді.

Ал практикум сөзі практикалық оқу жұмыстарының белгілі бір жүйесін сипаттау үшін қолданылады және гректің - praktikos - сөзінің негізгі мағынасы "әрекеттік" дегенді білдіреді. Бұл студенттерден айтарлықтай іс-әрекетті талап ететін оқу сабағының түрі екенін көрсетеді.

Соңғы кездері жоғары оқу орындарында теория мен практиканы интеграциялау үшін кешенді зертханалық жұмыстар кеңінен таралуда, әсіресе, болашақ маманның кәсіби қызметінде пайдаланылатын, шынайылыққа жақындатылған жағдайларда әртүрлі құрал-жабдықтарды қолдануға негізделген зертханалық жұмыстар көбеюде.

Зертханалық жұмыстар - бұл кәсіби даярлау процесінде теориялық білімді тереңдетіп, бекітуді қамтамасыз ететін эксперименттер жүргізуге мүмкіндік беретін студенттердің өзіндік практикалық жұмыстарының бір түрі болып табылады.

Студенттерге өткізілетін зертханалық практикумның алдына төмендегідей міндеттер қойылады:

- лекцияда берілген заңдылықтар мен қағидаларды зертханалық жағдайда практикалық зерттеу жолымен теориялық курстан алған білімді тереңдету және бекіту;
- ғылыми эксперимент жүргізу, алынған нәтижелерді талдау дағдыларын меңгеру;
- ғылыми зерттеулерді ұйымдастыру, жоспарлау және жүргізудің алғашқы дағдыларын қалыптастыру.

Жоғары мектепте білім беру жүйесіне қатысты құжаттарда болашақ маманның кәсіби даярлығын арттырудың маңызды құралы ретінде зертханалық практикумды ары қарай жетілдіру мен оны белсенді түрде оқу процесінде қолдану қажеттілігі аталып көрсетілген. Ол зертханалық құралдар мен әдістемелік қамтамасыз етудің мазмұнын жаңарту, ұйымдастыру тәсілдерін жетілдіру бағытында дамуы тиіс.

Кейбір ғылым салалары үшін оқу курсын қалыптасытруда практикалық меңгеруге қатысты материалдарды іріктеу қиындық туғызатыны белгілі. Зертханалық сабақтардың бағадрламасын жасауда зертханалық жұмыстар негізінде табысты шешімін табатын практикалық оқыту бөлімін ерекшелеген аса маңыздыболып табылады. Сондықтан оқытушы материалды іріктегенде соның негізінде оқу экспериментін жүргізуге болатын барлық тәжірибелердің басты міндеті техникалық ішкі процестер немесе тікелей табиғатта өтетін маңызды құбылыстарды зерттеу болып табылатындай болуы тиіс. Сонымен бірге, бұл материал студенттерді арнайы даярлауға қатысты қазіргі ғылыми зерттеулердің әдіснамасын ашатындай болуы тиіс.

Зертханалық жұмыстардың мазмұнын қалыптастыруда қарастырылып отырған пән шеңберіндегі әрбір мәселенің маңыздылығына тоқталу қажеттілігін көрсетеді, өйткені оның құрылымын қалыптастыруда экспериментсіз ол мәселелерді түсінудің немесе меңгерудің қиындығы негізге алынады.

Жалпы ғылыми және жалпы инженерлік оқу пәндерінде зертханалық сабақтарға сол ғылымның негізгі заңдалықытарын көрсетуге мүмкіндік беретін материалдар енгізіледі, сол материалдардың негізінде процестер мен құбылыстарды жан-жақты сипаттап, түсіндіре білу іскерлігін қалыптастырады. Арнайы пәндерден ұйымдастырылатын зертханалық жұмыстарда болашақ мамандардың практикалық және ғылыми іс-әрекеттерінде жүзеге асырылатындай әрекеттер мен білімдер қамтыуы тиіс.

Зертханалық жұмыстарды ұйымдастыра отырып, жоғары оқу орындарының кафедралары тек пәндік міндеттерді ғана емес, сонымен бірге, белгілі бір саланың болашақ маманы ретіндегі студенттердің тұтастай іс-әрекетін ескереді. Кафедралар арасындағы эксперименттік дайындықты жүзеге асырудағы сабақтастыққа оқу бағдарламаларының, оның ішінде, зертханалық сабақтардың үйлесімділігі нәтижесінде қол жеткізіледі. Зертханалық практикум саласындағы пәнаралық байланысты орнатудың бірнеше жолдары бар. Солардың ішіндегі негізгілері: ұғымдардың, анықтамалардың үйлесімділігі мен физикалық шамалардың бірыңғай атаумен алынуы; қарастырылып отырған пән бойынша берілетін негізгі лекциялар курсы студенттерді зертханалық жұмыста қарастырылатын материалды қабылдауға дайын болатындай ретпен енгізуді талап етеді.

Сөйтіп, зертханалық практикумды құрудың өзі сол ғылым саласының құрылымын тұтастай жүйе ретінде меңгеретіндей кәсіби пәндер курсының басқа да оқу пәндерімен логикалық байланысын қамтамасыз етуі тиіс.

Зертханалық практикумның бағдарламасын жасауда теориялық материалды меңгерген жоғары оқу орнын бітіруші маманның оны кәсіби іс-әрекетінде барлық уақытта тиімді пайдалана бермейтінін ескеру аса маңызды болып табылады.

Жоғары оқу орнындағы зертханалық практикумға қойылатын негізгі талап - студенттердің белсенді танымдық іс-әрекетін дамытуды қамтамасыз ететіндей, ғылыми және практикалық міндеттерді шешуде олардың шығармашылығы мен өзбетінділігін дамытатындай деңгейде оқу материалының мазмұны мен сабақты ұйымдастыру түрі таңдалуы тиіс.

Зертханалық сабақтардың табысты өтуі көптеген құраушыларға тәуелді болады: оқытушының теориялық, практикалық және әдістемелік даярлығына, сабақты өткізуді ұйымдастыру деңгейіне, кәсіби шеберлігіне, сонымен бірге, зертханалық база мен әдістемелік қамтамасыз етілу жағдайына және студенттердің даярлық деңгейі мен сабақтағы белсенділігіне байланысты.

Зертханалық сабақтарды ұйымдастыру түрі ең алдымен, сабаққа қатысатын студенттердің санына, бағдарламадағы материалдың мазмұны мен көлеміне, зертханалық жұмыстардың санына, компьютер класындағы компьютерлердің саны мен орнатылған программалық құралдарға және басқа да оқу процесіне қажетті құрал-жабдықтардың жеткілікті болуынабайланысты. Аталған мәселелерге байланысты жоғары оқу орындарында зертханалық сабақтарды өткізудің төмендегідей түрлері қолданылады: фронтальдық, циклдық, дербес және аралас.

Зертханалық сабақтарды өткізудің фронтальдық түрі барлық студенттердің жұмысты бір мезгілде өткізуін ұсынады. Зертханалық жұмыстың бұл түрі оқу материалын терең меңгеруді қамтамасыз етеді, өйткені зертханалық жұмыстардың орындалу реті қатаң түрде лекциямен және берілген жаттығулармен сәйкес жүргізіледі. Сондықтан мұндай жұмыстар оқытушының назары тек бір жұмыста болғандықтан аса жоғары әдістемелік деңгейде жүргізуді талап етеді.

Жоғары оқу орындарында зертханалық жұмыстарды кей жағдайларда циклмен өткізу талап етіледі. Бұдан зертханалаық жұмыс лекциялар курсының белгілі бір бөліміне сәйкес келетін бірнеше циклге бөлінеді. Бір циклге бір типті құрал-жабдықтармен өткізуге негізделген 4-5 зертханалық жұмыс топтастырылады. Студенттер бір циклден басқасына көшу көрсетілген графикке сәйкес өтеді. Зертханалық жұмыстың циклдық түрін ұйымдастыруға қатысты пәндер бойынша құрылған зерханалық практикумдардың көрсетілген бөлімдерінің ұзақтығы шамамен бірдей болады.

Зертханалық базасының мүмкіндігі жоғары оқу орындары зертханалық жұмысты ұйымдастырудың дербес түрін ұйымдастырып, өткізуді ұсынады. Зертханалық жұмыстың бұл түрінде студент бағдарламада келтірілген жұмыстың бәрін көрсетілген ретпен орындайды. Мұндай жағдайда студенттер әртүрлі тақырыппен жұмыс істеуіне болады. Зертханалық жұмыстардың реті олардың көпшілігінде лекциялар курсының ретімен сәйкес келмеуі мүмкін, бірақ мұнда әрбір студенттің қызығушылығы мен зерттеу жүргізуге бейімділігі ескерілуі мүмкін.

Жоғары оқу орындарында ұйымдастырылатын зертханалық жұмыс түрі аталған олардың түрлерінің барлық жақсы тұстарын қамтитын аралас зертханалық жұмыс болып табылады. Оқытудың бастапқы кезеңдерінде фронтальдық түрі қолданылады, одан біртіндеп ол циклдық және дербес түріне ауысады. Зертханалық жұмыстың қай түрі болмасын ол студенттердің өз бетімен орындалуы тиіс.

Зертханалық жұмыстарды орындауда мүмкін болатын үш тәсілді атауға болады:

- зертханалық практикумның нұсқауында келтірілген стандартты шарттарды басымдықпен орындауды қамтамасыз ететін студенттердің әрекеттері;

- жекелей ізденіс іс-әрекеті, студенттердің оқытушының жетекшілігімен немесе нұсқауымен аса күрделі емес шығармашылық сиапатта,ы тапсырмаларды орындауы және өз бетімен жұмыс істеуі;

- студенттердің белсенді шығармашылық іс-әрекеттері, алған білімдерін пайдалана отырып, шынайыға жуықтатылған жағдайларда жұмыс істей білу қабілеттерін көрсетуі.

Осы аталған жағдайларға сәйкес, зертханалық жұмыстарды төмендегідей жоспарлау ұсынылады:

- бірінші курс студенттері үшін қатаң түрде көрсетілген, жоспарланған әс-әрекеттерді орындау;
- екінші курс студенттері үшін жоспарланған іс-әрекеттерді орындау және жекелей, зерттеу іс-әрекетіне көшу;
- үшінші және төртінші курс студенттері үшін жартылай оқытушының бақылауында болатын толық зерттеу іс-әрекетіне көшу.

Зертханалық жұмыстарды ұйымдастырып, өткізу ерекше даярлықты талап етеді. Ол ең алдымен, пәннің негізгі қжаттарымен, пәнді оқытудың мазмұны, мақсаты мен міндеттері, өажетті оқу-әдістемелік қамтамасыз етумен танысудан басталады.

Зертханалық жұмысқа даярлану барысында оқытушы алдымен негізгі проблеманы, сабақтың мазмұны мен көлемін, қандай негізгі ұйымдар мен анықтамаларды, заңдылықтарды сабақ барысында студент меңгеруі тиіс екенін анықтап алуы тиіс. Сонымен бірге, зертханалық сабақ барысында студент қандай білім, іскерлік пен дағдыларды меңгеруі тиіс, қандай білімді тереңдетіп кеңейтуі қажет екені және студенттердің танымдық әс-әрекетін қалай белсенділендіру қажеттілігі айқындалуы қажет.

Педагогикалық жоғары оқу орындарнадағы информатика мамандарын даярлауда зертханалық жұмыстардың алатын орны ерекше. Олай дейтін себебіміз, информатикалық пәндердің көпшілігі зертханалық сабақтармен сүйемелденеді, оқу процесінде пайдаланылатын программалық құралдардың бәрін меңгеру зертханалық сабақтарда жүзеге асырылады. Информатикалық пәндердің ішіндегі дерлік зертханалық сабақтар негізінде меңгерілетін пәндер - программалау (программалау, объектіге бағытталған программалау, жүйелік программалау, интернетте программалау, логикалық программалау) пәндері және мәліметтер қоры және ақпараттық жүйелер, жасанды интеллект негіздері, WEB қосымшаларын даярлау пәні болып табылады. Информатика мұғалімдерін кәсіби даярлау үдерісінде программалау пәні бірінші курстан бастап оқытылады. Алғашқы оқытылатын бірінші деңгейдегі программалау тілін оқытуда ұйымдастырылатын зертханалық жұмыстар көпшілік жағдайда фронтальдық болып ұйымдастырылады. Зертханалық жұмыстардың орындалу ретіне көбінесе лекция сабақтарының тақырыптарымен сәйкес келеді. Ал объектіге бағытталған программалауды оқытуда ұйымдастырылатын зертханалық жұмыстар дербес жұмыстар болып келеді және студенттердің шығармашылығына басымдық беріледі. Объектіге бағытталған программалауды оқытуда студенттерге жобалық әдіс қолданылады [3]. Студенттерге жоба тақырыптары ұсынылады, таңдалған тақырыпқа сәйкес студенттер дербес зерттеу жұмыстарын жүргізуге мүмкіндік алады.

Информатикалық пәндерден ұйымдастырылатын зертханалық сабақтардың жалпы құрылымы:

- сабақ тақырыбынан;
- сабақ мақсатынан;
- зертханалық жұмыстың мазұнынан;
- студенттердің орындайтын дербес тапсырмаларынан тұрады.

Зертханалық жұмыстың мазмұны теориялық материалдың зертхана түрінде дәлелденетін бөлігі, жұмысты орындауға қажетті әдістемелік нұсқаулардан және мсалдарды қамтуы мүмкін. Бұл құрылым пайдаланылған зертханалық жұмыстың түріне қарай өзгеруі мүмкін.

Зертханалық жұмыстың дербес ұйымдастырылған түрі студенттердің өзіндік жұмысымен де ұласып жатады, өйткені жоба жұмысы толық бір семестрге немесе бір аралық бақылау уақытына арналуы мүмкін. Объектіге бағытталған программалаудың мүмкіндіктерін меңгеруде студенттерде аса жоғары қызығушылық байқалады және олардың әрқайсысының жеке зерттеу тақырыбының болуына байланысты барлық студенттер белгілі бір зерттеу нәтижесіне қол жеткізеді. Осы пәнді оқу барысында жоба тақырыбы бойынша жүргізген студенттердің зерттеу жұмыстары ары қарай жалғасын тауып, курстық және дипломдық жұмыстарға ұласып жатады (қазіргі уақытта педагогикалық жүктемеде курстық жұмыс болмағандықтан біз оны пәндер бойынша өткіземіз). Программалау пәнін оқу барысында жүргізілетін зерттеу жұмыстары олардың арнайы және кәсіби мамандық пәндерін жақсы меңгеруіне, кәсіби информатик маман ретінде қалыптасуына негіз болады [2]. Осы пән шеңберінде жүргізген зерттеу жұмыстары студенттердің таңдаған мамандығына деген қызығушылығын арттырады және зерттеу жүргізген әрбір студентте өзіне, өзінің қабілетіне деген сенімі арта түседі. Арнайы және кәсіби пәндерден ұйымдастырылатын зертханалық жұмыстардың болашақ информатика мұғалімдерін даярлаудағы маңызы зор. Болшақ информатика мамандары үшін арнайы және кәсіби пәндерді оқытуда зертханалық жұмыстың тек дербес немесе фронтальдық түрін ғана қолданамыз деп шектеу қоюға болмайды. Мысалы, "Информатиканы оқыту әдістемесі" пәнінен ұйымдастырылатын зертханалық жұмыстарда фронтальдық, дербес, циклдық және аралас түрін де қолданған дұрыс. Бұл пән бойынша, дербес оқыту әдістемесінен ұйымдастырылатын зертханалық жұмыстар циклдық немесе аралас болуы тиіс. Қорыта келгенде, болашақ мамандарды даярлауда дұрыс ұйымдастырылған зертханалық жұмыстар олардың өз деңгейіндегі кәсіби маман ретіндегі қалыптасуына негіз болады.

1. Социально-экономическая модернизация – главный вектор развития Казахстана: послание Президента Республики Казахстан Н.А. Назарбаева народу Казахстана Астана, от 27 января 2012 г.
2. Халықова К.З. Болашақ информатика мамандарын даярлау процесінде студенттердің зерттеу іс-әрекетін ұйымдастыру. Абай ат.ҚазҰПУ Хабаршысы. № 1 (53), 2016. - 219-224 бб.
3. Халықова К.З. Информатика мамандарын кәсіби даярлау үдерісіндегі жобалық әдістің пайдаланылуы. Абай ат.ҚазҰПУ Хабаршысы. № 2 (50), 2016.

Аннотация. *В статье рассматриваются проблемы организации и проведения лабораторных занятий информатических дисциплин в подготовке будущих учителей информатики. Проанализированы актуальность данного исследования в Республике Казахстан. Определены основные понятия, относящиеся к лабораторным занятиям. Рассмотрены основные задачи лабораторного практикума. Приведены основные формы организации и общая структура лабораторных занятий в вузе. А также рассмотрены особенности проведения лабораторного практикума в подготовке будущих учителей информатики.*
Ключевые слова: *информатические дисциплины, лабораторный практикум, организация обучения, метод проектов, фронтальный, циклический.*

Abstract. *The article discusses the problem of organizing and conducting laboratory studies informatics disciplines in the preparation of future teachers. The relevance of the study in the Republic of Kazakhstan is analyzed. there are given the basic concepts related to laboratory work. The main tasks of the laboratory practical are considered. The basic forms of organization and the general structure of labs at the university are given. And also the peculiarities of the laboratory workshop in preparation of future teachers are considered.*
Keywords: *informatics discipline, laboratory practice, the organization of teaching, project method, front, cyclic.*